

物理点における格子QCD計算による N Λ およびN Σ 間ポテンシャル

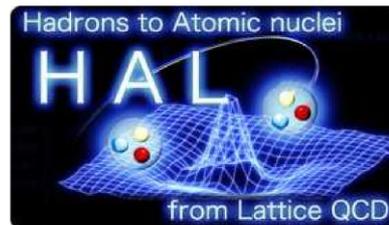
村瀬功一^A, 土井琢身^B, 土居孝寛^C

^A阪大RCNP,

^B理研iTHEMS,

^C京大理

for HAL QCD Collaboration



基研研究会「核力・ハドロン間相互作用と量子多体計算の進展」, 2026-02-16..18, 京大基研

$S = -1$ 系の相互作用の背景

$S = -1$: ストレンジネス最小のエキゾチック系

→ 自然界で最も現れやすい・効きやすい

- 中性子星: EoS, M-R関係, ハイペロンパズル (重い中性子星)
- Λ -ハイパー核 束縛エネルギー
- 散乱実験: 断面積 $d\sigma/d\Omega$, 位相差, カスプ, ...
- 重イオン衝突:
フェムトスコピー相関関数
 Λ/Σ 側方フロー $v_1 \leftarrow$ 一粒子ポテンシャル
- etc.

今回: 2体系 YN ($S = -1$)
with HAL QCD法

(時間依存) HAL QCD法

N. Ishii et al [HAL], PLB 712 (2012), 437

R correlator に対する時間依存 Schroedinger 方程式 (結合チャネル)

$$\left(\frac{1 + 3\delta_c^2}{8\mu_c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2\mu_c} \right) R_d^c(\vec{r}, t) = \sum_{c'} \int d^3 r' U_{c'}^c(\vec{r}, \vec{r}') \Delta_{c'}^c R_d^{c'}(\vec{r}', t),$$

相対論的補正

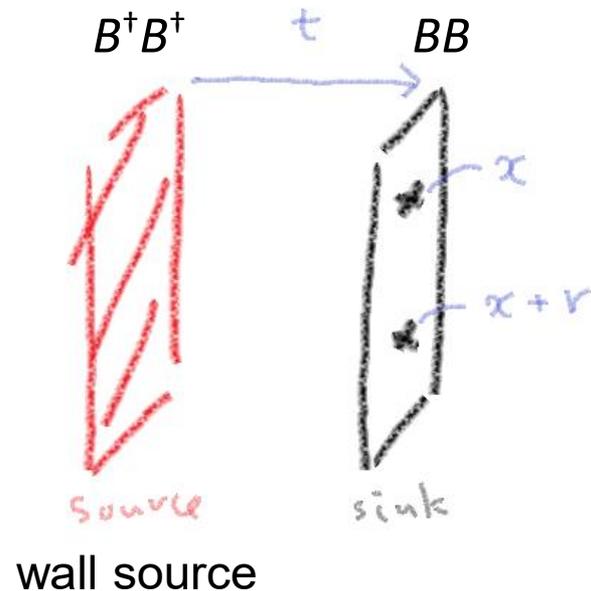
$R(r, t)$: 規格化された4点関数

$$R_d^c(r, t) = \frac{\sum_x \langle B_{c_1}(x, t) B_{c_2}(x+r, t) | \mathcal{J}_d \rangle}{\exp[-(m_{c_1} + m_{c_2})t]}.$$

仮定: $U(r, r') \sim \delta(r-r') V(r) + (\text{微分展開})$

→ Solve $V(r)$

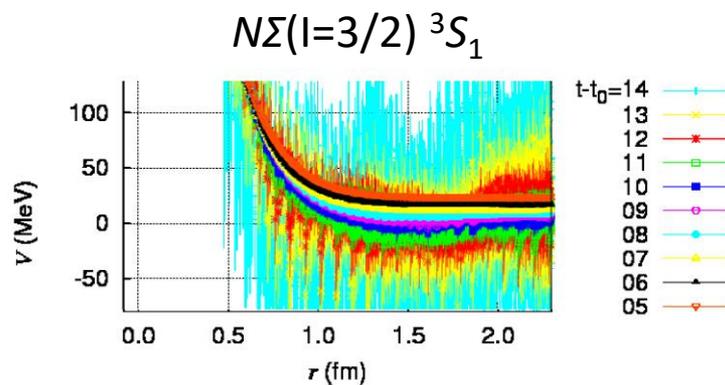
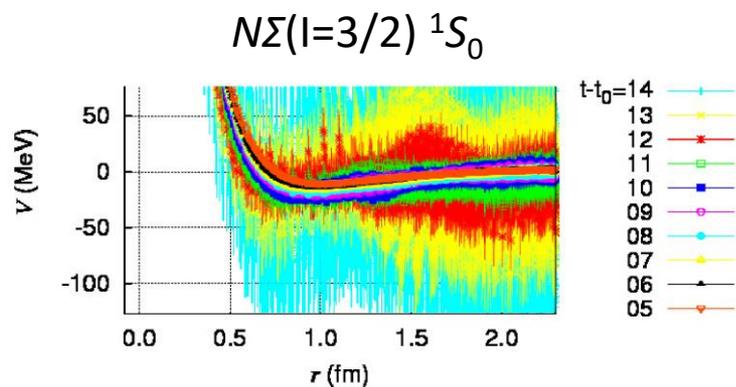
$$V_d^c = \left[\left(\frac{1 + 3\delta_c^2}{8\mu_c} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\nabla^2}{2\mu_c} \right) R_{c'}^c \right] (R_{c'}^d)^{-1} / \Delta_d^c$$



$S = -1$ 解析 on 既存のゲージ配位

K-conf

- $N_f = 2+1$, *almost physical point* $(m_\pi, m_K) = (146, 525)$ MeV at 京 (K-computer)
- size 96^4 , $a = 0.085$ fm, 400 配位
- $S = -1$ 既存解析: H. Nemura, AIP Conf. Proc. 2130 (2019) 1, 040005 [HYP2018], H. Nemura, PoS LATTICE2021 (2022) 272, etc.



F-conf (HAL-conf-2023) Aoyama et al, PRD110 (2024) 9, 094502.

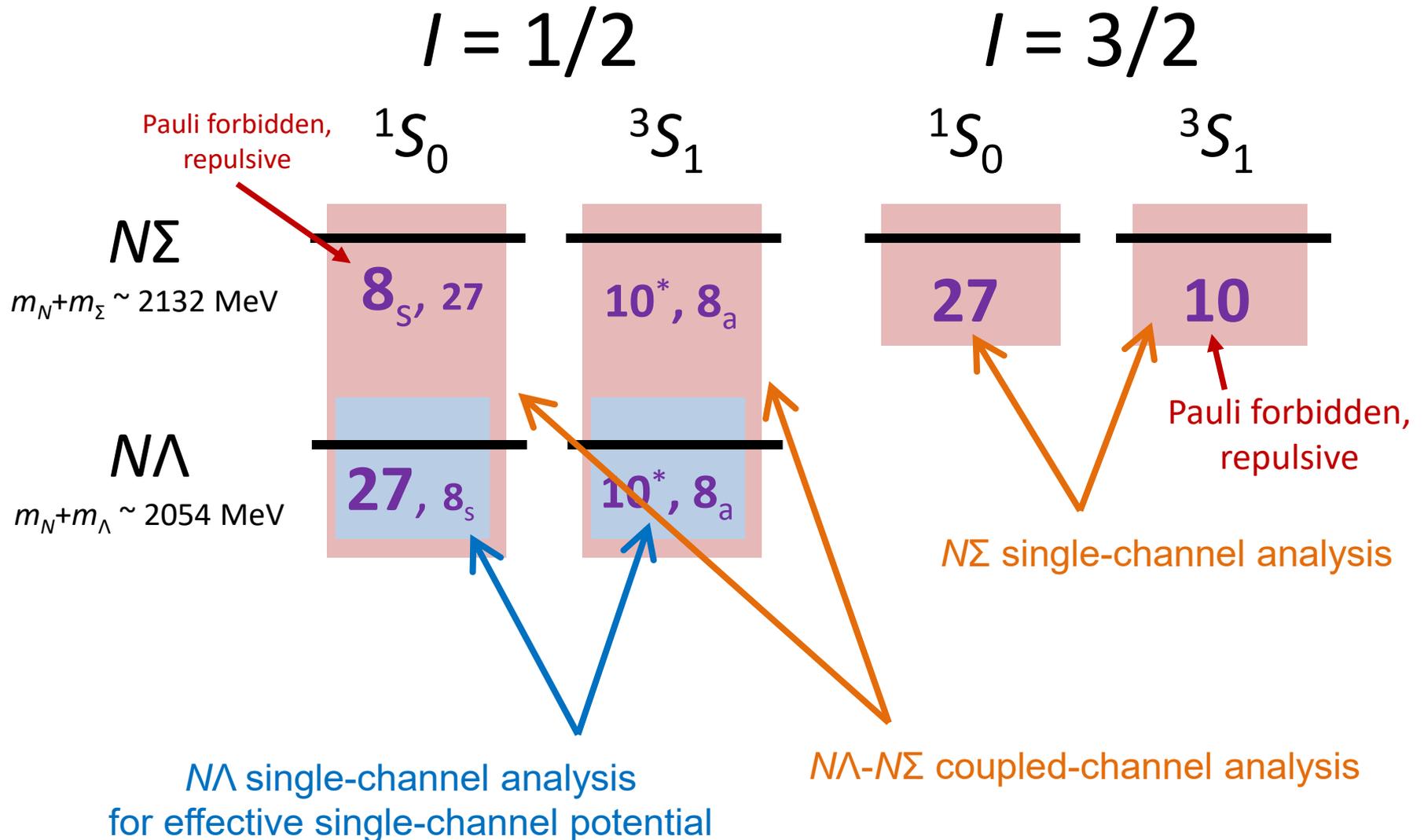
- $N_f = 2+1$, *physical point* $(m_\pi, m_K) = (137, 502)$ MeV at 富岳
- size 96^4 , $a = 0.084372(54)$ fm, 1600 配位

→ F-conf による $S = -1$ ポテンシャルの解析

$S = -1$ Baryon-Baryon (S -wave)

Note: S 波のみ。 D 波 & テンソル力は今後

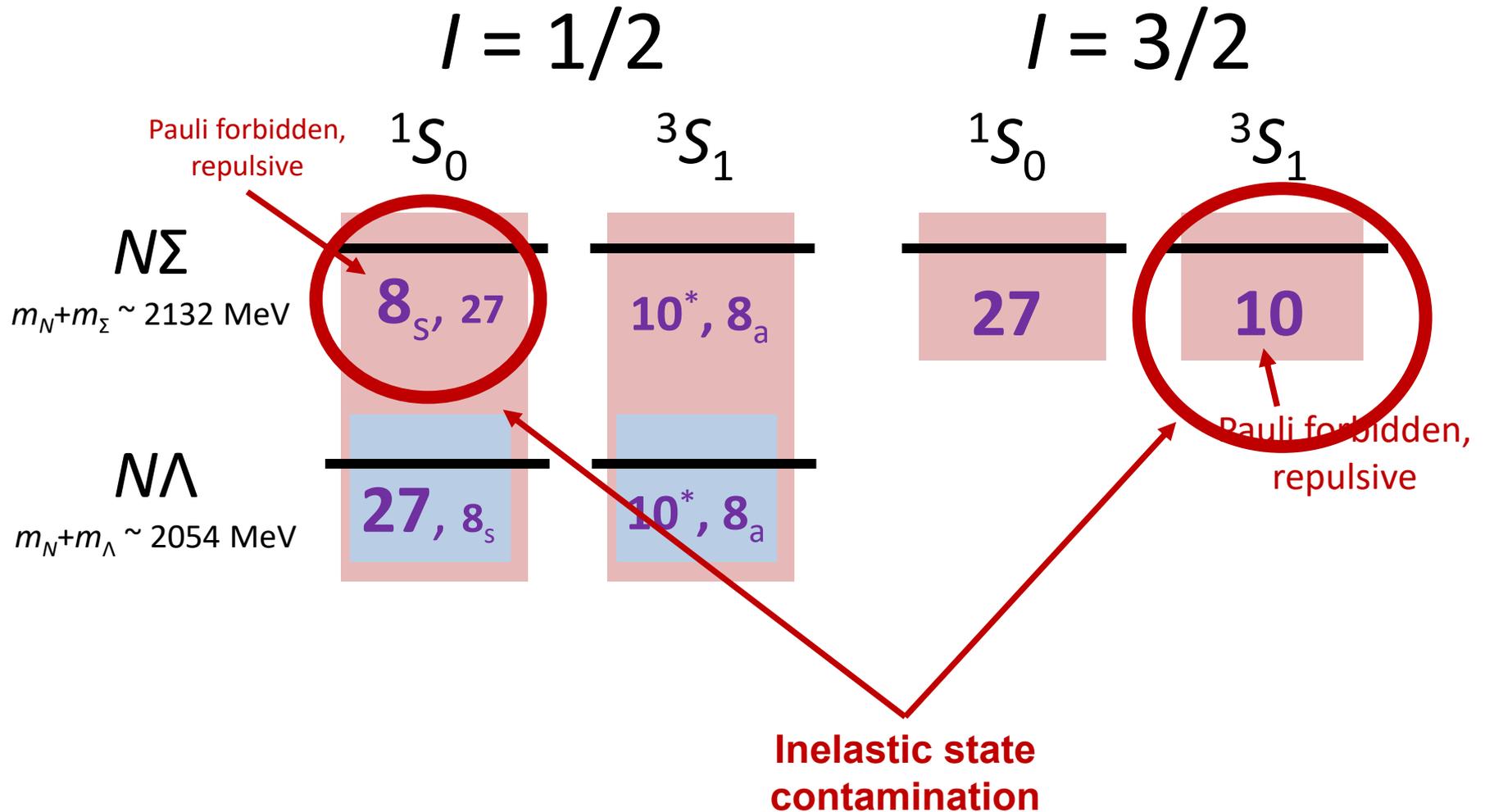
27, 10, 8_s etc.: $SU(3)_f$ rep.



$S = -1$ Baryon-Baryon (S -wave)

Note: S 波のみ。 D 波 & テンソル力は今後

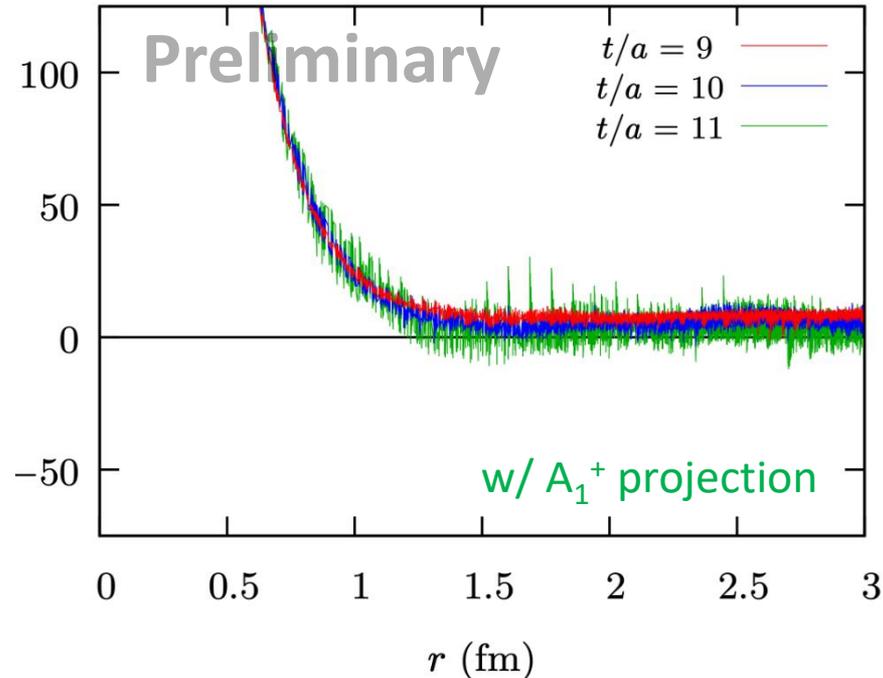
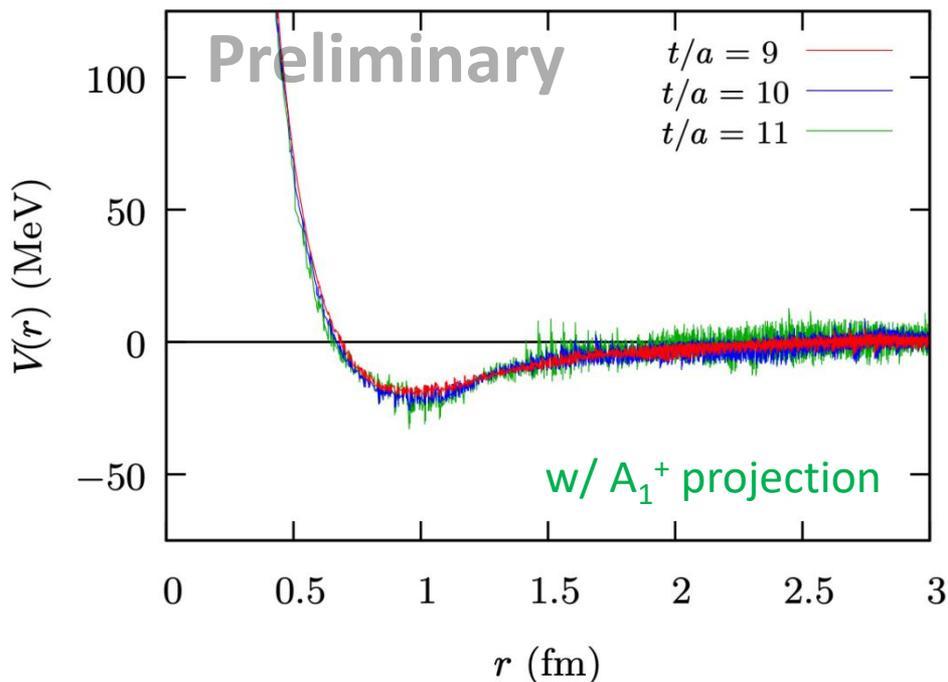
$27, 10, 8_s$ etc.: $SU(3)_f$ rep.



$N\Sigma(I=3/2)$ ポテンシャル

1S_0

3S_1



~ SU(3) **27**

~ $NN(I=1)$

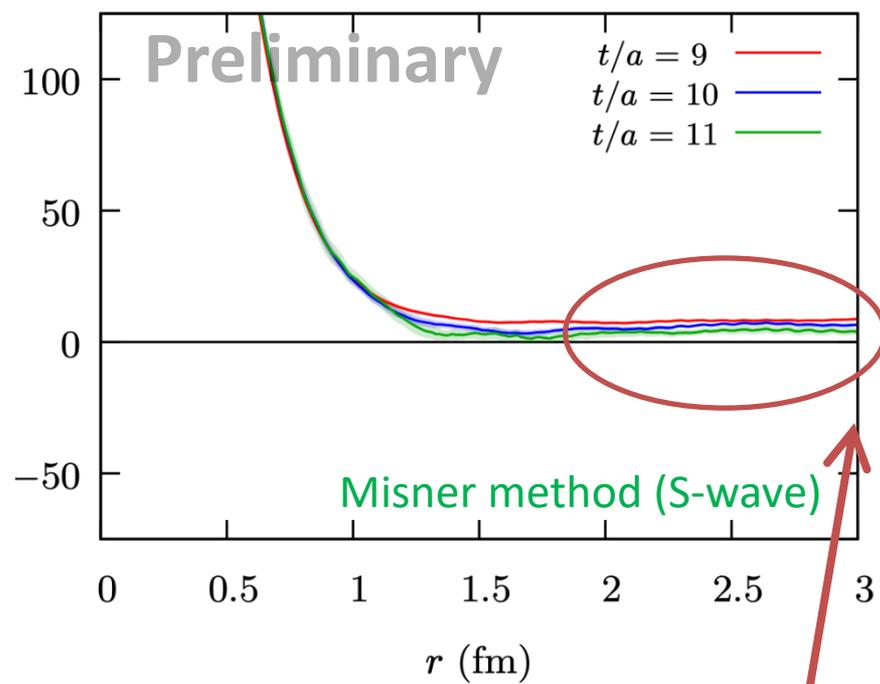
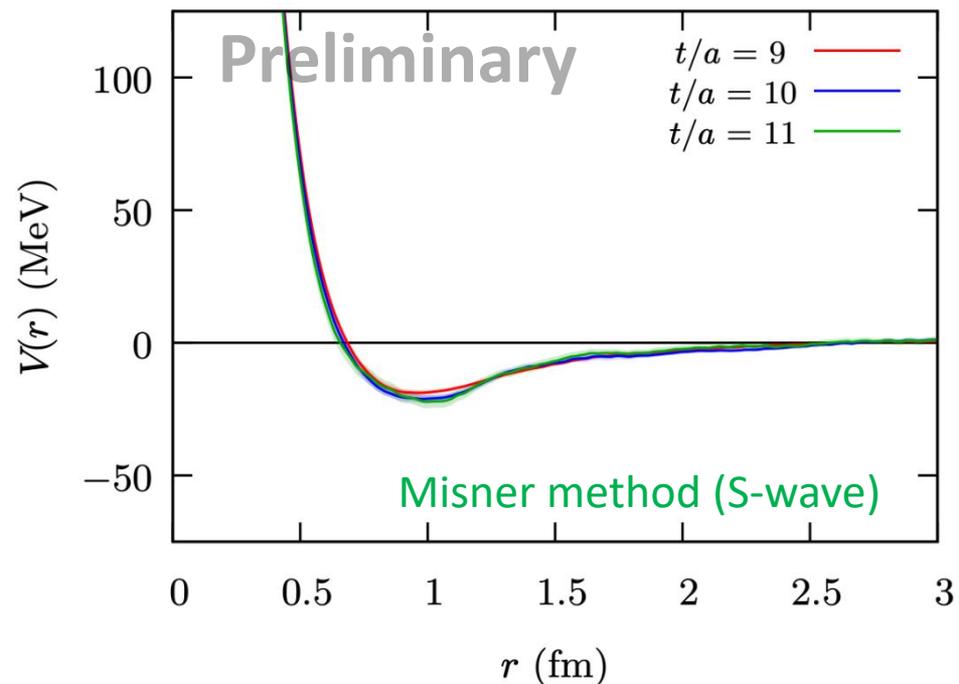
~ SU(3) **10**

~ Pauli forbidden, repulsive

$N\Sigma(I=3/2)$ ポテンシャル

1S_0

3S_1



$\sim \text{SU}(3) \text{ 27}$

$\sim NN(I=1)$

$\sim \text{SU}(3) \text{ 10}$

\sim Pauli forbidden,
repulsive

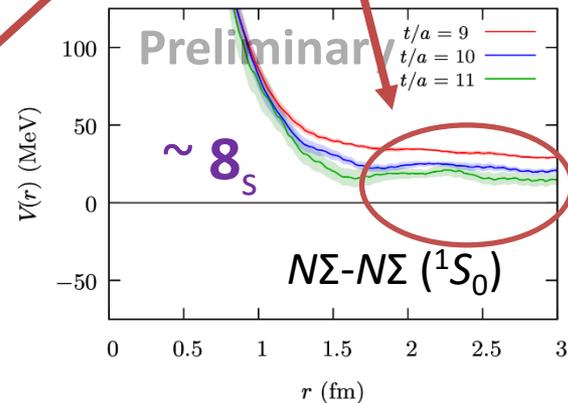
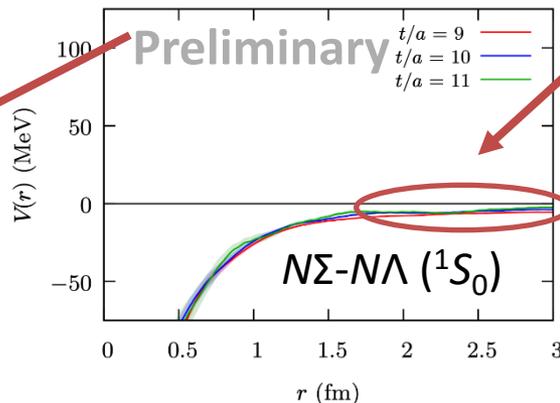
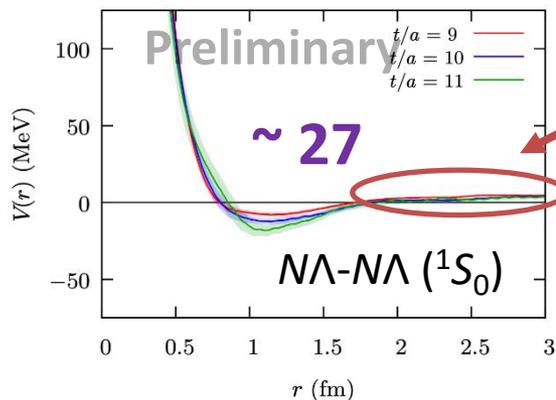
定数オフセット
from
非弾性励起状態

Misner 法: 部分波展開 & 平均化 at $[r-a, r+a]$

$N\Lambda$ - $N\Sigma$ 結合チャンネル ($I=1/2$)

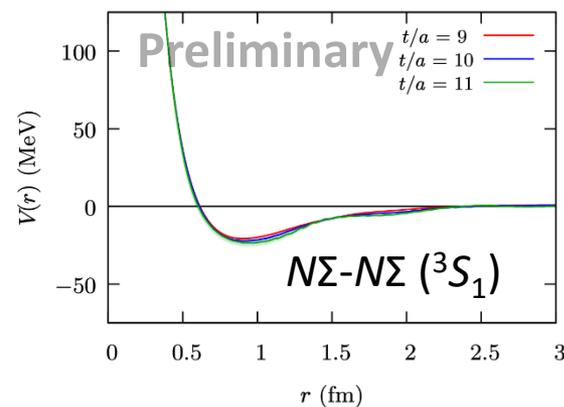
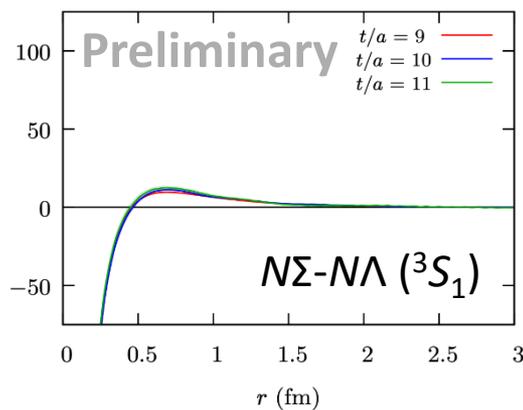
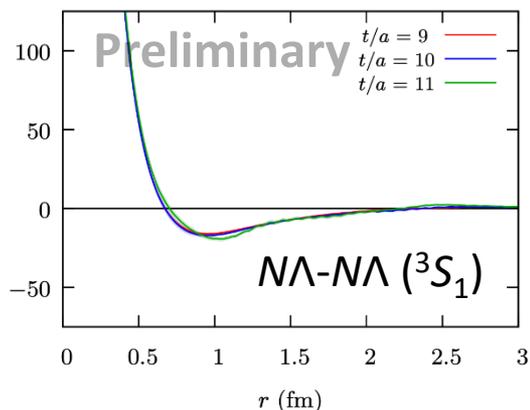
他の一部のチャンネルにも
定数オフセット
が残っている

2x2 $N\Lambda$ - $N\Sigma$ coupled-channel potential (1S_0)



2x2 $N\Lambda$ - $N\Sigma$ coupled-channel potential (3S_1)

問題ないチャンネルもある



$\sim 10^* + 8_a$

$\sim 10^* + 8_a$

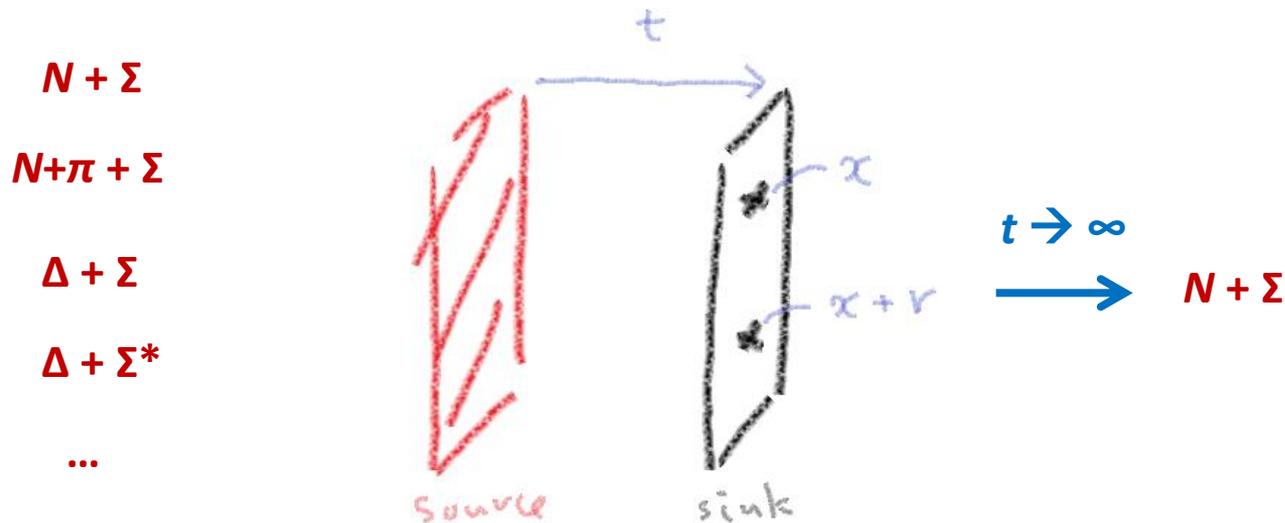
非弾性励起状態の寄与

非弾性励起状態からの寄与は R correlator に指数関数 $\exp(-bt)$ の和の形で入る

$$R(r, t) = \underbrace{\sum_{k:\text{elastic}} A_k \psi_k(r) e^{-\Delta E_k t}}_{\text{欲しいもの (N}\Sigma)} + \underbrace{\sum_i \psi_{\text{inel},i}(r) e^{-\Delta E_{\text{inel},i} t}}_{\text{非弾性励起状態の寄与}}$$

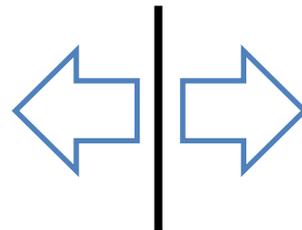
欲しいもの ($N\Sigma$)

非弾性励起状態の寄与



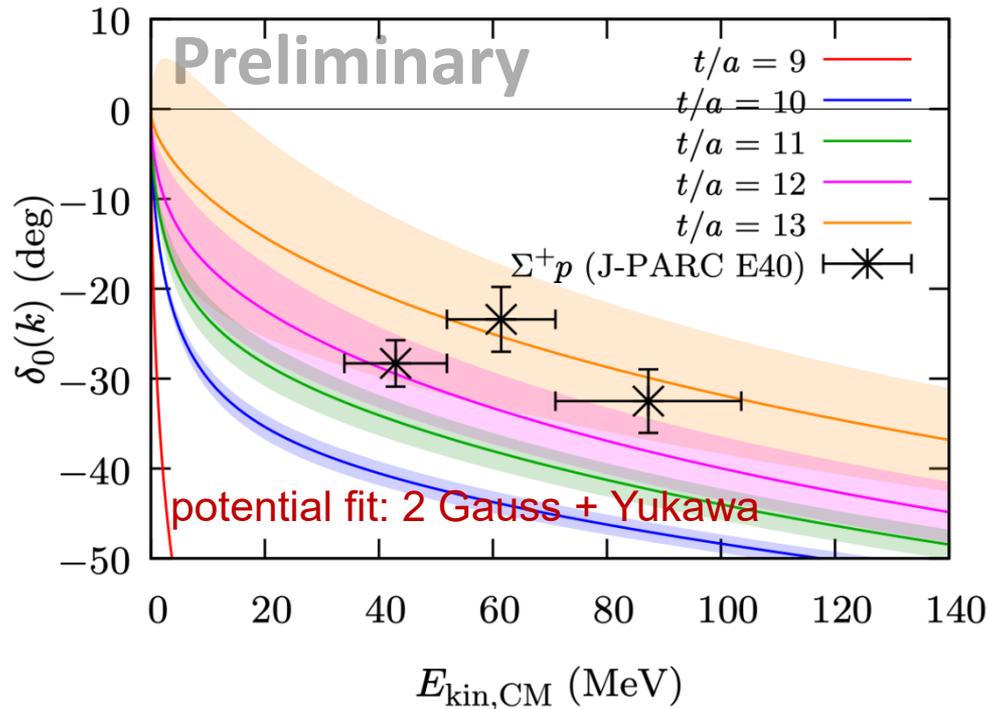
t/a が小さすぎると非弾性状態の寄与が落ちきらない

$r \rightarrow \infty$ で非弾性状態の mass 増分だけ定数オフセットが残る



t/a が大きすぎると弾性状態(欲しいもの)も小さくなりすぎる。エラー大

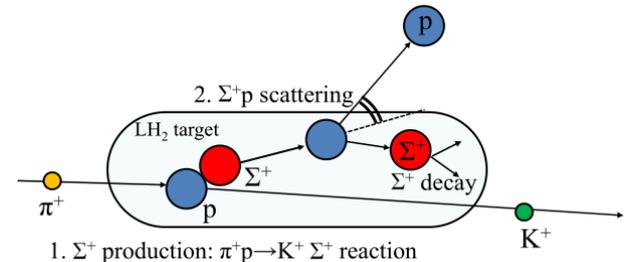
$N\Sigma(I=3/2) {}^3S_1$ 位相差



実験:

Σ^+p elastic scattering [J-PARC E40]
to determine the size of repulsion

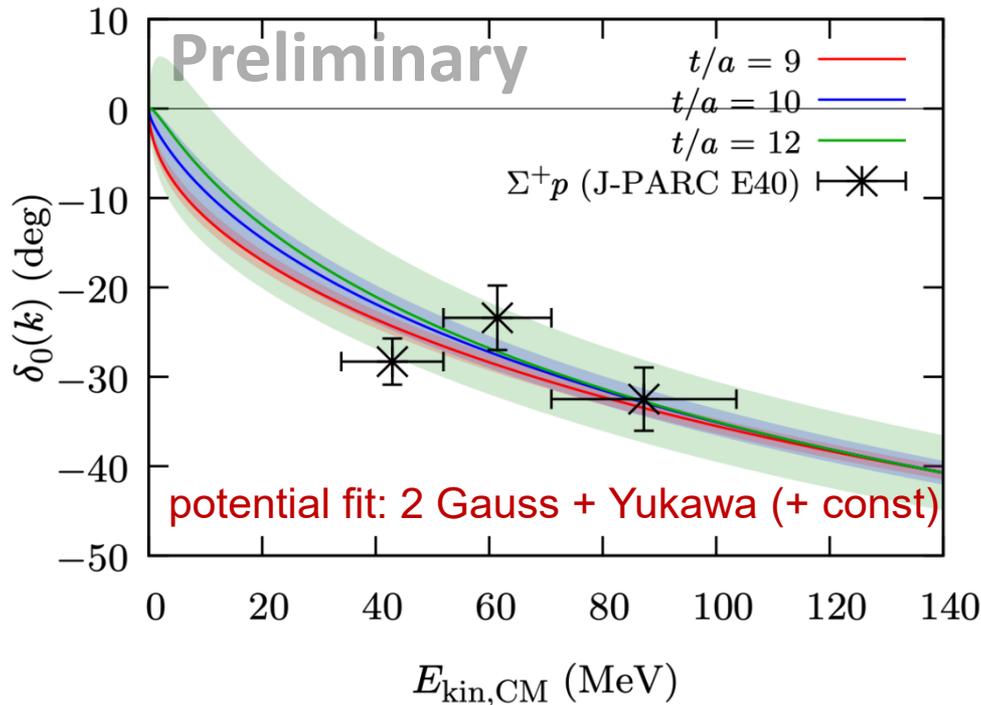
Nanamura et al. [J-PARC E40] PTEP
2022 (2022) 9, 093D01



$t/a \leq 11$: large contamination from inelastic excited states

$t/a \geq 12$: larger noise

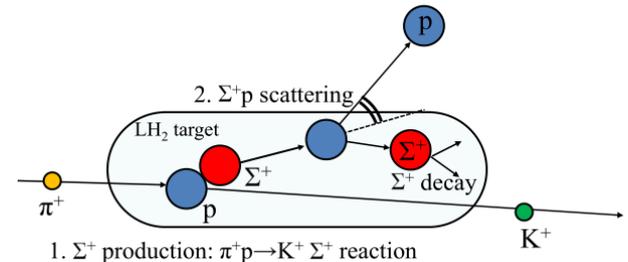
$N\Sigma(I=3/2) {}^3S_1$ 位相差



実験:

Σ^+p elastic scattering [J-PARC E40]
to determine the size of repulsion

Nanamura et al. [J-PARC E40] PTEP
2022 (2022) 9, 093D01



With the constant offset of the potential subtracted in fitting,
the result becomes **stable** for a larger t/a range.

→ Consistent with experimental estimation of phase shifts (with $\delta < 0$ assumed)

$V(r)$ の外挿 ($t/a \rightarrow \infty$)

非弾性励起状態からの寄与は R correlator に指数関数 $\exp(-bt)$ の和の形で入る

$$R(r, t) = \underbrace{\sum_{k:\text{elastic}} A_k \psi_k(r) e^{-\Delta E_k t}}_{\text{Elastic part}} + \underbrace{\sum_i \psi_{\text{inel},i}(r) e^{-\Delta E_{\text{inel},i} t}}_{\text{Inelastic contamination...}}$$

Elastic part

Inelastic contamination...

仮定 for ポテンシャル抽出: $V = (1/R) (-H_0 - \partial/\partial t) R$

$$V(r, t) \simeq \underbrace{V_{\text{el}}(r)}_{\text{欲しいもの}} + \underbrace{V_{\text{inel}}(r) e^{-bt}}_{\text{contamination (leading)}}$$

欲しいもの

contamination (leading)

Steps to get $V(r)$

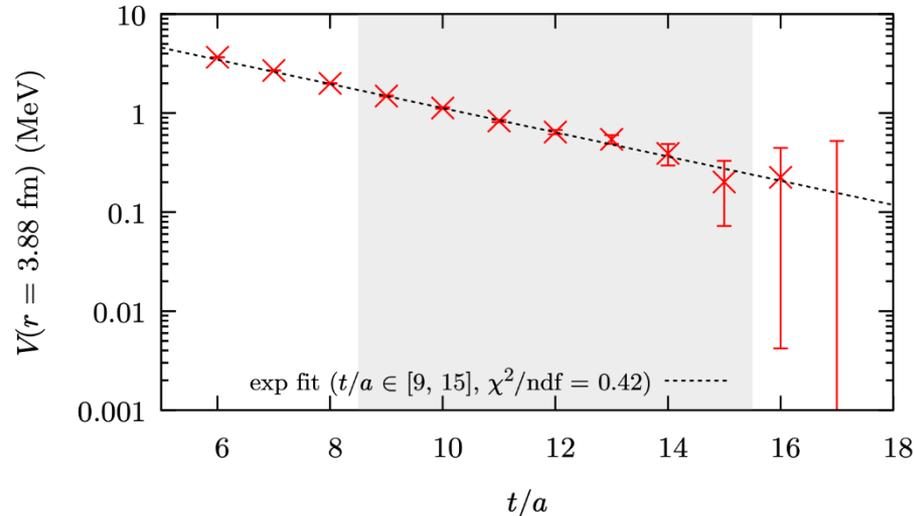
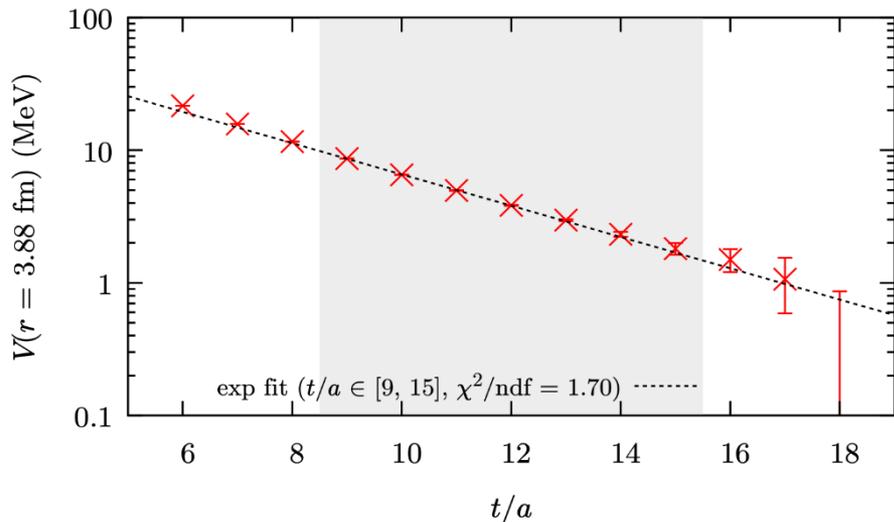
1. Determine b (> 0) at a **large r** ($r > 3.0$ fm) of $V(r, t)$
2. Fit V_{el} and V_{inel} at each r . \rightarrow Pick only V_{el} (Extrapolation for $t/a \rightarrow \infty$)

非弾性状態の寄与 in 三

三 はノイズが小さい → 広い t/a 範囲での非弾性状態の寄与の検証に使える

$\Xi\Xi (I = 0, {}^3S_1)$

$\Xi\Xi (I = 1, {}^1S_0)$



points: calculated potential values

line: exponential fit by $a \exp(-bt)$

shaded region: fitting range

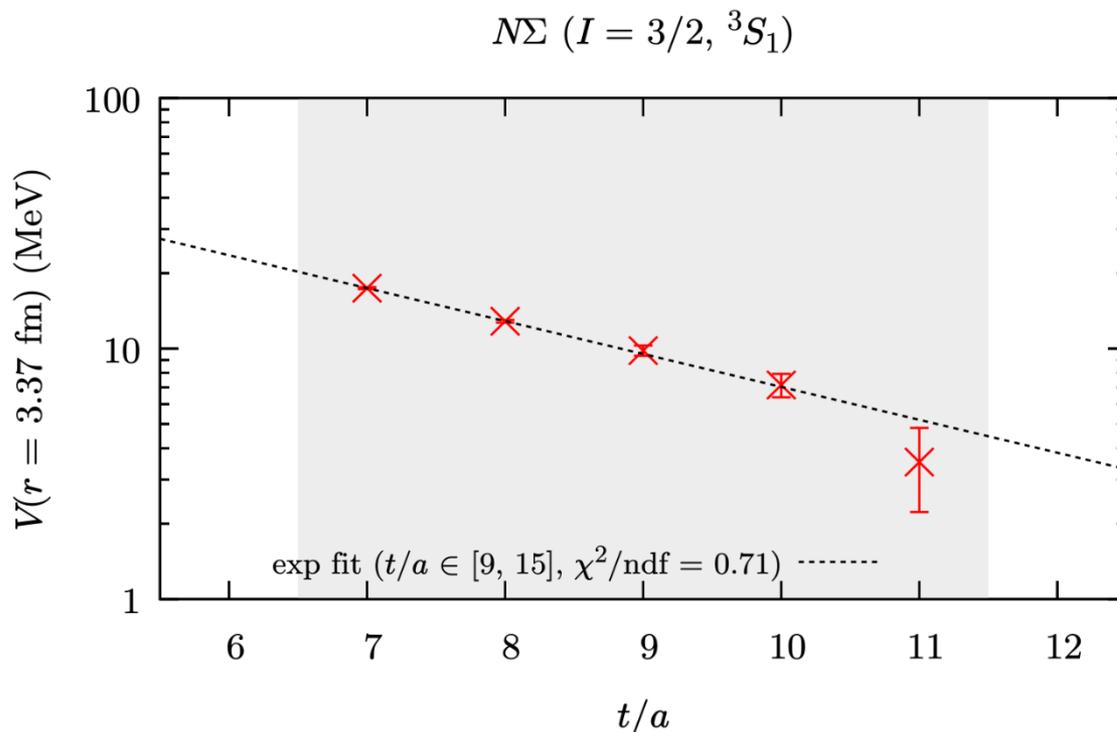
非弾性状態の寄与は単一の指数関数でよく記述することができる

at 大きい r (i.e., 定数オフセットの領域)

in 三 (非弾性の寄与が小さい channel)

非弾性状態の寄与 in $N\Sigma$ ($I=3/2, {}^3S_1$)

$N\Sigma \rightarrow$ 大きなノイズ ... より少ない点で見なければならぬ



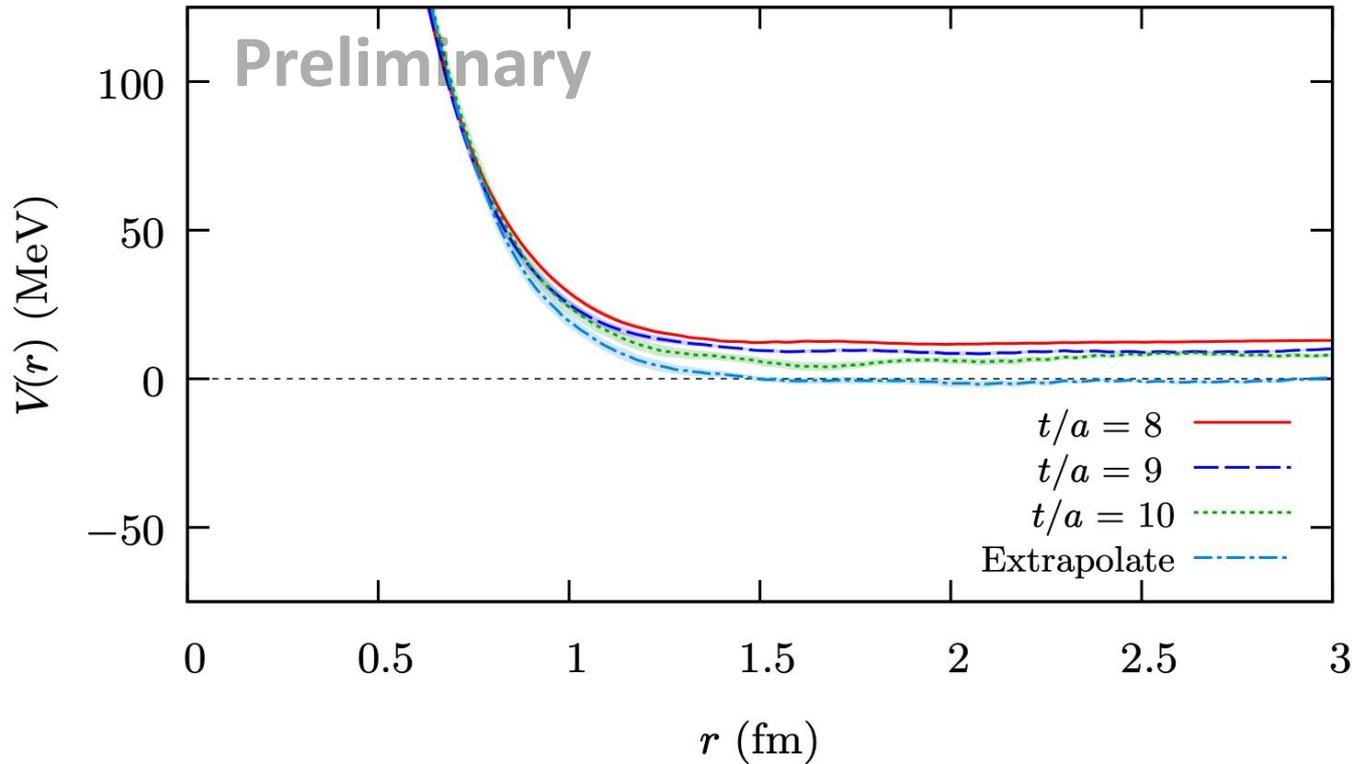
$N\Sigma$ でも定数オフセットは単一指数関数の振る舞い

外挿したポテンシャル $V_{N\Sigma}(r)$ ($I = 3/2, {}^3S_1$)

外挿の結果 $t/a \rightarrow \infty$

$b \sim 0.28 = 690 \text{ MeV}$
fitted to $r = 3-3.38 \text{ fm}$

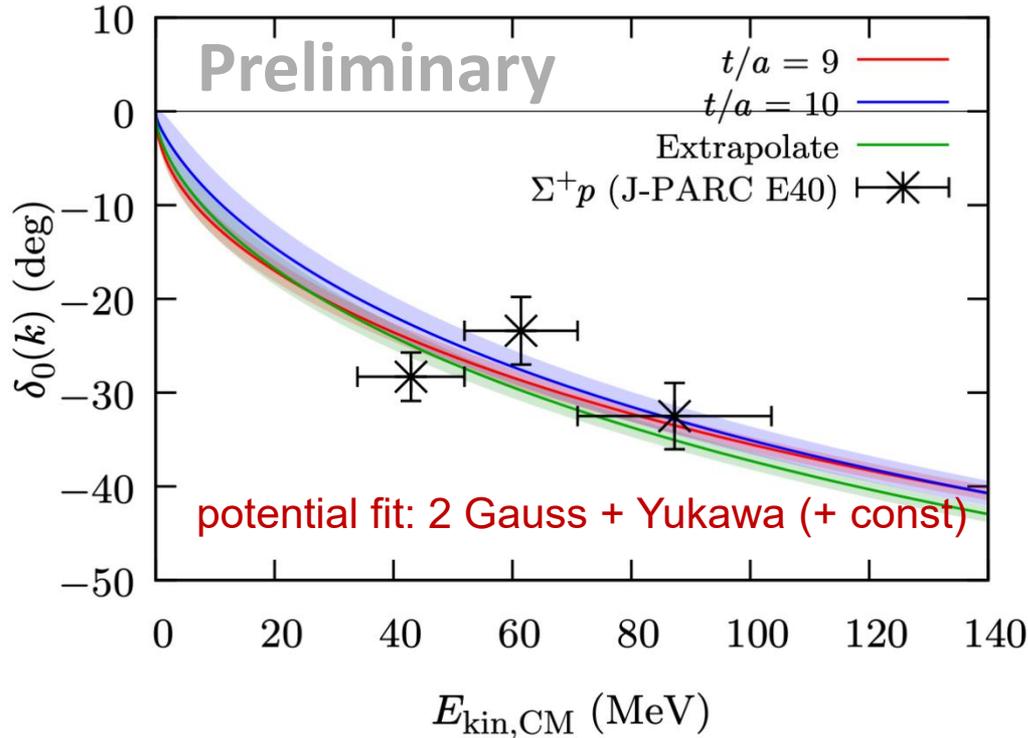
$N\Sigma (I = 3/2, {}^3S_1)$



小さい r at $r < 1$ では外挿による補正は小さくなる
= 単なる定数の引き算ではない。

定数引き算 and 指数関数による外挿を δ_0 で比較

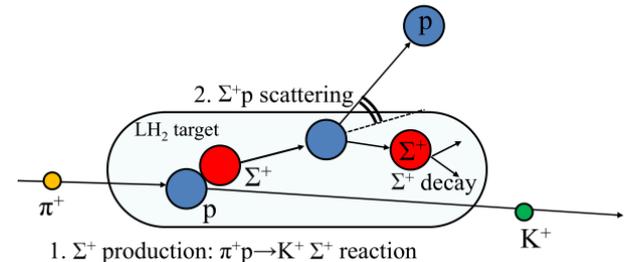
$N\Sigma (I = 3/2, {}^3S_1)$



実験:

Σ^+p elastic scattering [J-PARC E40]
to determine the size of repulsion

Nanamura et al. [J-PARC E40] PTEP
2022 (2022) 9, 093D01



定数引き算(red/blue)による位相差

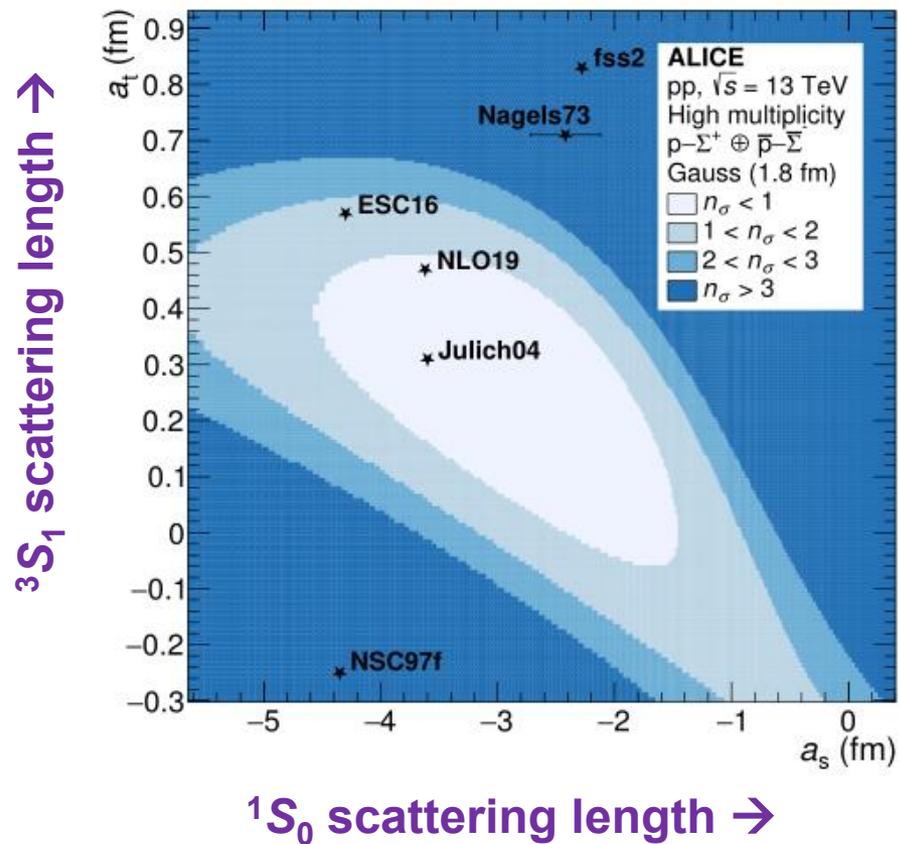
指数関数による外挿法 (green) による位相差とコンシステント

← short range ($r < 1$) のポテンシャルは δ_0 に余り寄与しない

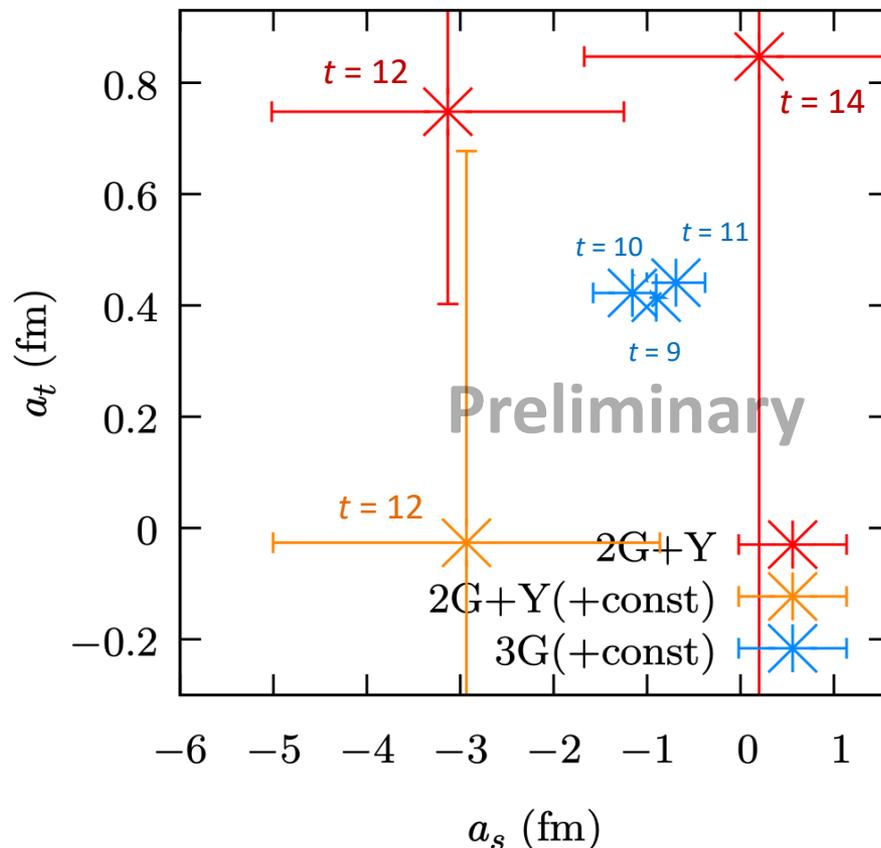
フェムトスコピー $p\Sigma^+$ (ALICE)

Legend (fitting function):
G = Gauss, **Y** = Yukawa OPE,
const = const subtraction

ALICE, arXiv:2510.14448v1 [nucl-ex] (2025)
 (a_s, a_t) for Gaussian potential (1.8 fm)



(Coulomb **Un**modified) 散乱長
 from HAL-conf-2023
 in the same plotting range



フィッティング関数依存性 &
 時間依存性が大きい

b : 非弾性励起状態の“ Δ 質量”

$$V_{\text{inel}}(r,t) \propto \exp(-bt),$$

素朴には最低の非弾性励起状態の質量ギャップ

b は大きな $r > 3.0$ fm で決定

例: $b = 0.285(14)/\alpha = 690$ MeV

for $N\Sigma(l=3/2, {}^3S_1)$. Ξ でも同程度。

何故?

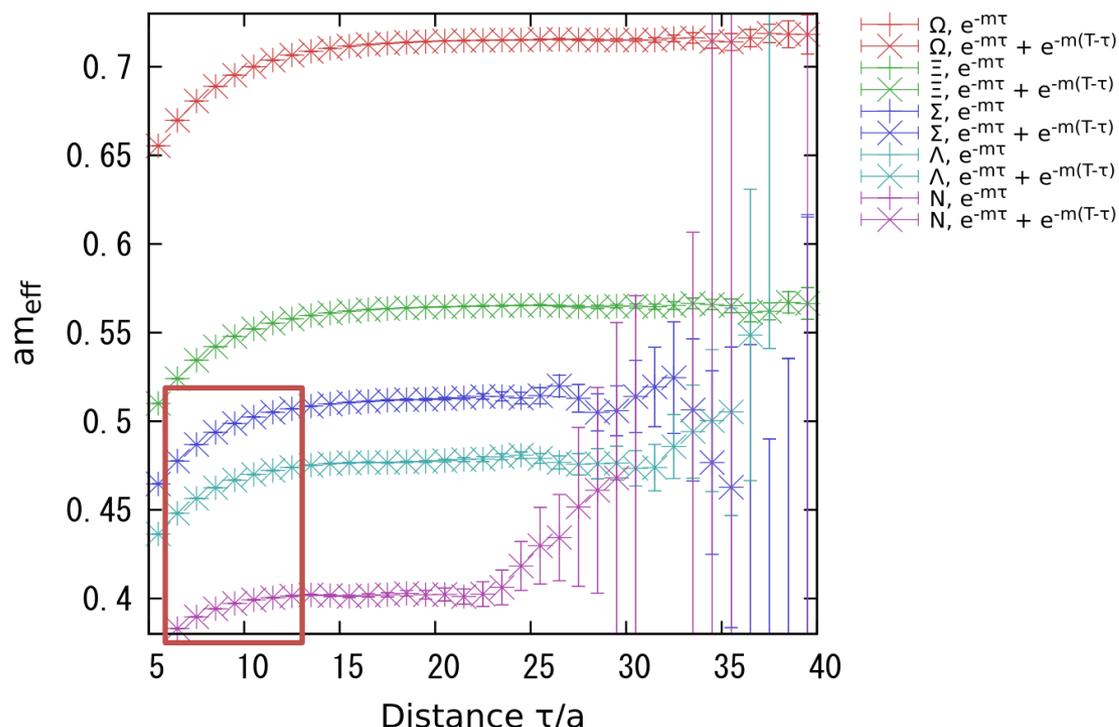
0-690 MeV の励起状態は消えた?

可能性: 2点関数に対する励起状態の寄与

4点関数の評価方法

$$R^c_d(r, t) = \frac{F_{4\text{pt}}(r, t)}{\exp[-(m_{c1} + m_{c2})t]} \simeq \frac{F_{4\text{pt}}(r, t)}{C_{2\text{pt},c_1}(t)C_{2\text{pt},c_2}(t)}.$$

2点間数から抜き出した質量



経験的には統計誤差を抑えるためのトリックだった

見ている領域
2点関数自体が基底状態になっていない。
分子と分母でキャンセル???
→検証中

まとめ

- 物理点上の $N\Lambda$ & $N\Sigma$ ポテンシャルの解析(ongoing):
HAL QCD 法を **F-conf (HAL-conf-2023)** 上の4点関数に適用
- 斥力的なチャンネル $N\Sigma(l=3/2) ^1S_0$ & $N\Sigma(l=3/2) ^3S_1$ の
ポテンシャルに**定数オフセット** ← **非弾性状態の寄与**
(大きなオフセット at **small t/a**) vs (大きなノイズ at **large t/a**)
 - 手で定数を引くと t/a 依存性が小さくなる
 - 指数関数 (仮定 $\Delta V \sim e^{-bt}$) による**小さな t/a からの外挿**
- 実験との比較
 - $l=3/2$ $\delta(^3S_1)$ consistent with 散乱実験 J-PARC E40 Σ^+p ?
 - $l=3/2$ $a(^1S_0)$ and $a(^3S_1)$ [\sim ALICE フェムトスコーピー] 不定性

Outlook

- **指数関数による外挿法の系統的な検証**, より良い方法
- **フィッティング関数 (analytic form)** 依存性, 3D_1 , テンソル力, ...