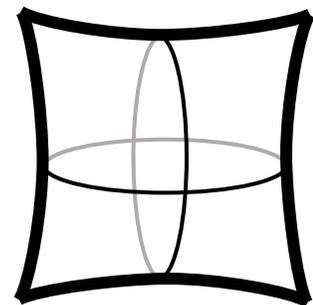


# 特異点まわりの巻き付きによる オービフォールドモデルへの制限

論文：PTEP 2024 (2024) 053 B 06 [ [arXiv:2311.10324](https://arxiv.org/abs/2311.10324) ]



今井 広紀

(大阪公立大学 素粒子理論研究室)

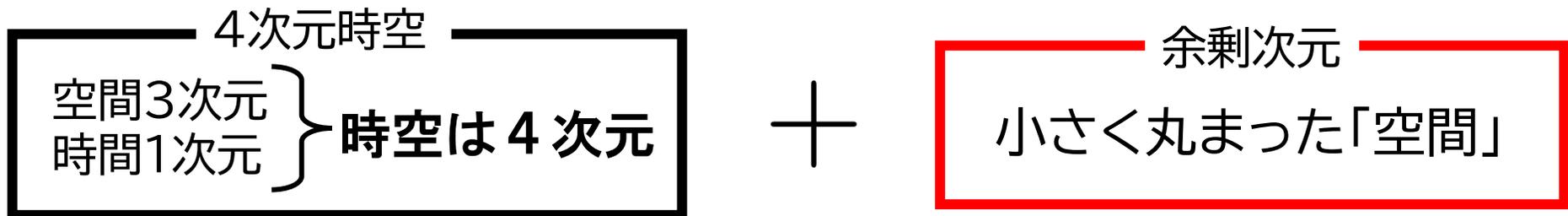
共同研究者: 丸信人(大阪公立大学, NITEP)

# モチベーション

自然界の背後に隠された幾何学を探りたい

- ・ 自然界…標準模型で記述されている
- ・ 背後に標準模型を超える物理があると考えられる。

**余剰次元模型**…標準模型を超える理論の候補



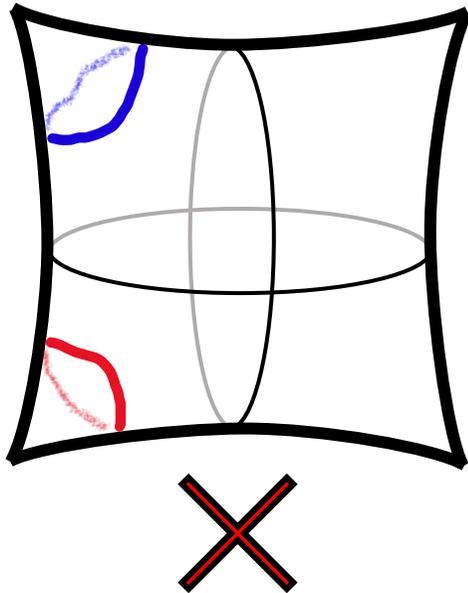
標準模型を再現するのに必要な  
 余剰次元の幾何学的性質は何か？

# メッセージ

磁束のかかった  $T^2/\mathbb{Z}_2$  を **余剰次元** と考える

↑  
座布団団カバー状の図形

以下の場合には標準模型と整合しない



- : 左手型フェルミオンの巻き付き
- : 右手型フェルミオンの巻き付き

# 目次

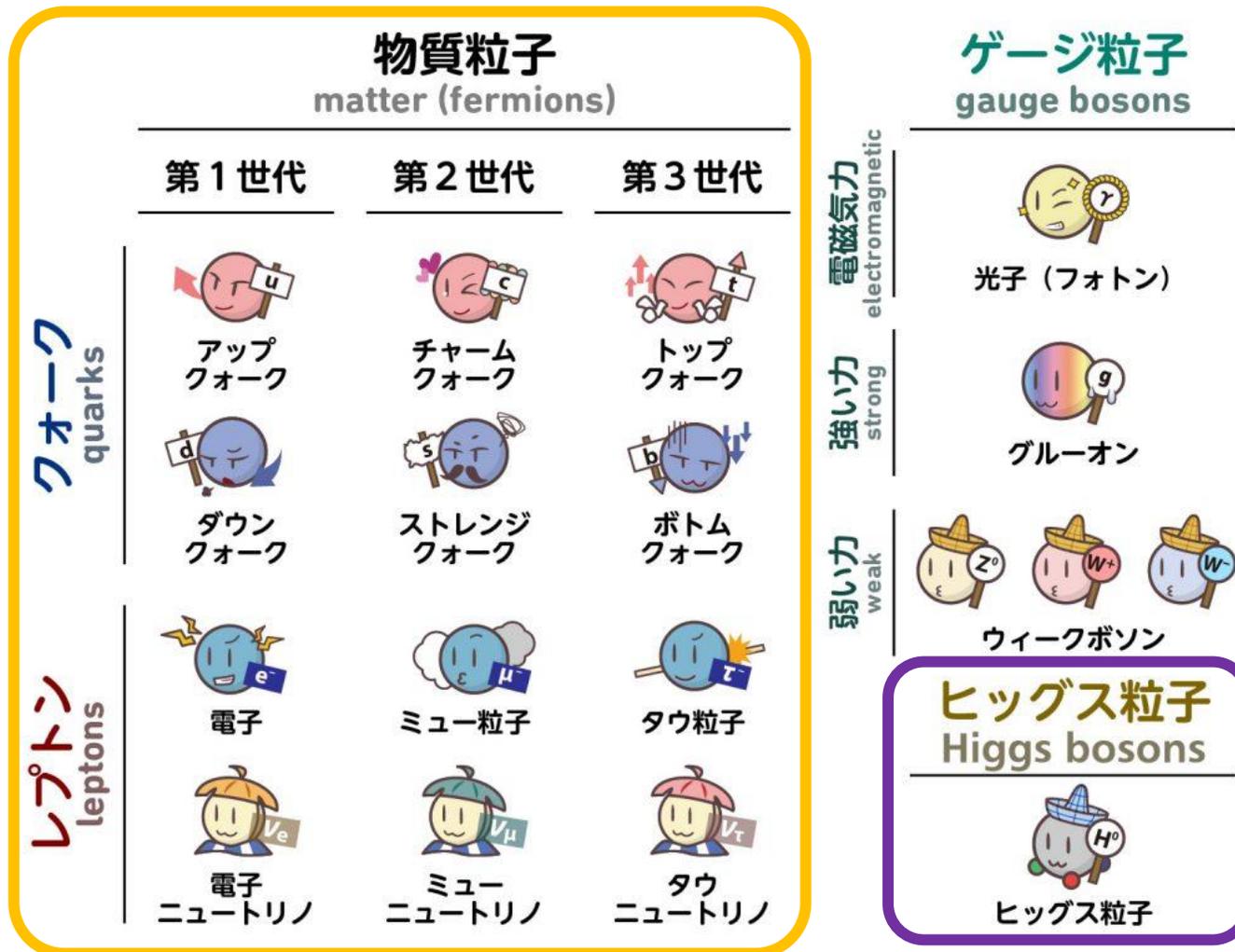
- **標準模型のreview**
  - 今回は世代数&湯川結合の存在に注目
- **磁束のかかったオービフォールド**
  - 磁束のかかった余剰次元
  - 特異点をもつ余剰次元 (オービフォールド)
- **オービフォールド模型への制限**
  - 巻き付き数への制限

# 目次

- **標準模型のreview**
  - **今回は世代数&湯川結合の存在に注目**
- **磁束のかかったオービフォールド**
  - **磁束のかかった余剰次元**
  - **特異点をもつ余剰次元 (オービフォールド)**
- **オービフォールド模型への制限**
  - **巻き付き数への制限**

# 標準模型のreview

- 自然界…標準模型で記述されている

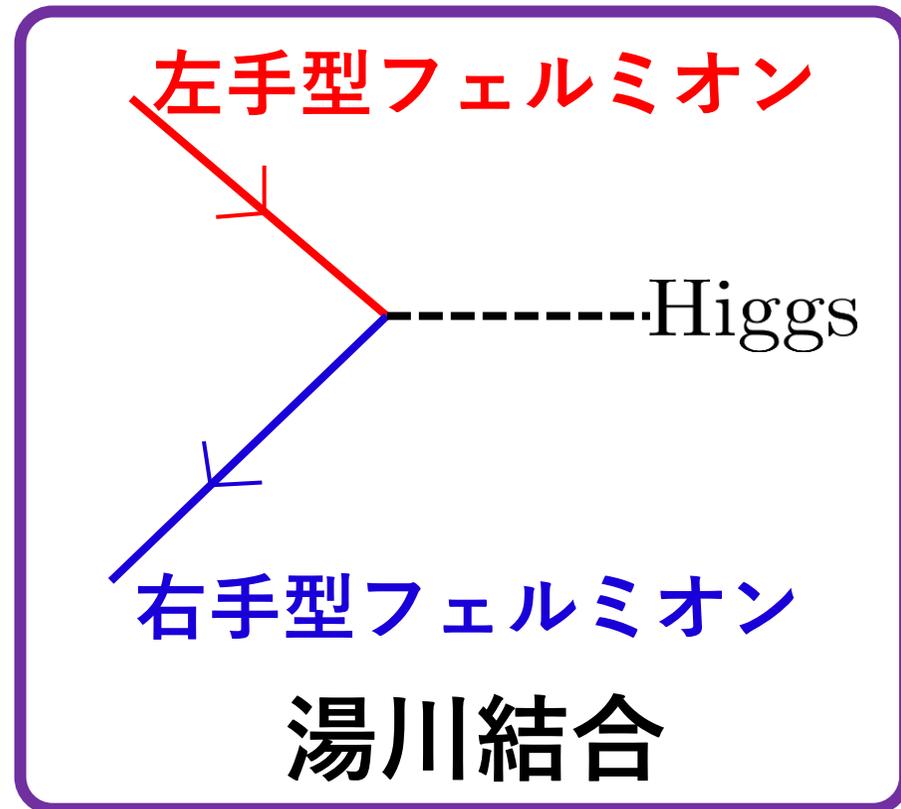


# 標準模型のreview

- 標準模型…世代数、湯川結合が存在

		世代 Generation		
		I	II	III
クォーク Quarks	電荷 Charge			
	スピン Spin			
	+2/3			
	1/2	up	charm	top
	-1/3			
	1/2	down	strange	bottom
レプトン Leptons	-1			
	1/2	electron	muon	tau
	0			
	1/2	electron neutrino	muon neutrino	tau neutrino

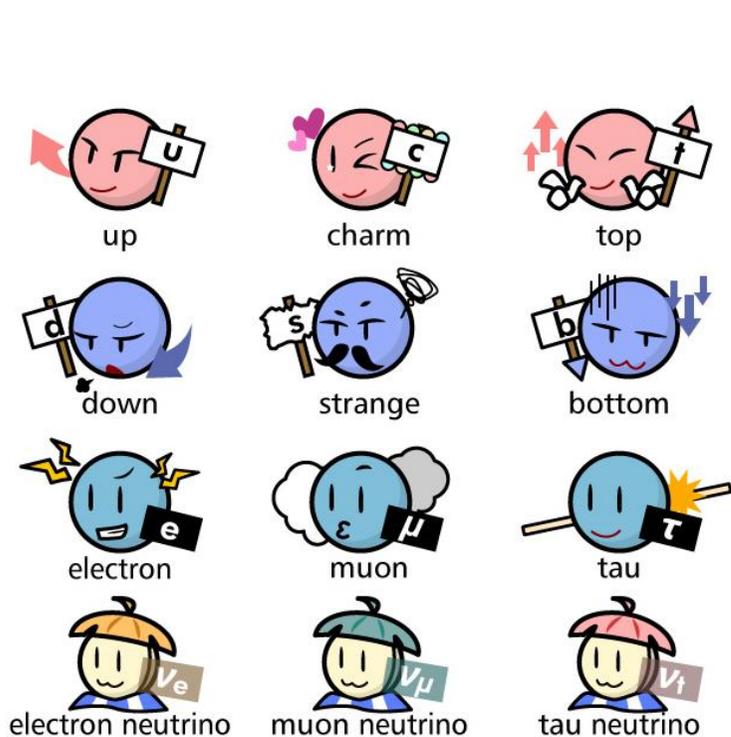
質量だけが異なる



質量生成

# 標準模型のreview

- 標準模型に備わっていないといけない性質



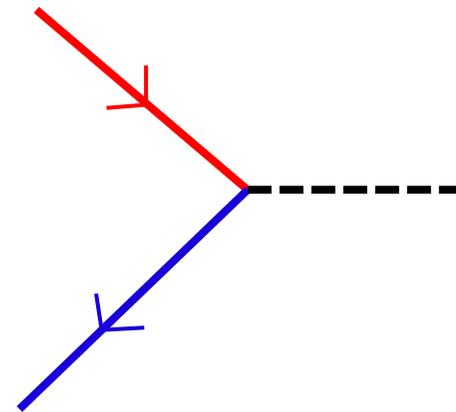
## (1) 世代数

ヒッグス粒子  
Higgs bosons



ヒッグス粒子

## (2) ヒッグスの存在



## (3) 湯川結合の構成

# 目次

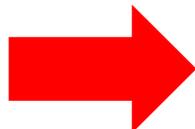
- 標準模型のreview
  - 今回は世代数&湯川結合の存在に注目
- **磁束のかかったオービフォールド**
  - **磁束のかかった余剰次元**
  - **特異点をもつ余剰次元 (オービフォールド)**
- オービフォールド模型への制限
  - 巻き付き数への制限

# 磁束のかかった余剰次元 10/30

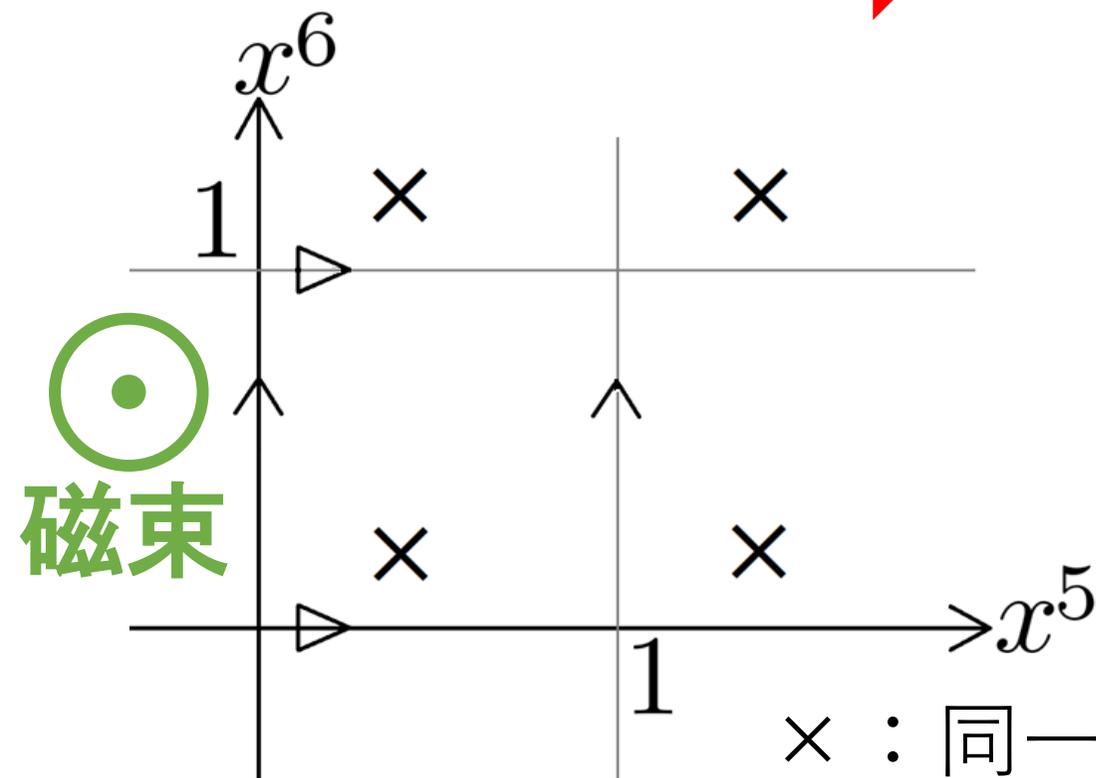
トーラス  $T^2: x^5 \sim x^5 + 1, x^6 \sim x^6 + 1$

$T^2$  上に一様磁束  $f$  がかかっているとする

$q$ : charge

トーラスは有限領域  磁束は量子化:  $\frac{qf}{2\pi} = M \in \mathbb{Z}$

↑  
磁束量子化数

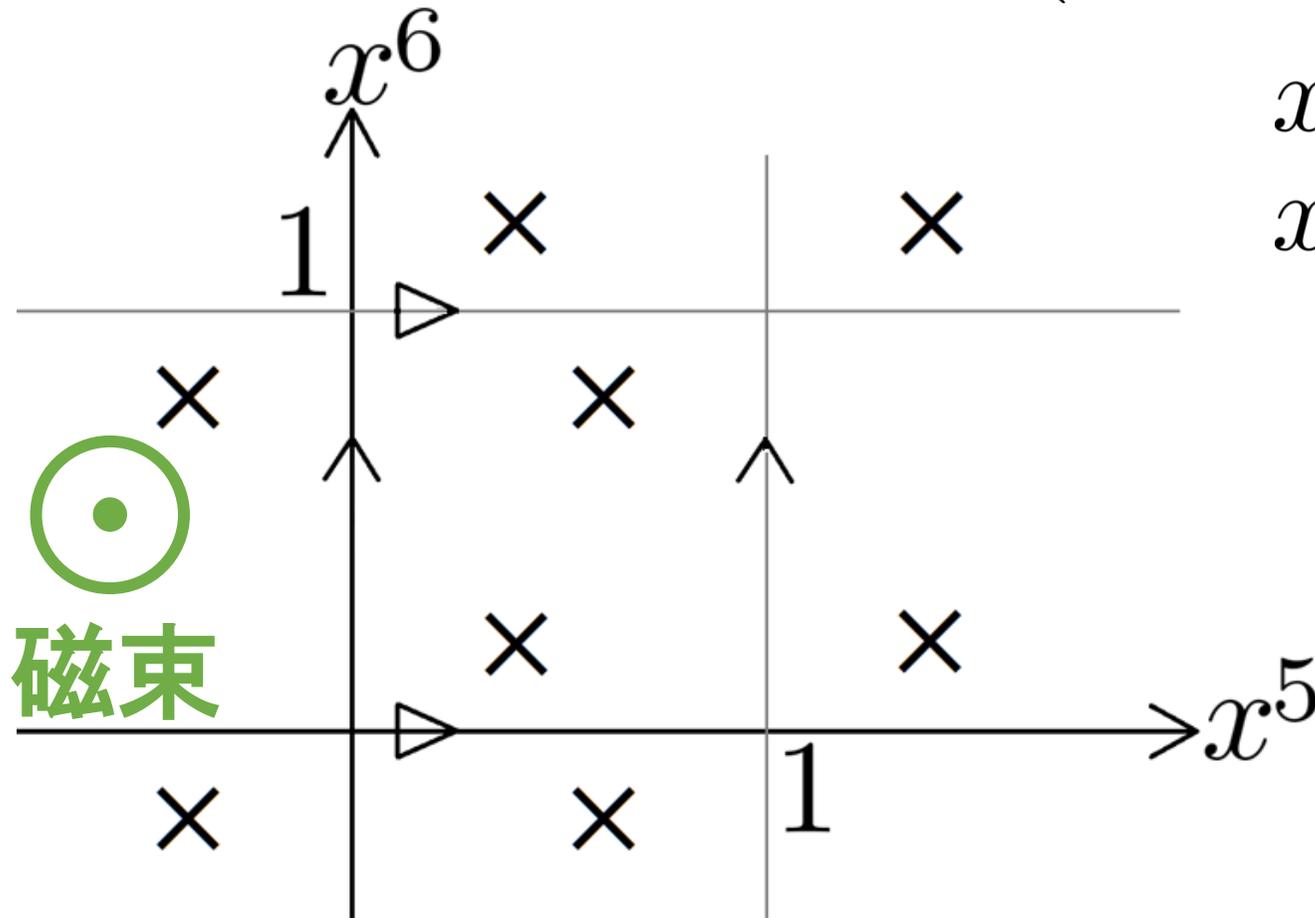


$\times$ : 同一視される点

# オービフールド

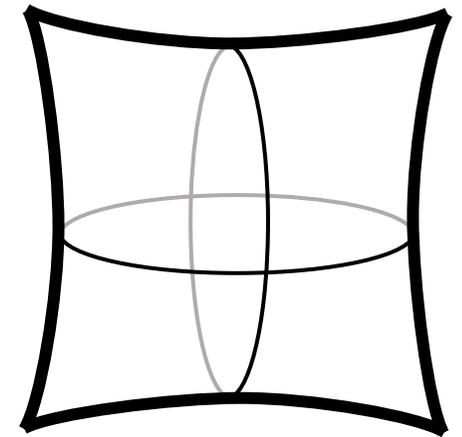
オービフールド  $T^2/\mathbb{Z}_2 : (x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$

$$x^5 \sim x^5 + 1$$
$$x^6 \sim x^6 + 1$$



磁束

× : 同一視される点

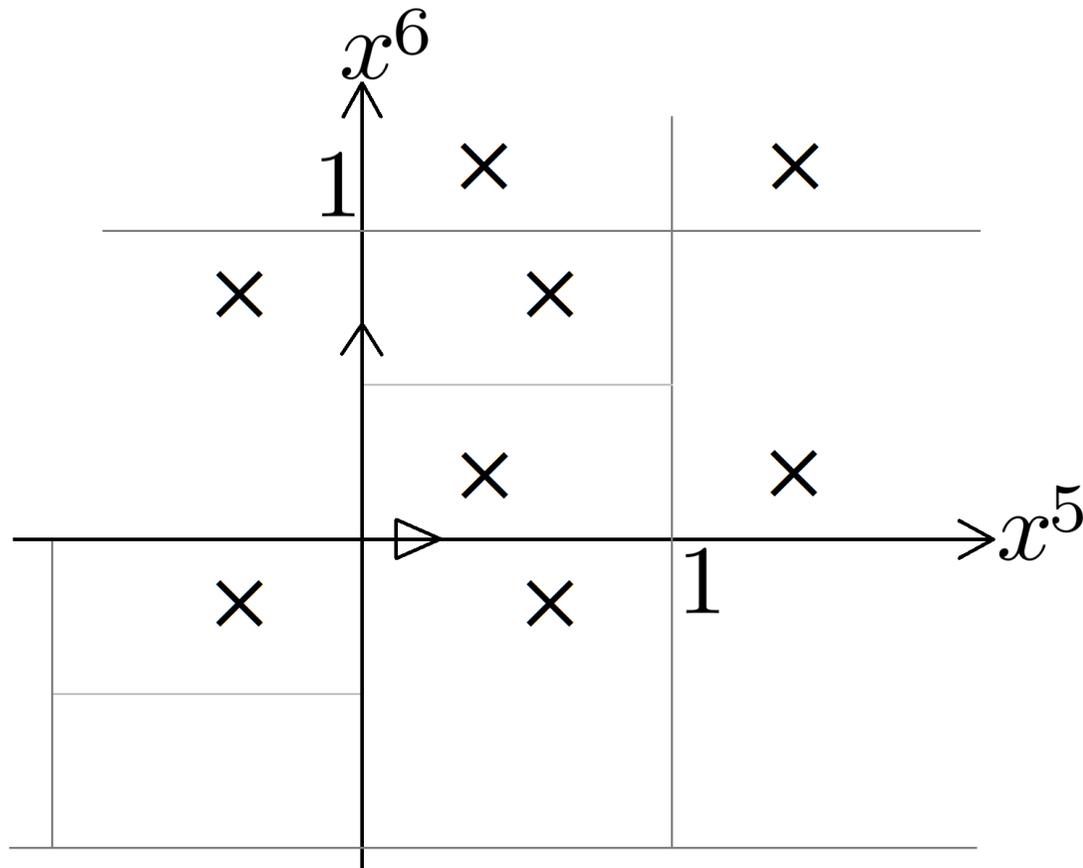


# オービフォールド

12/30

アニメーション:1/6

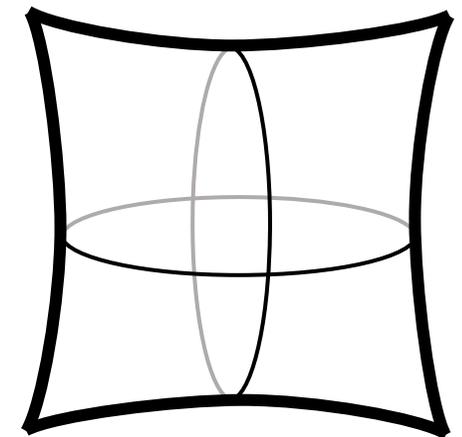
- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

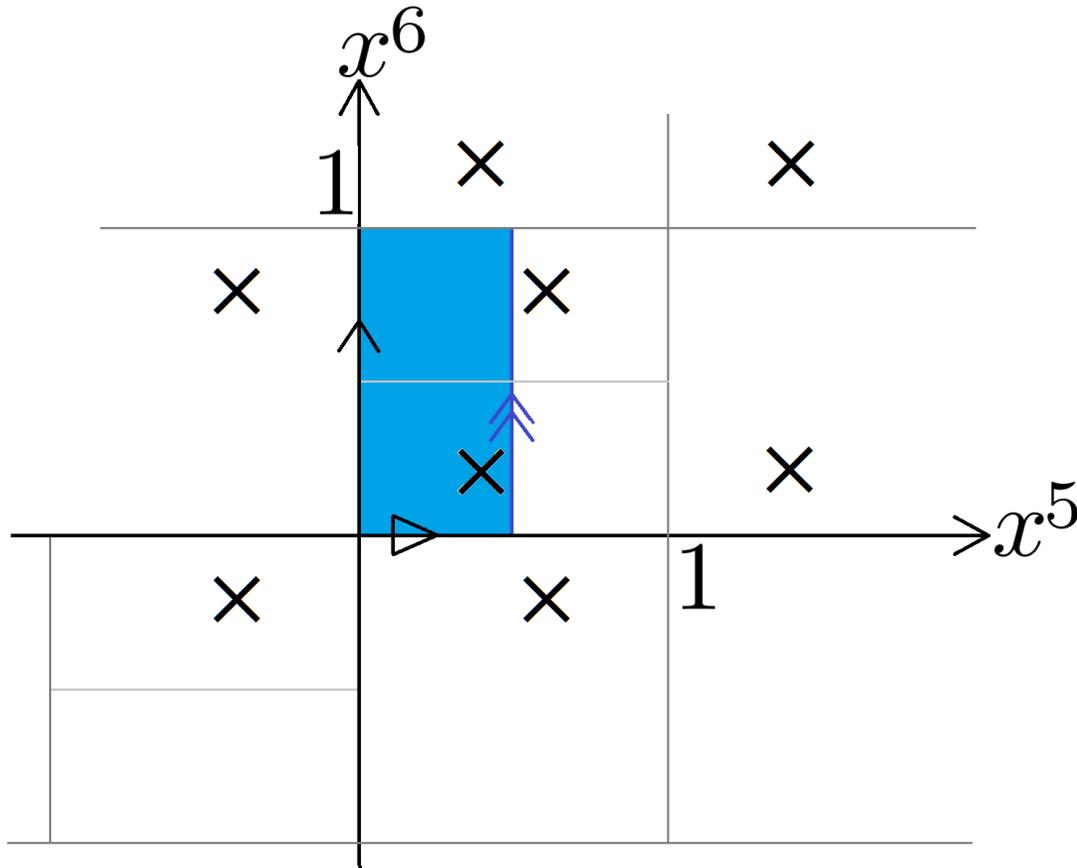
$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$



×：同一視される点

# オービフォールド

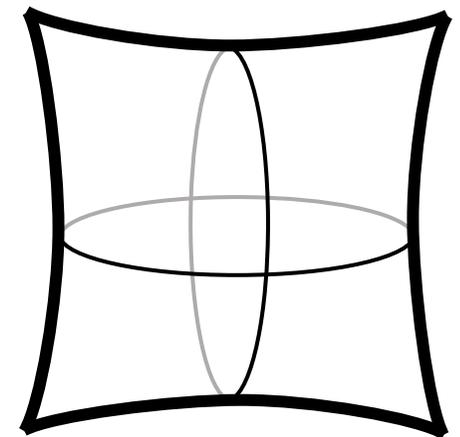
- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

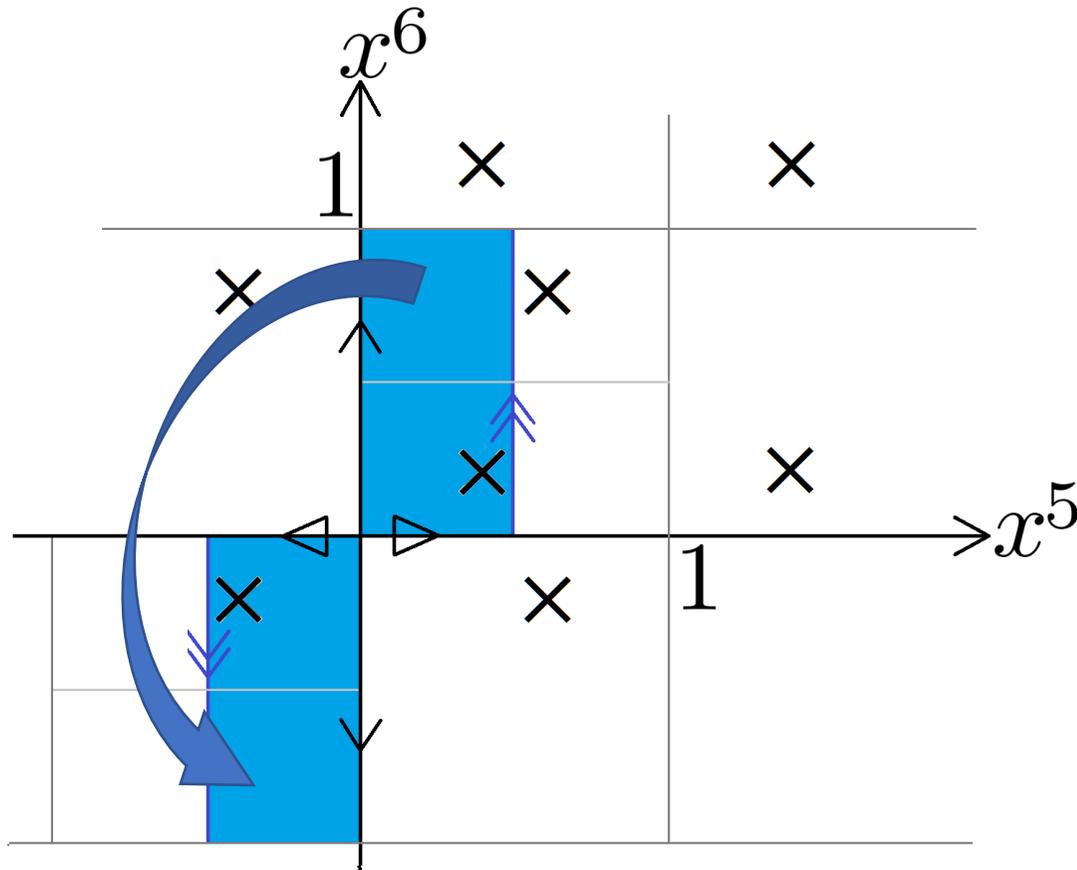
$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$



× : 同一視される点

# オービフォールド

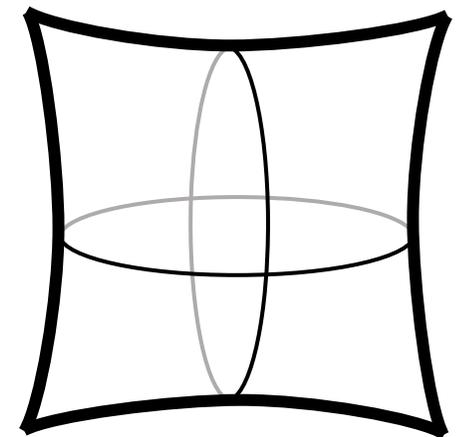
- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$



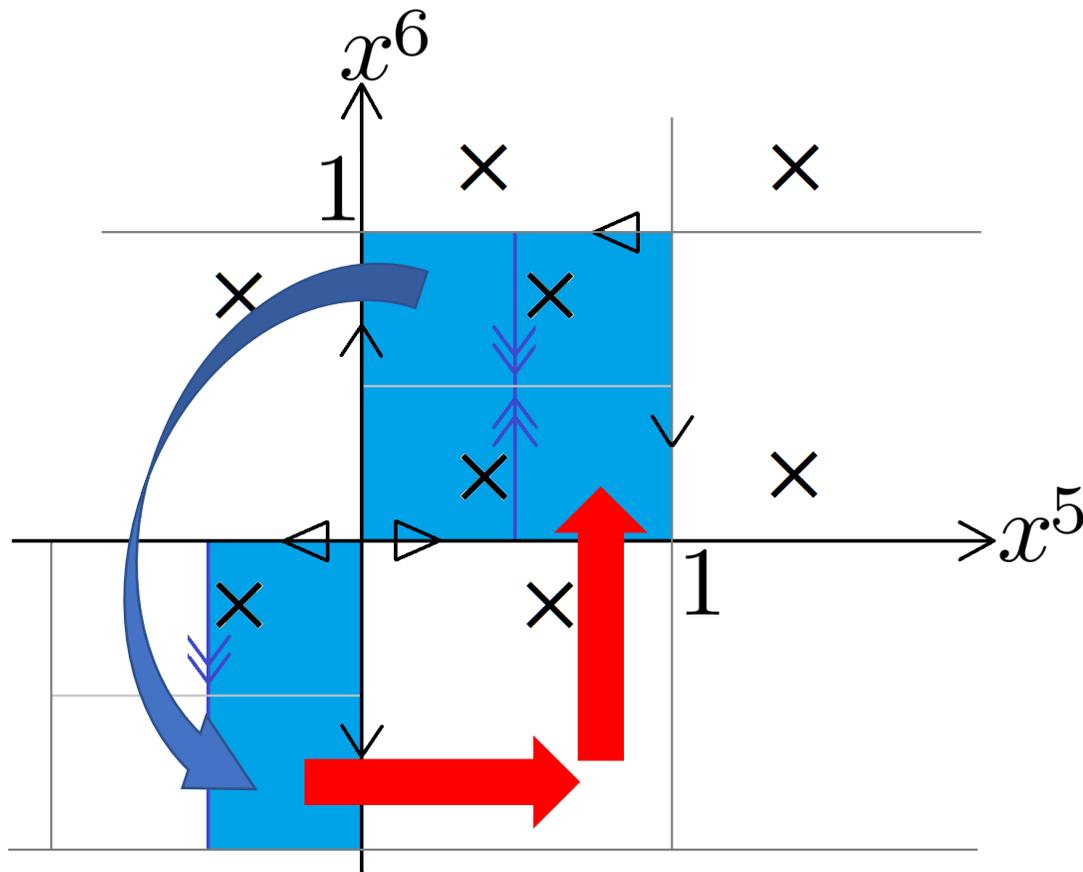
× : 同一視される点

# オービフォールド

12/30

アニメーション: 4/6

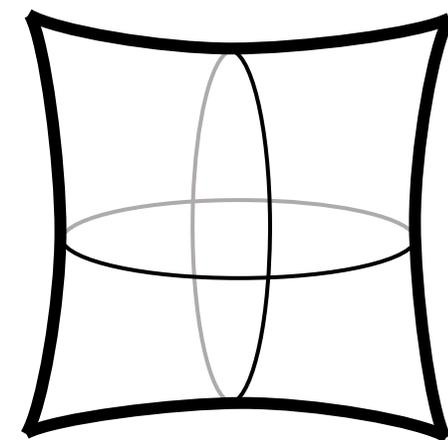
- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

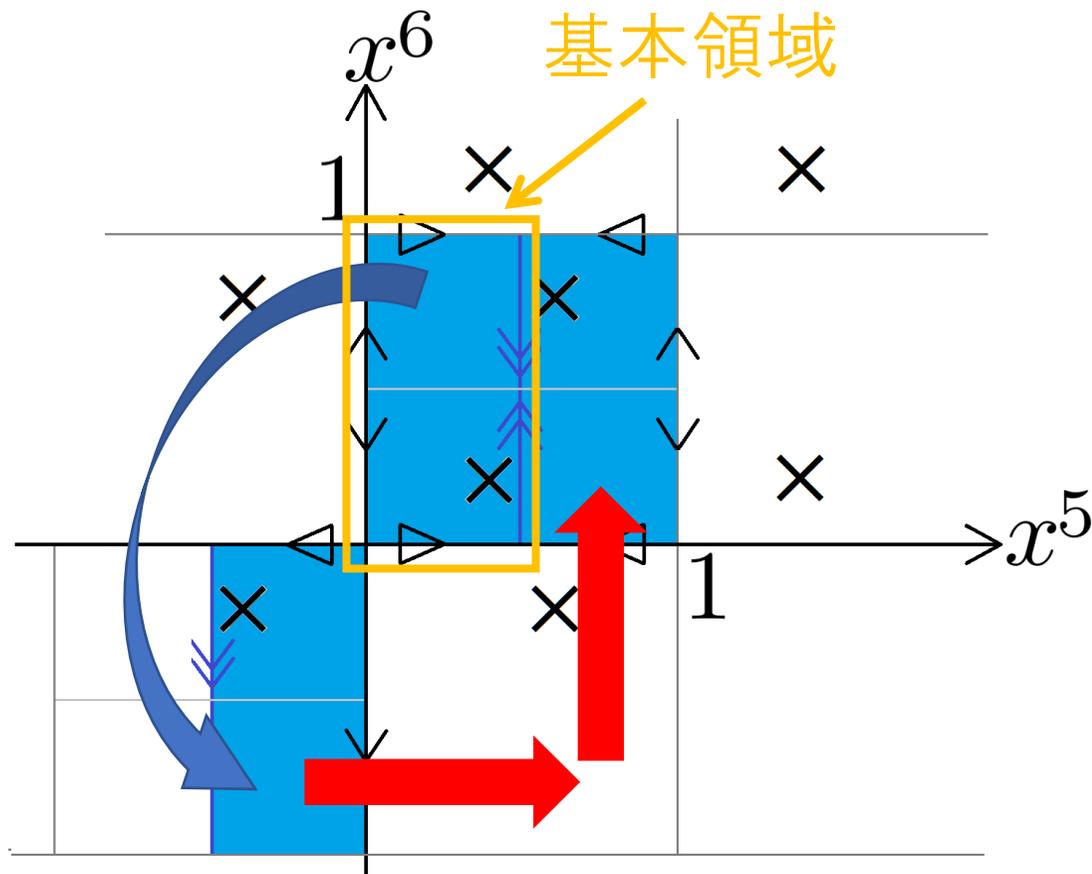
$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$



× : 同一視される点

# オービフォールド

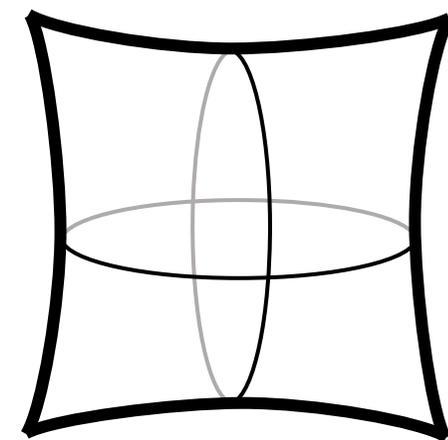
- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

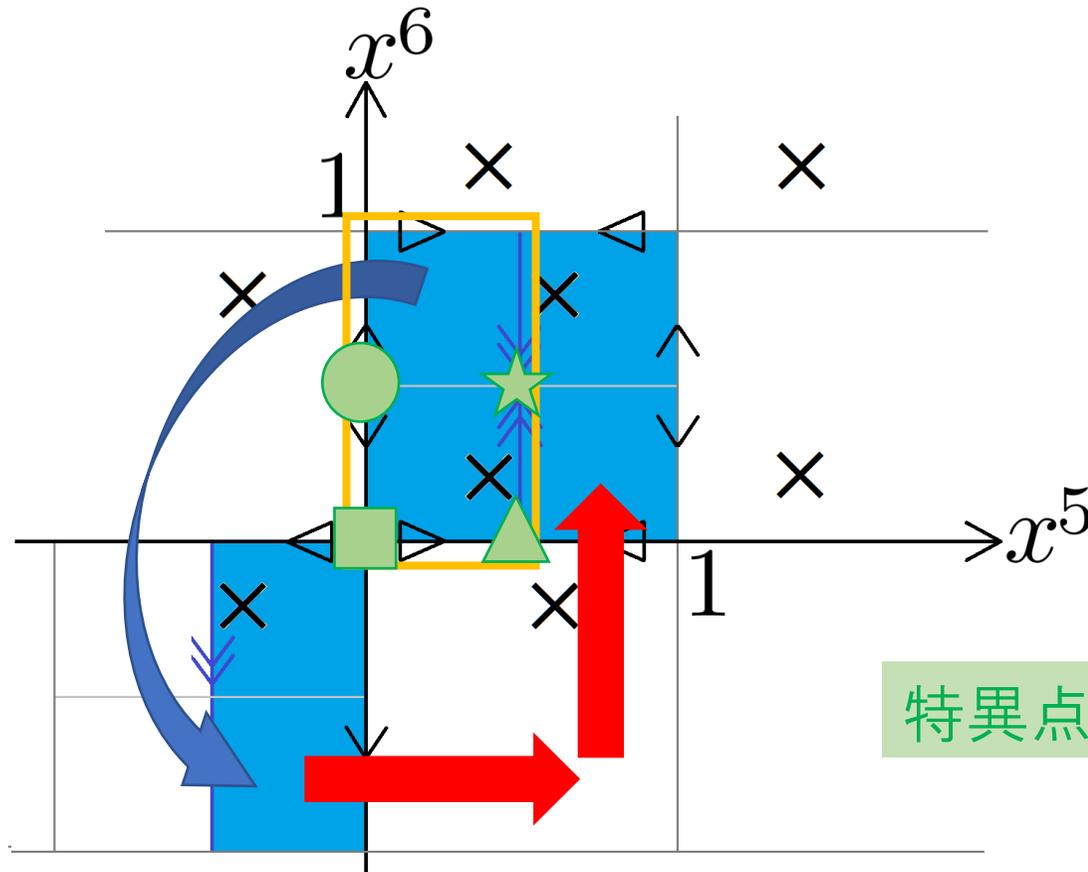
$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$



× : 同一視される点

# オービフォールド

- 準備：オービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_2$  の構成



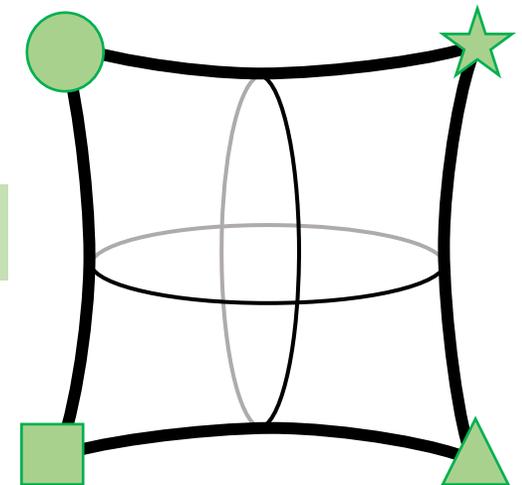
$$x^5 \sim x^5 + 1$$

$$x^6 \sim x^6 + 1$$

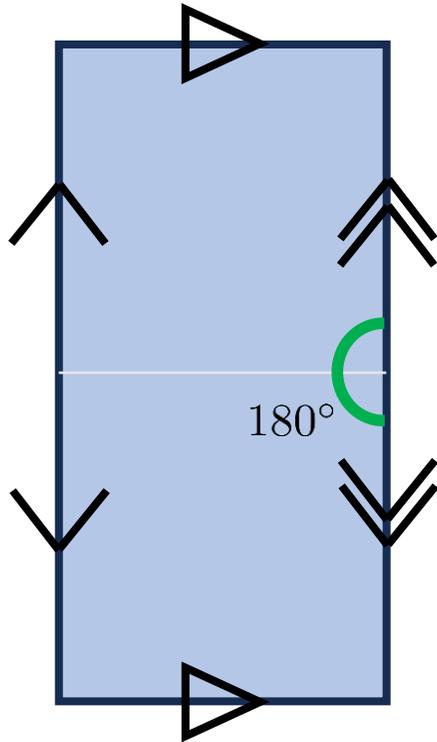
$$(x^5, x^6) \sim -(x^5, x^6)$$

特異点が存在

× : 同一視される点

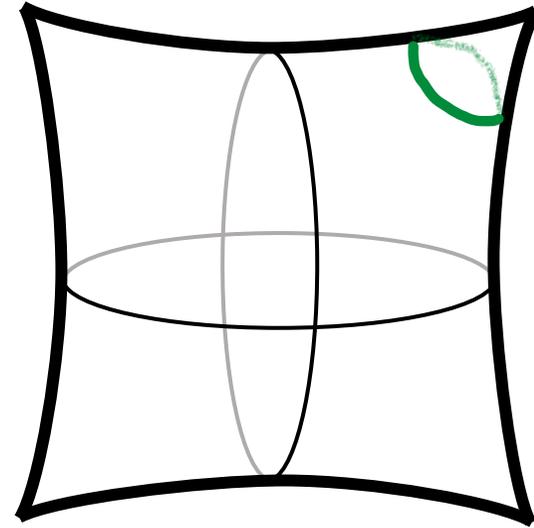


# 特異点の巻き付き数



$$I = 3$$

$$I = 4$$



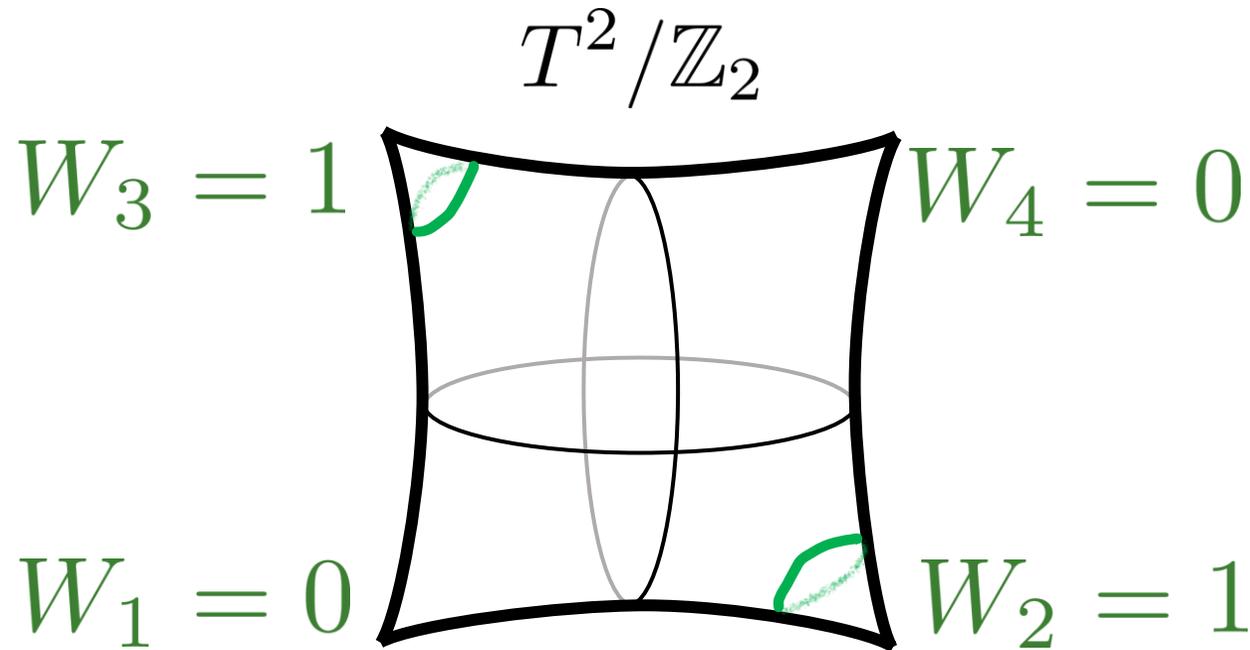
$$I = 1$$

$$I = 2$$

$$\Psi(X_I - x, Y_I - y) \propto (-1)^{W_I} \Psi(X_I + x, Y_I + y)$$

$W_I = 0, 1$  : 巻き付き数

# 特異点の巻き付き数



場の特異点の巻き付き数 = 0 or 1

模型のパターンを決めるトポロジカル不変量

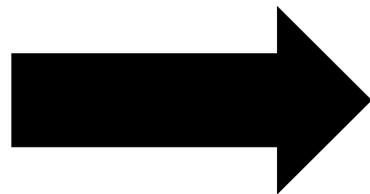
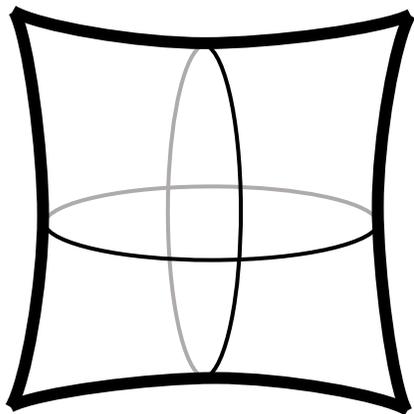
→  $2^4 = 16$  patterns

# 標準模型のフェルミオン 15/30

## 標準模型…カイラルな理論

独立  $\left\{ \begin{array}{l} \text{左手型フェルミオン} : \gamma_5 \psi_L = -\psi_L \\ \text{右手型フェルミオン} : \gamma_5 \psi_R = +\psi_R \end{array} \right.$

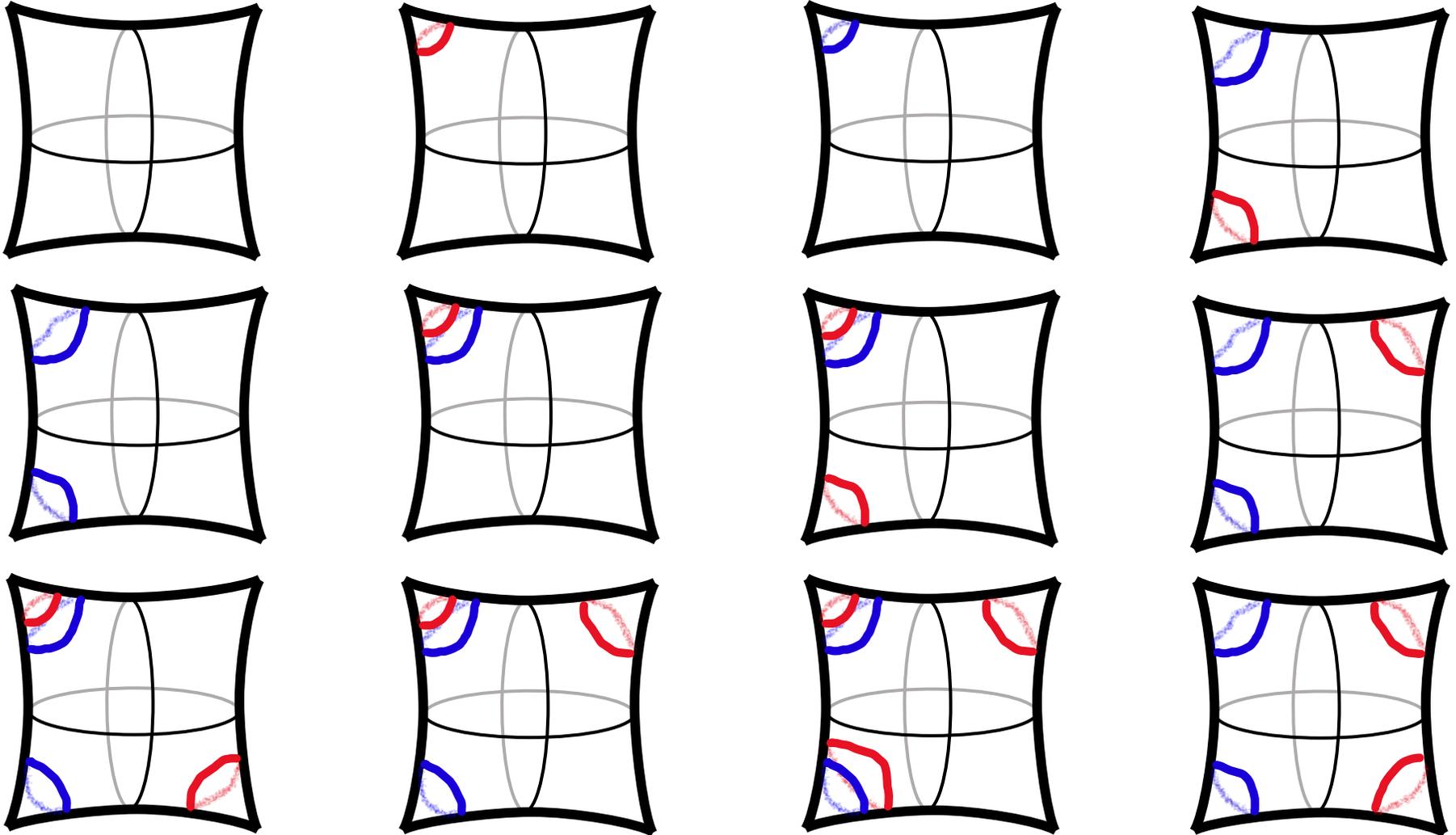
- 左手型フェルミオン  $\rightarrow 2^4 = 16$  patterns
- 右手型フェルミオン  $\rightarrow 2^4 = 16$  patterns



$$2^4 \times 2^4 = 256 \text{ patterns}$$

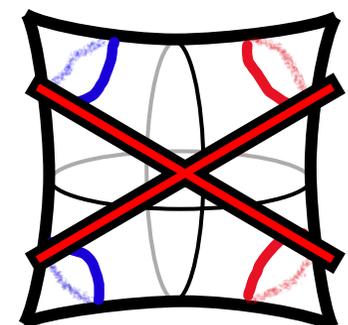
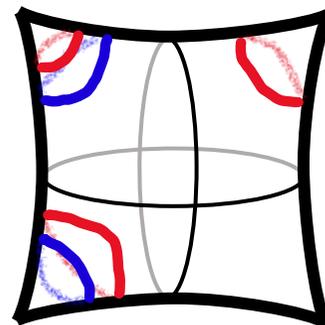
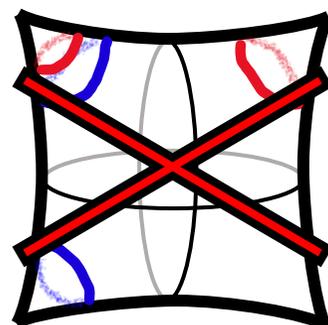
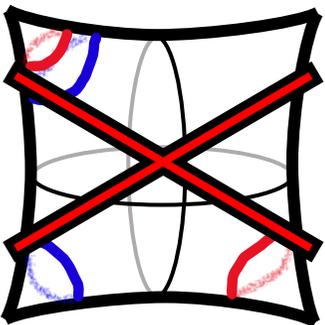
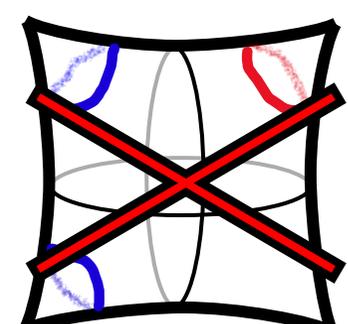
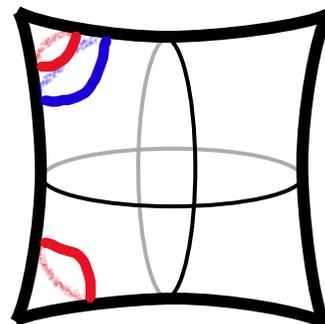
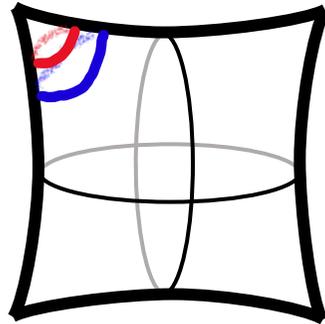
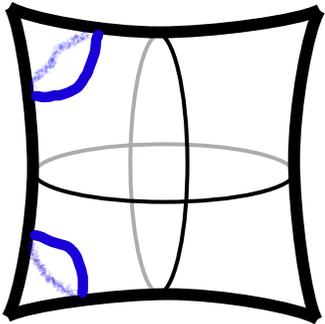
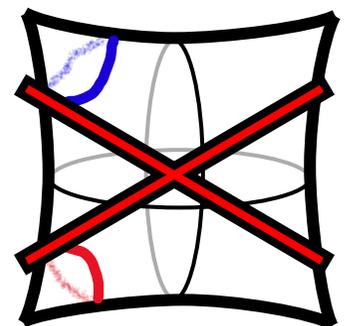
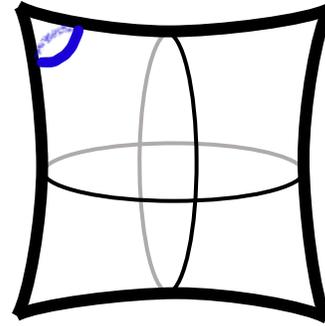
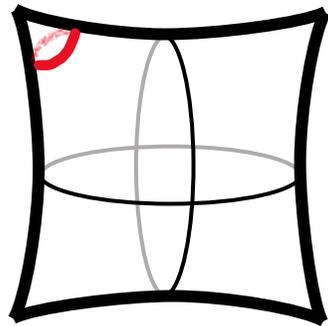
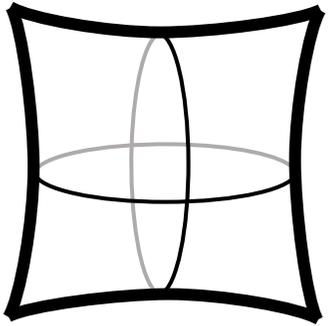
# 多くのパターン

## 256パターンの例



# 多くのパターン

## 256パターンの例

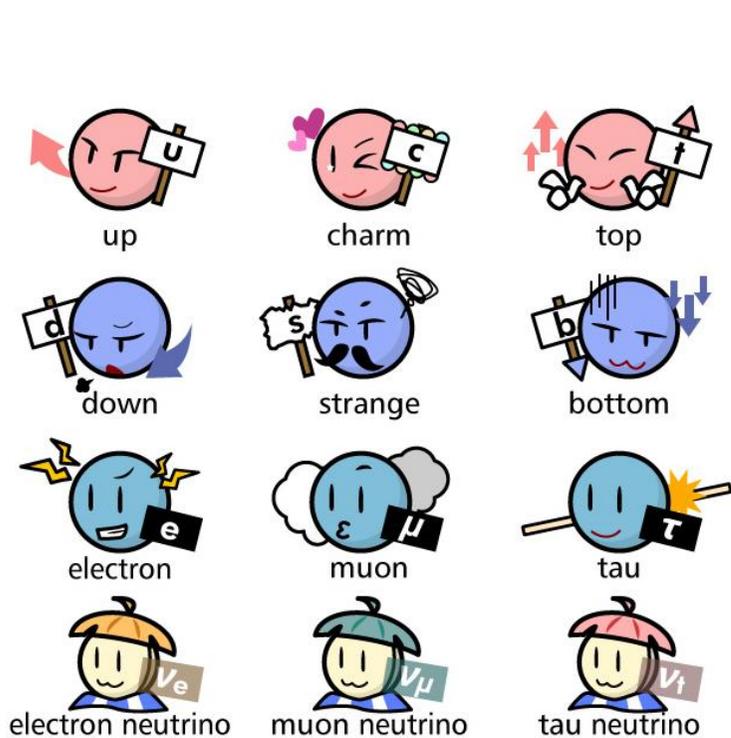


# 目次

- 標準模型のreview
  - 今回は世代数&湯川結合の存在に注目
- 磁束のかかったオービフォールド
  - 磁束のかかった余剰次元
  - 特異点をもつ余剰次元 (オービフォールド)
- **オービフォールド模型への制限**
  - **巻き付き数への制限**

# 標準模型との整合性

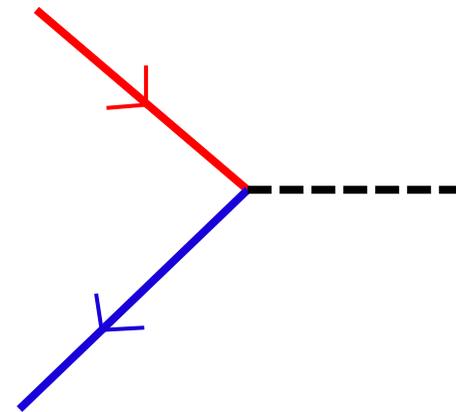
- 標準模型に備わっていないといけない性質



(1) 世代数



(2) ヒッグスの存在



(3) 湯川結合の構成

## 余剰次元模型に課す要請

### (1) 左手型の世代数 = 右手型の世代数

標準模型：左手型と右手型は独立に与えられる  
→両者の世代数は等しいはず

### (2) ヒッグスが存在

少なくとも「1世代」はヒッグスが存在する

→ 世代数をカウントする公式が知られている

### (3) 湯川結合を構成可能

フェルミオン質量は湯川結合に由来する

# 定式化

世代数の定式化…磁束と巻き付き数で記述

$$(\text{ゼロモード数}) = \frac{|M|}{2} - \frac{V}{2} + 1$$

$M$ : 余剰次元を貫く磁束量子化数

$V$ : 特異点における物質場の巻き付き数(の合計)

フェルミオンは本来質量0 → 世代数 =  $\frac{|M|}{2} - \frac{V}{2} + 1$

# 定式化

**世代数**の定式化…フェルミオンの世代数

(1) **左手型の世代数 = 右手型の世代数**

$M_L > 0, M_R > 0$  for simplicity

$$\frac{M_L}{2} - \frac{V_L}{2} + 1 = \frac{M_R}{2} - \frac{V_R}{2} + 1$$

$$\longrightarrow M_L - M_R = V_L - V_R$$

$M_{L/R}$ : 左手型/右手型フェルミオンの感じる**磁束量子化数**

$V_{L/R}$ : 左手型/右手型フェルミオンの特異点における巻き付き数(の合計)

フェルミオンは本来質量0  $\rightarrow$  世代数 =  $\frac{|M|}{2} - \frac{V}{2} + 1$

# 定式化

**世代数**の定式化…ヒッグスの“世代数”

## (2) ヒッグスが存在

$$\frac{|M_H|}{2} - \frac{V_H}{2} + 1 \geq 1$$

**→**  $|M_H| \geq V_H$

$M_H$ : ヒッグスの感じる磁束量子化数

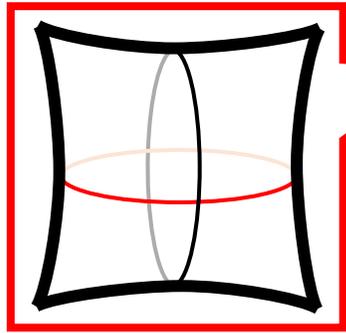
$V_H$ : ヒッグスの特異点における巻き付き数(の合計)

仮定: ヒッグスの世代数 =  $\frac{|M|}{2} - \frac{V}{2} + 1$

# 定式化

(3) 湯川結合を構成可能：  $i\bar{\Psi}_L \Phi_H \Psi_R$  が不変

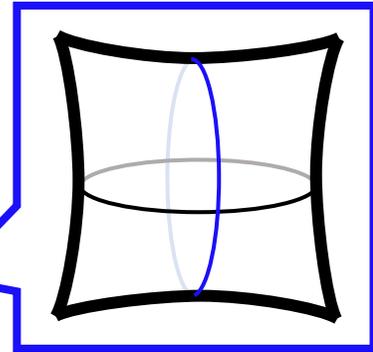
(3-a) 磁束のかかった余剰次元の境界条件



$$\Psi(x+1, y) \propto e^{i\pi M y} \Psi(x, y)$$

$$\Psi(x, y+1) \propto e^{-i\pi M x} \Psi(x, y)$$

$$-M_L + M_H + M_R = 0$$



(3-b) 特異点まわりの  $\mathbb{Z}_2$  回転

$$\Psi(X_I - x, Y_I - y) \propto (-1)^{W_I} \Psi(X_I + x, Y_I + y)$$

$$-W_{L,I} + W_{H,I} + W_{R,I} = 0 \pmod{2}$$

$$\xrightarrow{W=0,1} W_{H,I} = |-W_{L,I} + W_{R,I}|$$

# 具体的な解析

(1) **左手型の世代数 = 右手型の世代数**

$$\frac{M_L}{2} - \frac{V_L}{2} + 1 = \frac{M_R}{2} - \frac{V_R}{2} + 1 \longrightarrow M_L - M_R = V_L - V_R$$

(2) **ヒッグスが存在**

$$\frac{|M_H|}{2} - \frac{V_H}{2} + 1 \geq 1 \longrightarrow |M_H| \geq V_H$$

(3) **湯川結合を構成可能**

(a)  $-M_L + M_H + M_R = 0$

(b)  $W_{H,I} = |-W_{L,I} + W_{R,I}|$

# 具体的な解析

$$|M_H| \stackrel{(a)}{=} |M_L - M_R|$$

$$\stackrel{(1)}{=} |V_L - V_R|$$

$$= \left| \sum_{I=1}^4 (W_{L,I} - W_{R,I}) \right|$$

$$\geq$$

(2)

$$V_H = \sum_{I=1}^4 W_{H,I}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}|$$

$$(1) \quad M_L - M_R = V_L - V_R$$

$$(a) \quad -M_L + M_H + M_R = 0$$

$$(b) \quad W_{H,I} = |-W_{L,I} + W_{R,I}|$$

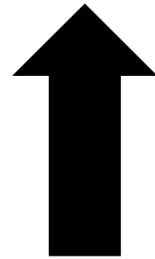
# 具体的な解析

$$|M_H| \stackrel{(a)}{=} |M_L - M_R|$$

$$\stackrel{(1)}{=} |V_L - V_R|$$

$$= \left| \sum_{I=1}^4 (W_{L,I} - W_{R,I}) \right|$$

$$<$$

$$\leq$$


$$V_H = \sum_{I=1}^4 W_{H,I}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}|$$

三角不等式

# 具体的な解析

$$|M_H| \stackrel{(a)}{=} |M_L - M_R|$$

$$\stackrel{(1)}{=} |V_L - V_R|$$

$$= \left| \sum_{I=1}^4 (W_{L,I} - W_{R,I}) \right|$$

==

$$V_H = \sum_{I=1}^4 W_{H,I}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}|$$

両者が等しい場合のみ標準模型と整合

$$16^2 = 256 \rightarrow 146$$

# 具体的な解析

$$|M_H| \stackrel{(a)}{=} |M_L - M_R|$$

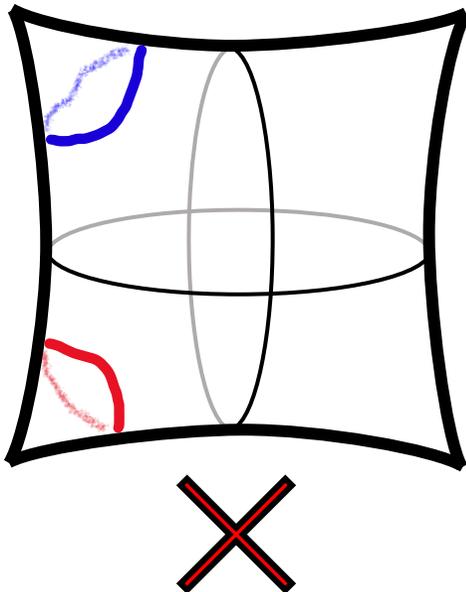
$$\stackrel{(1)}{=} |V_L - V_R|$$

$$= \left| \sum_{I=1}^4 (W_{L,I} - W_{R,I}) \right|$$

$\neq$

$$V_H = \sum_{I=1}^4 W_{H,I}$$

$$\stackrel{(b)}{=} \sum_{I=1}^4 |W_{L,I} - W_{R,I}|$$

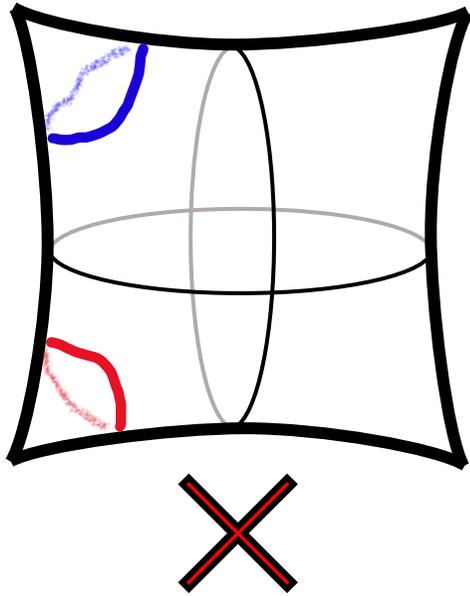


○ : 左手型フェルミオンの巻き付き

○ : 右手型フェルミオンの巻き付き

# 結論と展望

結論：以下は標準模型と整合しない



○: 左手型フェルミオンの巻き付き

○: 右手型フェルミオンの巻き付き

展望：

他のオービフォールド  $T^2/\mathbb{Z}_N$  ( $N = 2, 3, 4, 6$ ) への拡張  
フェルミオン質量階層性の実現可能性の検討