

Green関数法を用いた反陽子原子の生成スペクトル

N. Miyazaki^A, J. Yamagata-Sekihara^A and S. Hirenzaki^B

Department of Physics, Kyoto Sangyo University^A

Department of Physics, Nara Women's University^B

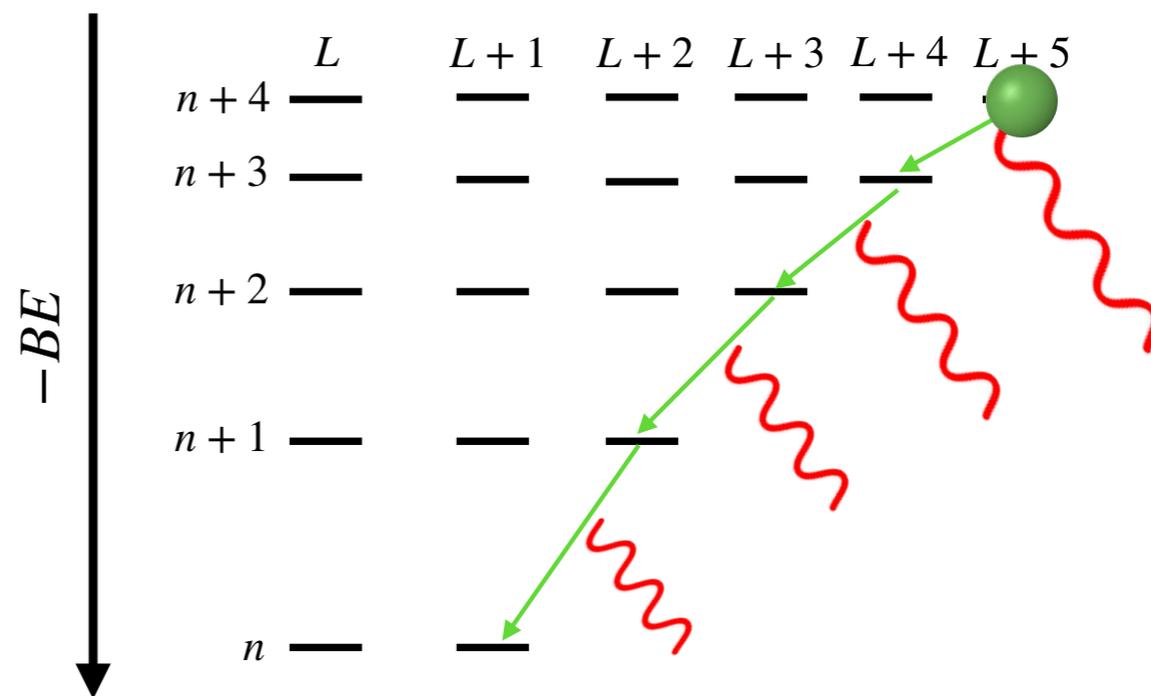
2. \bar{p} -Nucleus interaction

X線分光法 … \bar{p} atom を生成する手法.

- ① 低エネルギー \bar{p} ビームを利用して、 \bar{p} をごく浅い軌道に束縛させる.
- ② \bar{p} が下の軌道に落ちてくる.
- ③ その際に放出されるX線から、レベル間隔と自然幅を直接観測する.
- ④ 最終的に、 \bar{p} は原子核に吸収される.

原子核による吸収の効果が非常に大きい

→ 深い軌道に落ちてくる前に \bar{p} は原子核に吸収される.



2. \bar{p} -Nucleus interaction

X線分光法で得られるデータは
一つの原子核に対して1つか2つの浅い軌道のみ

実験的にやりやすい.

→ あらゆる原子核を標的として \bar{p} atom の生成実験が行われてきた.

大量のX線分光法のデータ → **現象論的な \bar{p} -Nucleus optical potential** を構築.

C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal, Phys. Rept. 287, 385-445 (1997).

$$2\mu V_{\text{opt}}(r) = -4\pi\eta b_0\rho(r) \quad b_0 = (2.5 \pm 0.3) + i(3.4 \pm 0.3) \text{ fm}$$
$$\eta = 1 + m_{\bar{p}}/M_N$$

$\rho(r)$ は原子核密度分布. ← 本研究では電荷密度分布を核子数で規格化したものを使う.

C. W. De Jager, H. De Vries, C. De Vries, ATOMIC DATA AND NUCLEAR DATA TABLES, 14, 479-508 (1974).

H. De Vries, C. W. De Jager, C. De Vries, ATOMIC DATA AND NUCLEAR DATA TABLES, 36, 495-536 (1987).

2. \bar{p} -Nucleus interaction

C. J. Batty, E. Friedman and A. Gal, Phys. Rept. 287, 385-445 (1997).

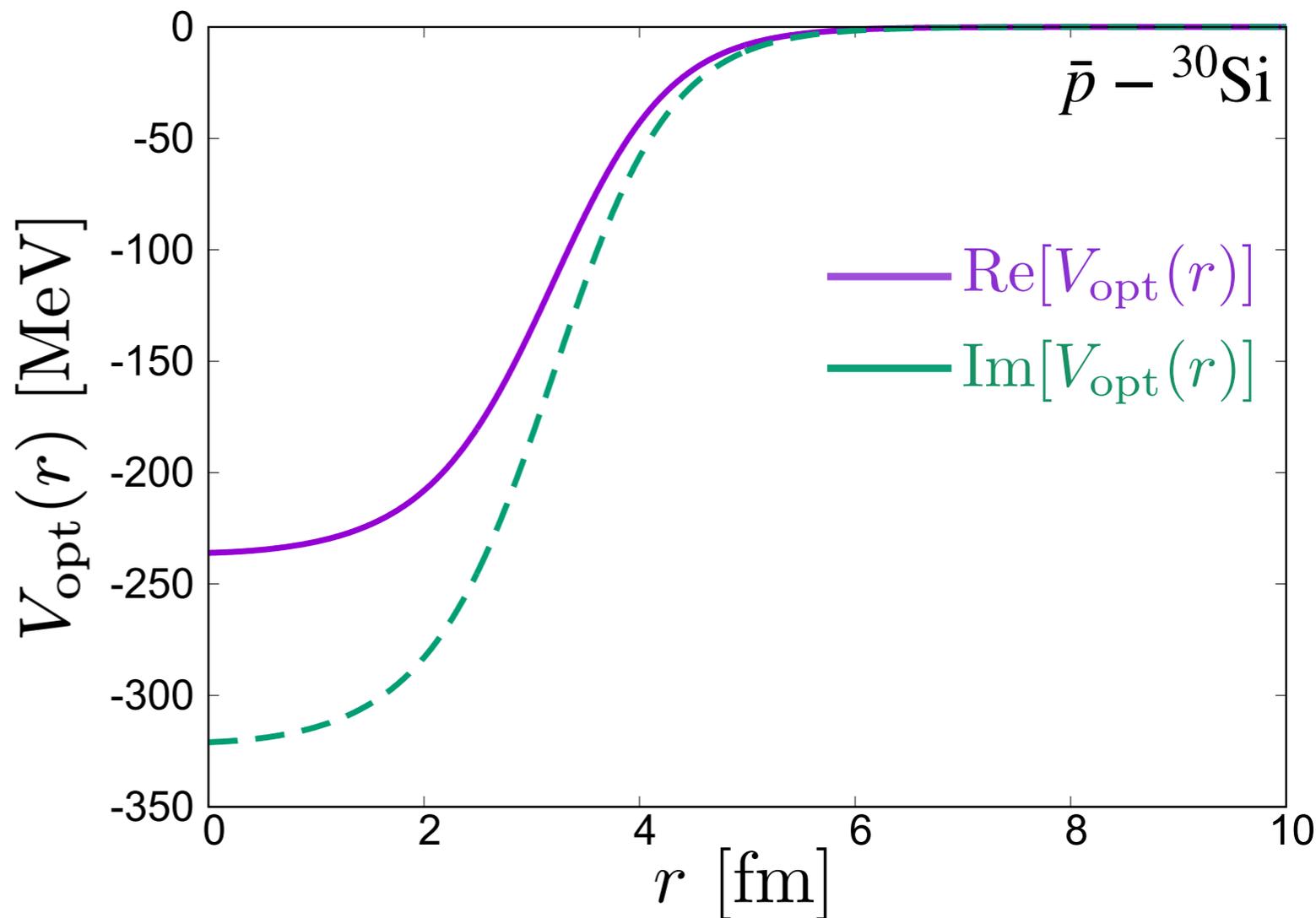
$$2\mu V_{\text{opt}}(r) = -4\pi\eta b_0\rho(r) \quad b_0 = (2.5 \pm 0.3) + i(3.4 \pm 0.3) \text{ fm} \quad \eta = 1 + m_{\bar{p}}/M_N$$

Three parameter Fermi model

$$\rho(r) = \left(1 + w \frac{r^2}{c^2}\right) \frac{\rho_0}{1 + \exp\{(r - c)/a\}}$$

$$w = -0.07 \quad a = 0.553 \text{ fm} \\ c = 3.252 \text{ fm}$$

H. De Vries, C. W. De Jager, C. De Vries, ATOMIC DATA AND NUCLEAR DATA TABLES, 36, 495-536 (1987).



3. Binding energy and Decay width

Coulomb potential

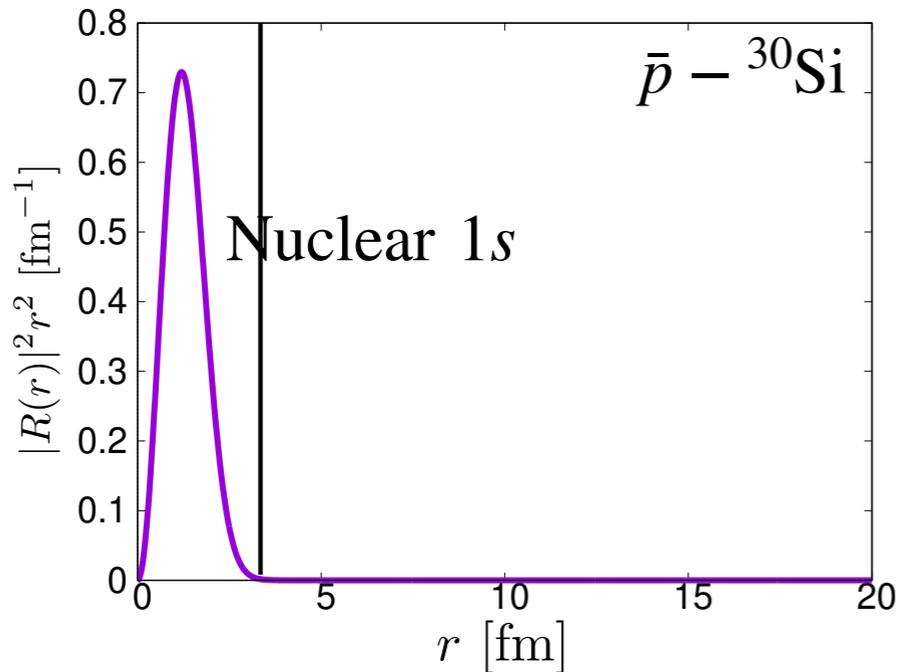
① Finite size + ② Vacuum polarization

Klein-Gordon equation

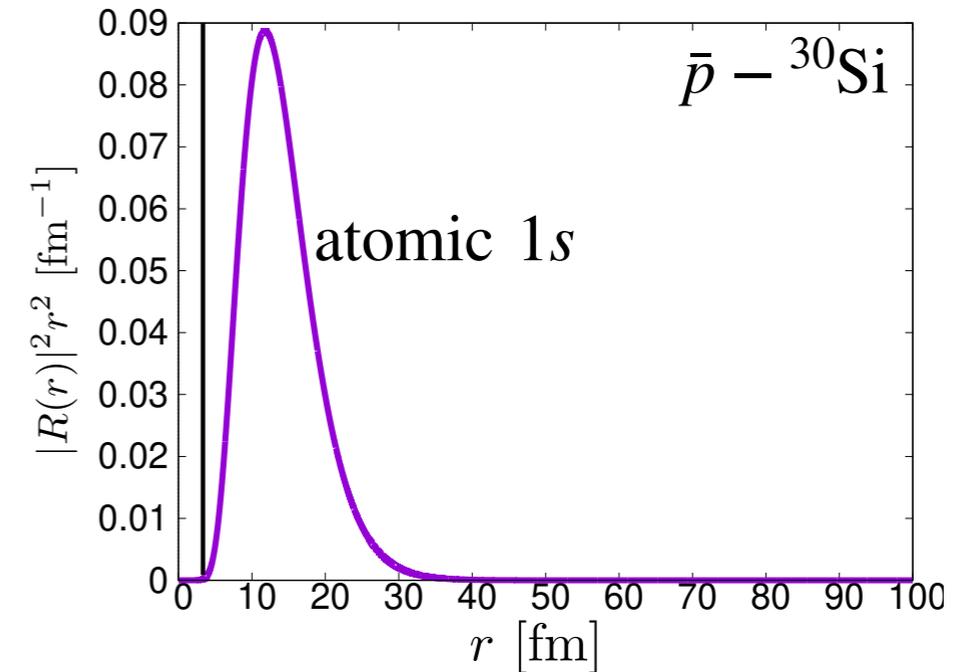
$$[-\nabla^2 + \mu^2 + 2\mu V_{\text{opt}}(r)]\phi(\mathbf{r}) = [E - V_{\text{em}}(r)]^2 \phi(\mathbf{r})$$

$$V_{\text{em}} = V_{\text{FS}} + V_{\text{VP}}$$

① Nuclear state (\bar{p} が原子核の内側に束縛する。
(\bar{p} Nucleus) 束縛エネルギーは MeV オーダー.

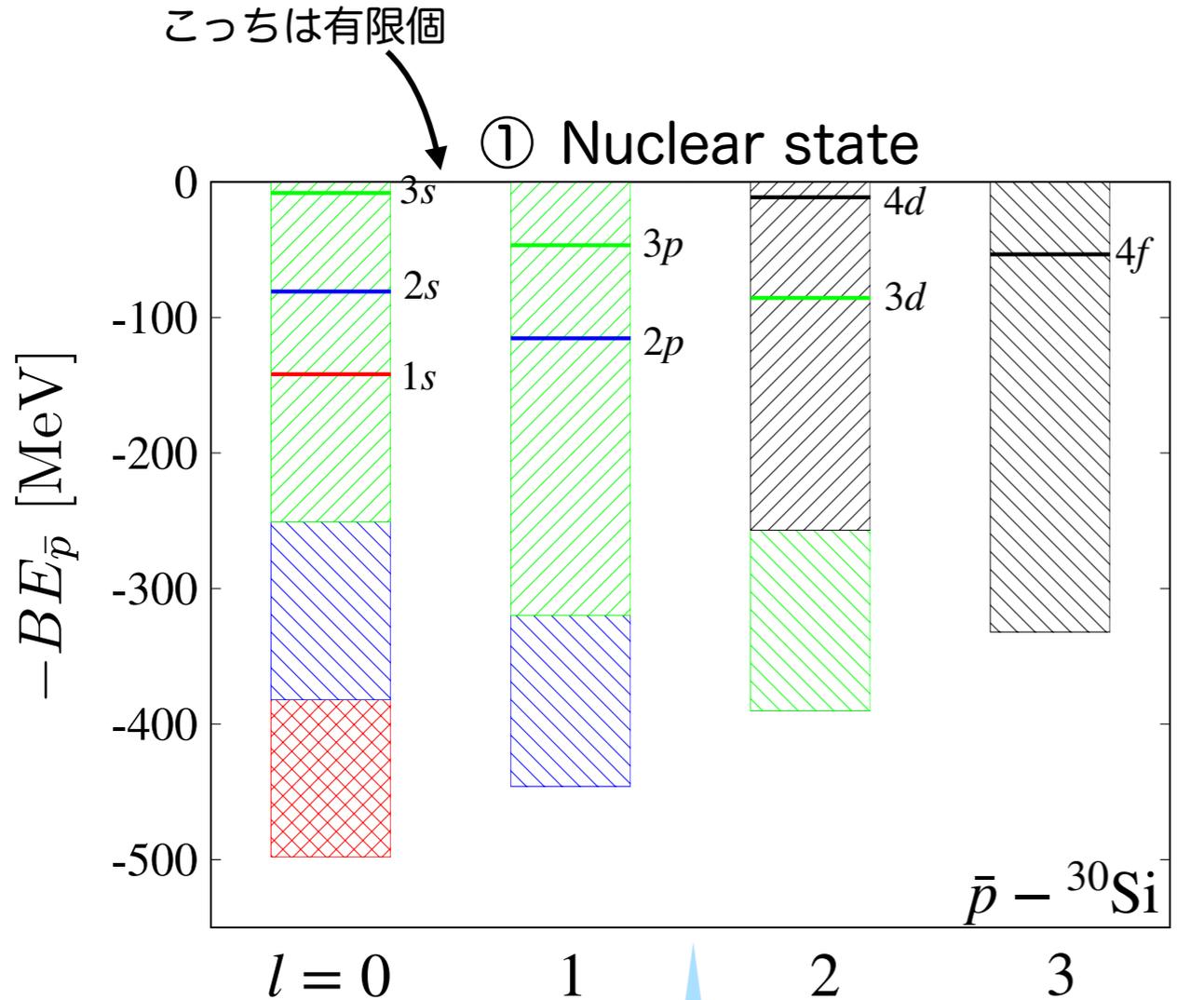


② atomic state (\bar{p} が原子核の外側に束縛する。
(\bar{p} atom) 束縛エネルギーは keV オーダー.



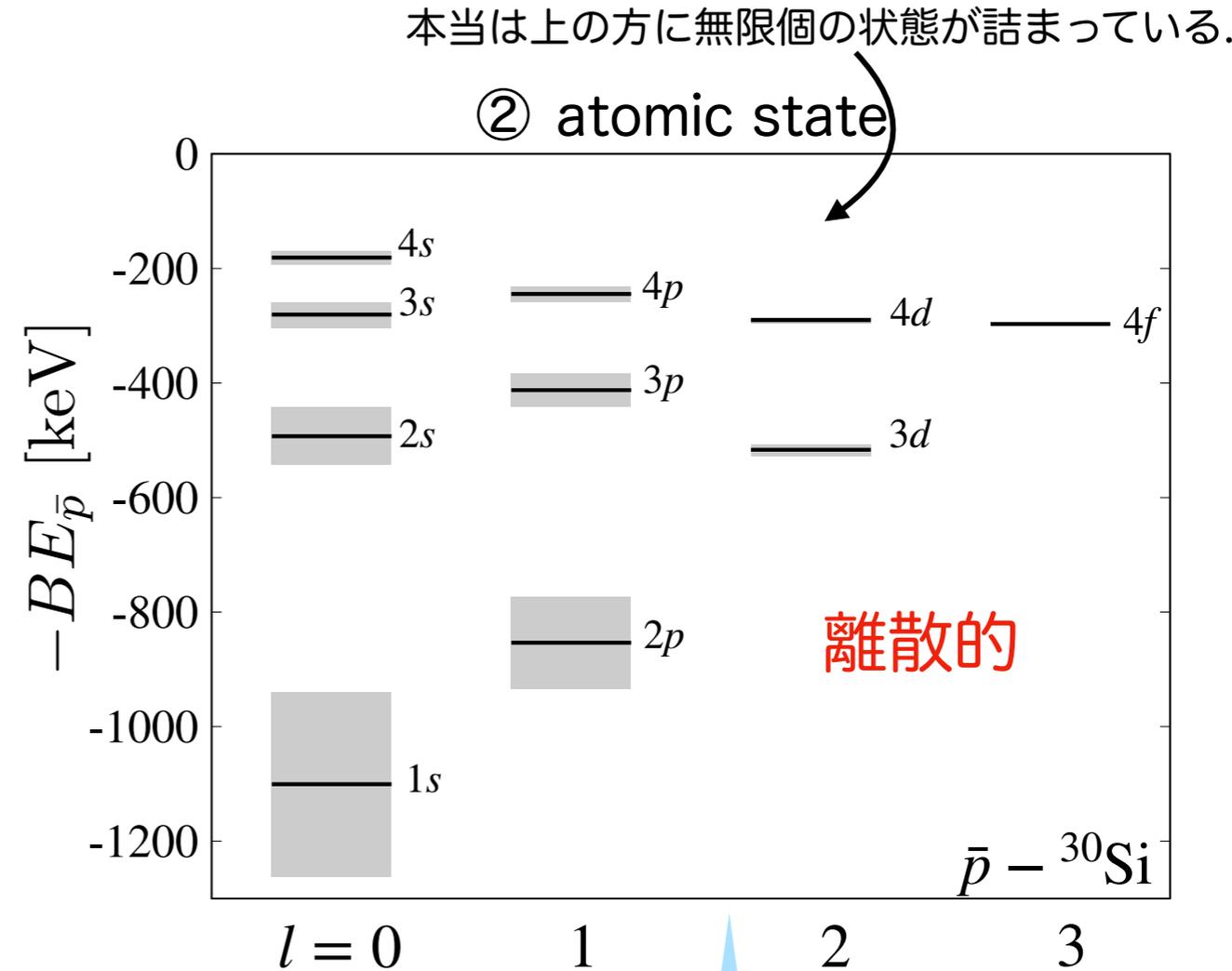
3. Binding energy and Decay width

$$[-\nabla^2 + \mu^2 + 2\mu V_{\text{opt}}(r)]\phi(\mathbf{r}) = [E - V_{\text{em}}(r)]^2\phi(\mathbf{r})$$



optical potential が支配的

back ground として重要になる。



離散的

coulomb potential が支配的

今回の主役!!

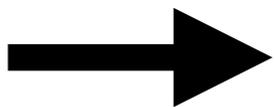
4. \bar{p} atom formation via (\bar{p}, p) reaction

ここまでのながれ

- ① 実験 (X線分光法) データが大量にある.
- ② 現象論的なポテンシャルが構築されている.
- ③ (このポテンシャルを使って) 束縛状態の計算ができる.



深い束縛状態を調べる手法



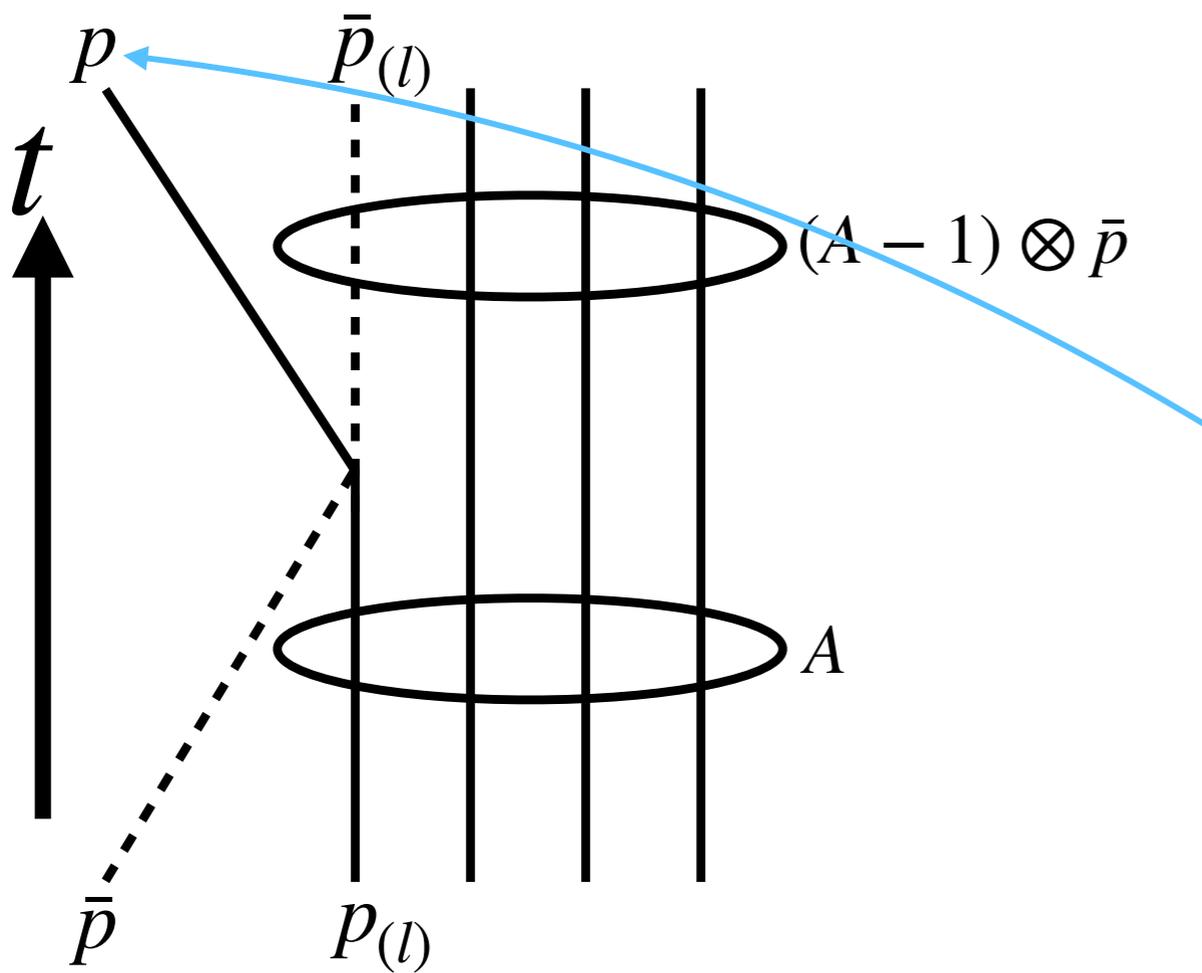
(\bar{p}, p) 反応を利用した反陽子原子の生成

本研究の目的

(\bar{p}, p) 反応を利用した反陽子原子の生成断面積を理論的に計算.

→ 深い束縛状態の観測可能性を探る.

4. \bar{p} atom formation via (\bar{p}, p) reaction



深い軌道に直接 \bar{p} を束縛させる.

→ X線分光法では観測できない
 深い束縛状態を観測できる.

終状態の p のエネルギーと散乱角度を観測.

→ 2重微分断面積 $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p dE_p}$

数値計算によって $\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p dE_p}$ を計算する手法

- Effective Number approach
- Green's Function method

4. \bar{p} atom formation via (\bar{p}, p) reaction

N. Miyazaki, J. Yamagata-Sekihara and S. Hirenzaki, [arXiv:2512.11278 [hep-ph]].

* Effective Number approach と Green's Function method の定式化 (簡単ver)

前提となる仮定

- ① 標的核は十分重く、原子核の反跳は無視できる。
- ② 射出される陽子以外の核子は反応に寄与しない。

散乱振幅

終状態の射出陽子

終状態の束縛反陽子

始状態の入射反陽子

始状態の束縛陽子

$$S = ic \int dt d^3x \sqrt{\frac{M_p}{E_{p'}}} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{iE_{p'}t} \chi_{p'}^*(\mathbf{x}) \xi_{\frac{1}{2}m_s}^* \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\bar{p}'}}} e^{i\omega_{\bar{p}'}t} \phi_{\bar{p}'}^*(\mathbf{x}) \frac{1}{\sqrt{2\omega_{\bar{p}}}} \frac{1}{\sqrt{V}} e^{-i\omega_{\bar{p}}t} \chi_{\bar{p}}(\mathbf{x}) \sqrt{\frac{M_p}{E_p}} e^{-iE_p t} \psi_p(\mathbf{x})$$

微分断面積

$$d\sigma = \frac{V^2}{v_{\text{rel}}} \frac{1}{VT} |S|^2 \frac{V}{(2\pi)^3} d^3p_{p'}$$

4. \bar{p} atom formation via (\bar{p}, p) reaction

N. Miyazaki, J. Yamagata-Sekihara and S. Hirenzaki, [arXiv:2512.11278 [hep-ph]]

Effective Number approach

$$\Delta E = T_p - T_{\bar{p}} + S_p - BE_{\bar{p}}$$

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{p'}d\Omega_{p'}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{p'}} \right)_{\bar{p}p \rightarrow p\bar{p}}^{\text{ele}} \sum_{\bar{p} \otimes p} \frac{\Gamma_{\bar{p}}}{2\pi} \frac{1}{\Delta E^2 + \Gamma_{\bar{p}}/4} \underbrace{\left| \int d^3x \chi_{p'}^*(\mathbf{x}) \phi_{\bar{p}'}^*(\mathbf{x}) \chi_{\bar{p}}(\mathbf{x}) \psi_p(\mathbf{x}) \right|^2}_{N_{\text{eff}}}$$

O. Morimatsu and K. Yazaki, Nucl. Phys. A **435**, 727-737 (1985).

O. Morimatsu and K. Yazaki, Nucl. Phys. A **483**, 493-513 (1988).

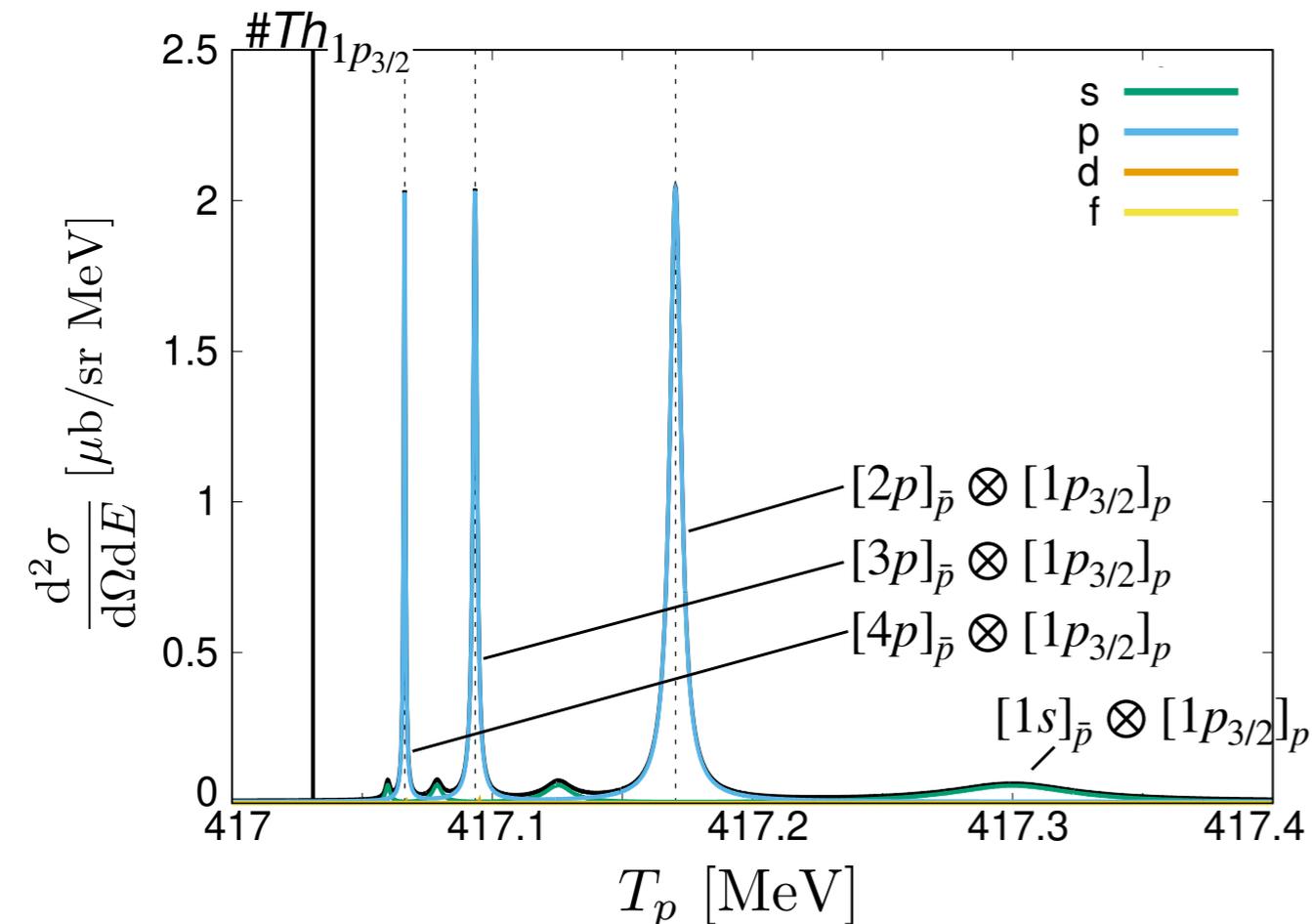
Green's Function method

$$\frac{d^2\sigma}{dE_{p'}d\Omega_{p'}} = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega_{p'}} \right)_{\bar{p}p \rightarrow p\bar{p}}^{\text{ele}} \times \left(-\frac{1}{\pi} \right) \sum_{\bar{p}} \text{Im} \times \sum_{\alpha\alpha'} \int d^3r d^3r' \langle i | \psi_p^*(\mathbf{r}') | \alpha \rangle \chi_{\bar{p}}^*(\mathbf{r}') \chi_{p'}(\mathbf{r}') \underbrace{\langle \alpha | \phi_{\bar{p}'}(\mathbf{r}') \frac{1}{E - H + i\eta} \phi_{\bar{p}'}^*(\mathbf{r}) | \alpha' \rangle}_{G_{\alpha, \alpha'}(E; \mathbf{r}, \mathbf{r}')} \chi_{p'}^*(\mathbf{r}) \chi_{\bar{p}}(\mathbf{r}) \langle \alpha' | \psi_p(\mathbf{r}) | i \rangle$$

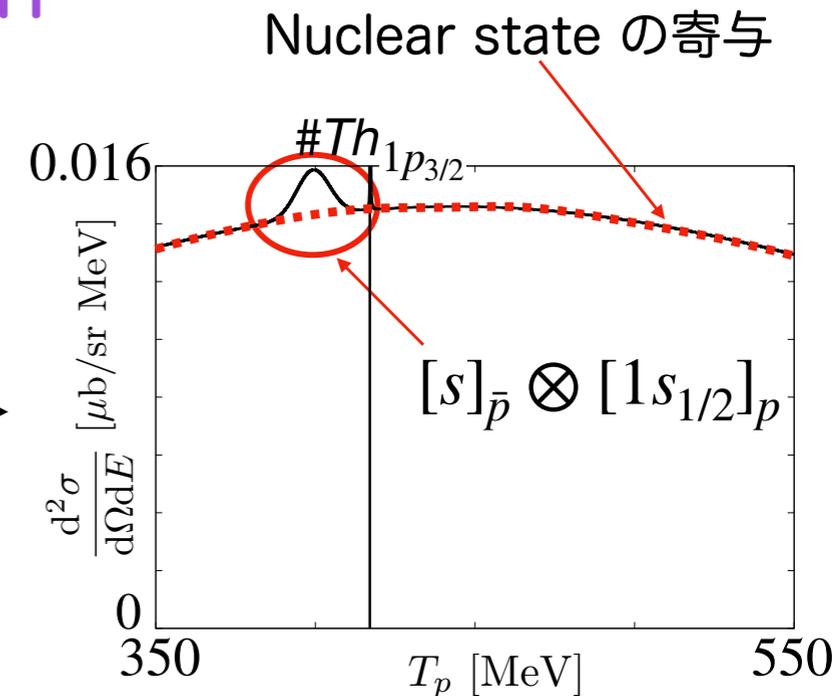
4.1. Results

$$^{12}\text{C}(\bar{p}, p)^{11}\text{B}_{\bar{p}}$$

Effective Number approach



同じ計算を広い範囲で



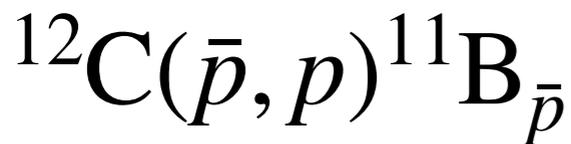
- $[1p_{3/2}]_p$ のときは $[p]_{\bar{p}}$ が強調される。
- ローレンツ分布型の対称なピーク。
- 干渉の効果が入っていない。

single particle states [MeV]	^{12}C	
	S_p	Γ_p
$1p_{3/2}$	16.0	0
$1s_{1/2}$	33.9	12.1

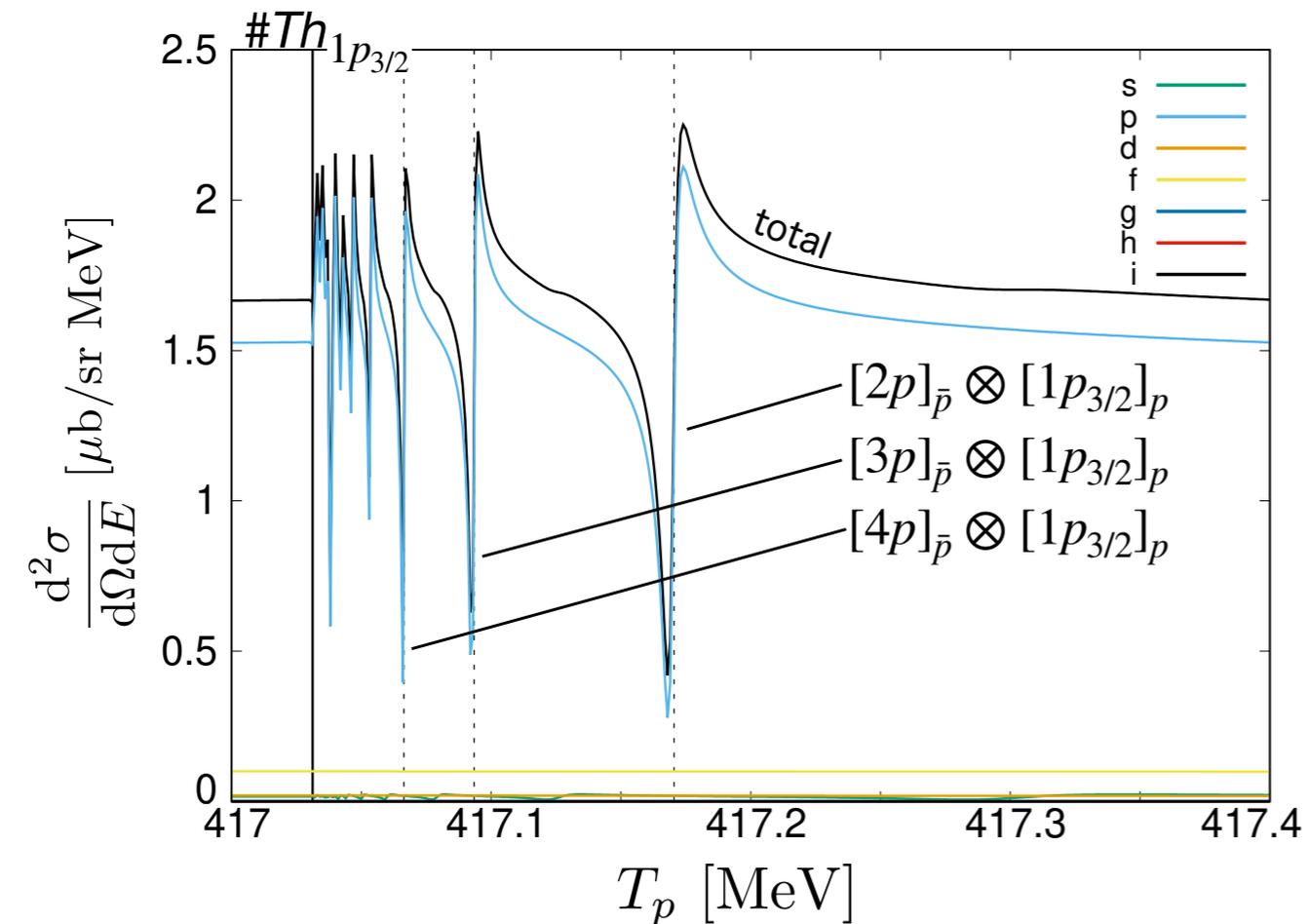
$$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$$

$$\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$$

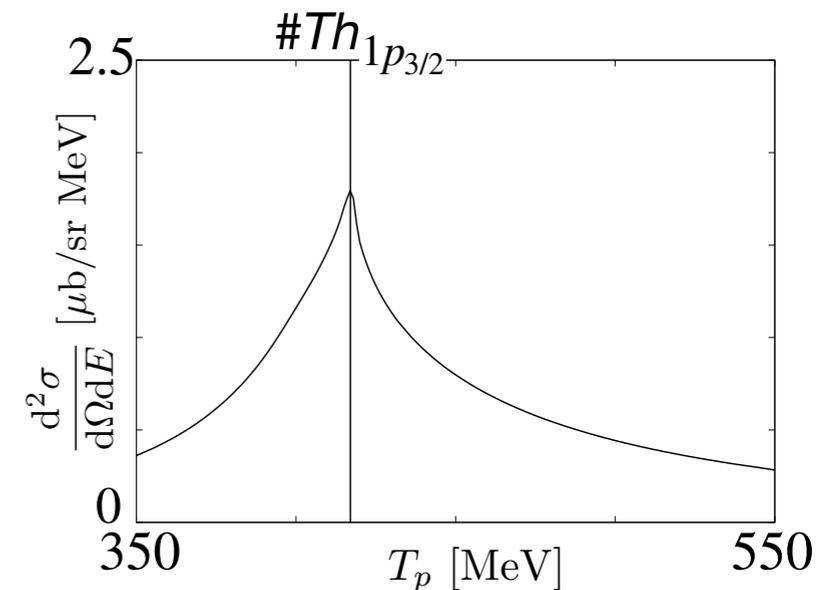
4.1. Results



Green's Function method



同じ計算を広い範囲で



- 干渉によって非対称なピーク.
- atomic state 以外からの寄与が大きい.

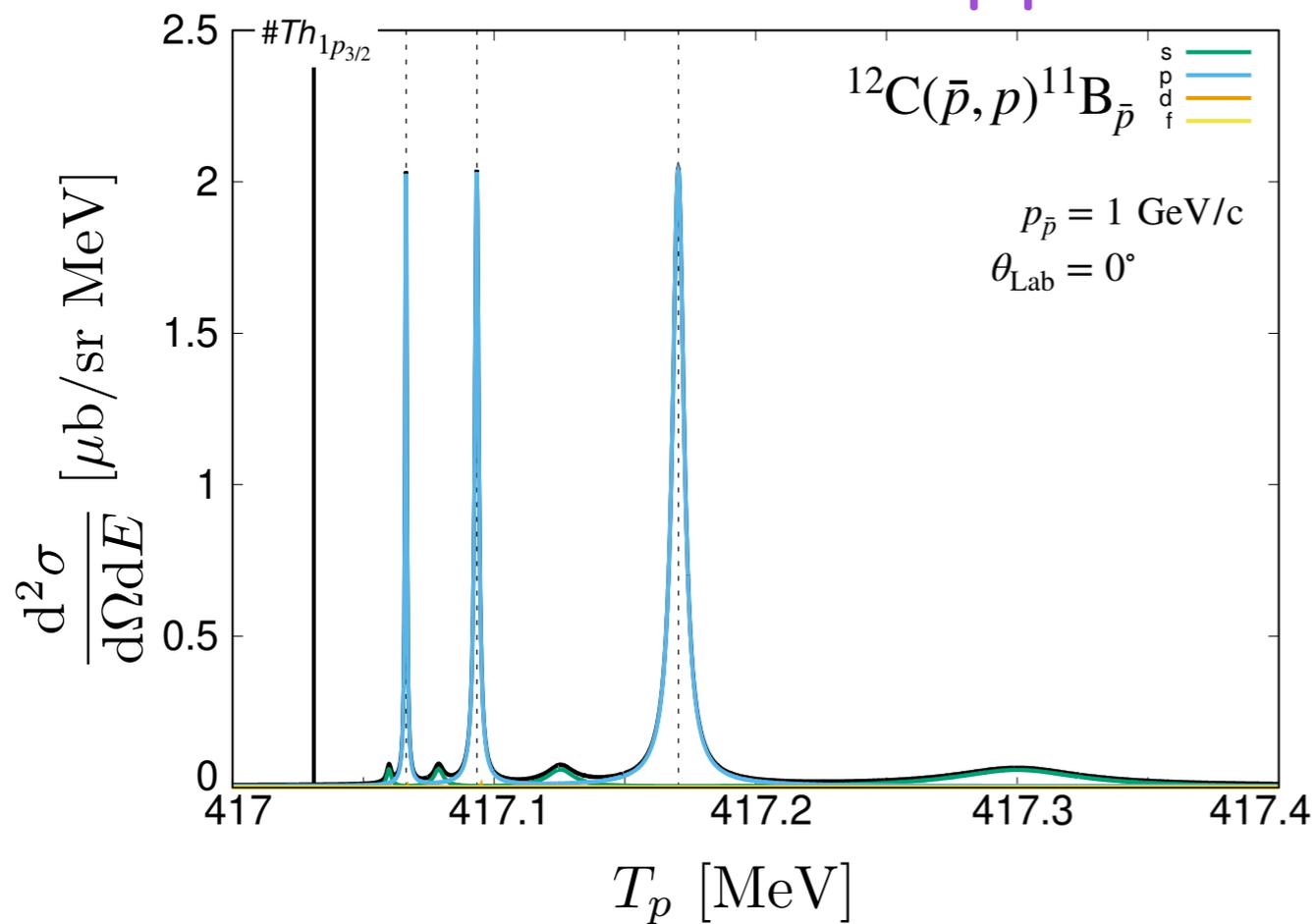
single particle states [MeV]	^{12}C	
	S_p	Γ_p
$1p_{3/2}$	16.0	0
$1s_{1/2}$	33.9	12.1

$$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$$

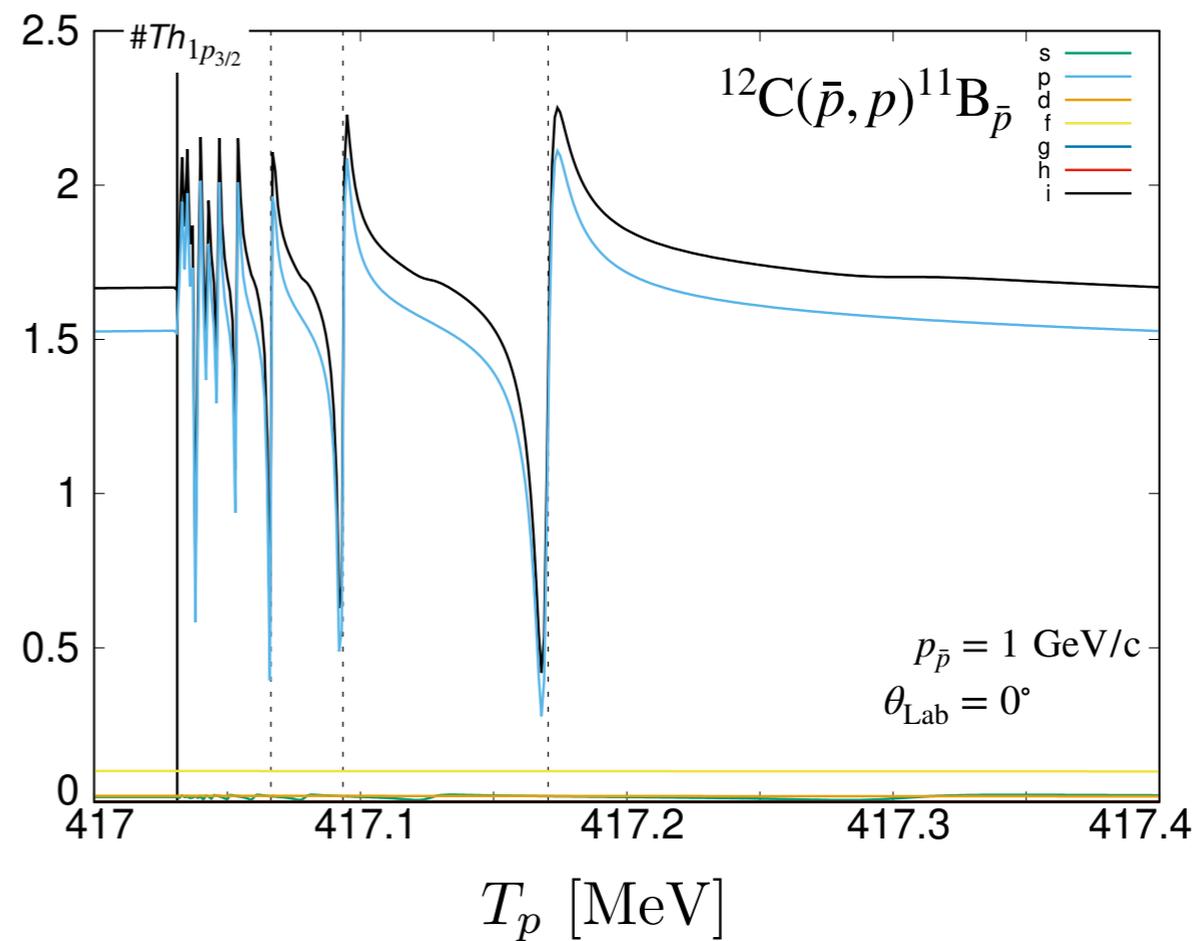
$$\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$$

4.1. Results

Effective Number approach



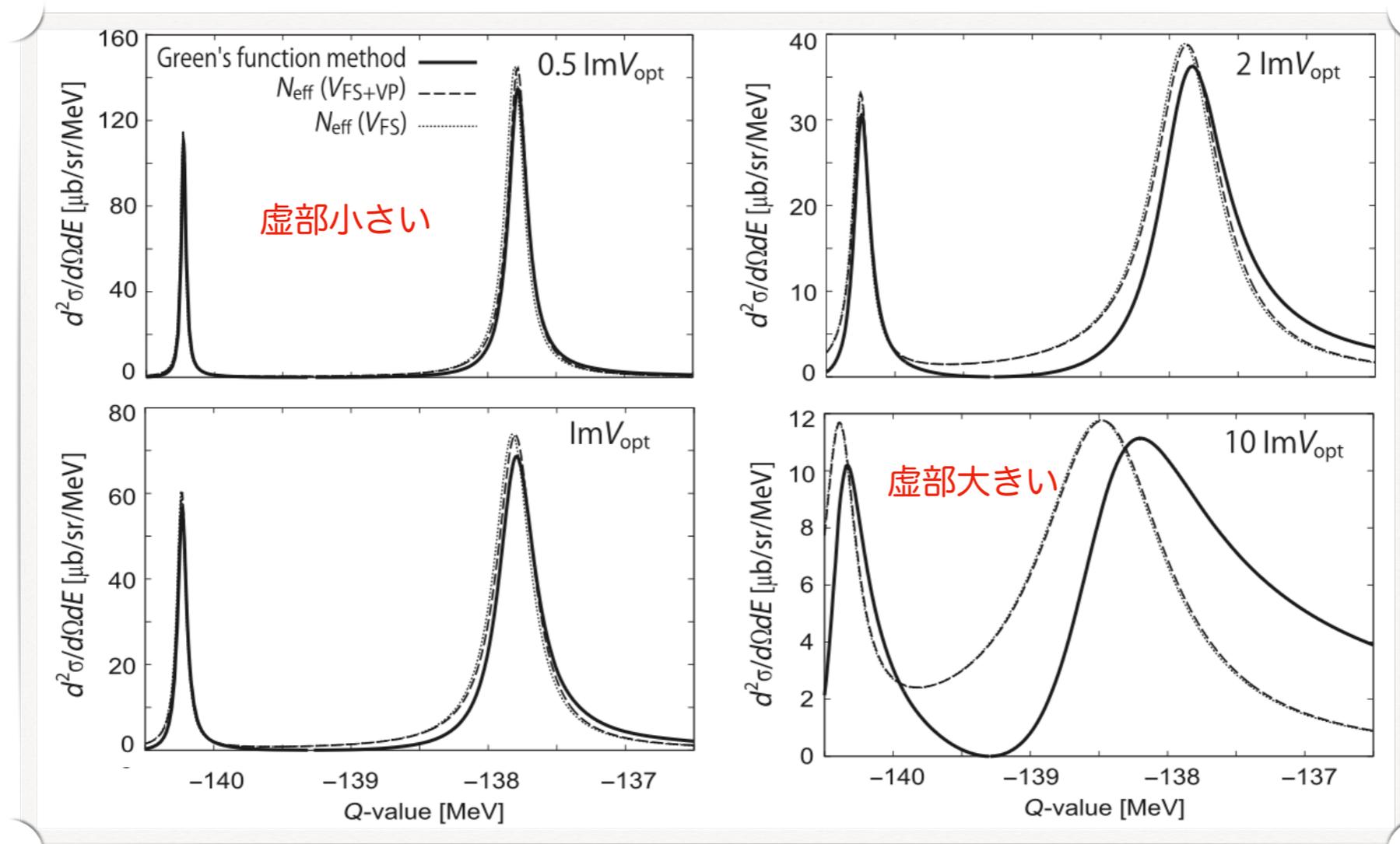
Green's Function method



2つの手法で全然違う絵になったのはなぜだろう。

4.1. Results

potential の虚部の大きさを覚えて、2つの手法を比較する。 π atomの場合...



[11] N. Ikeno, J. Yamagata-Sekihara, H. Nagahiro and S. Hirenzaki, PTEP 2015, no.3, 033D01 (2015).

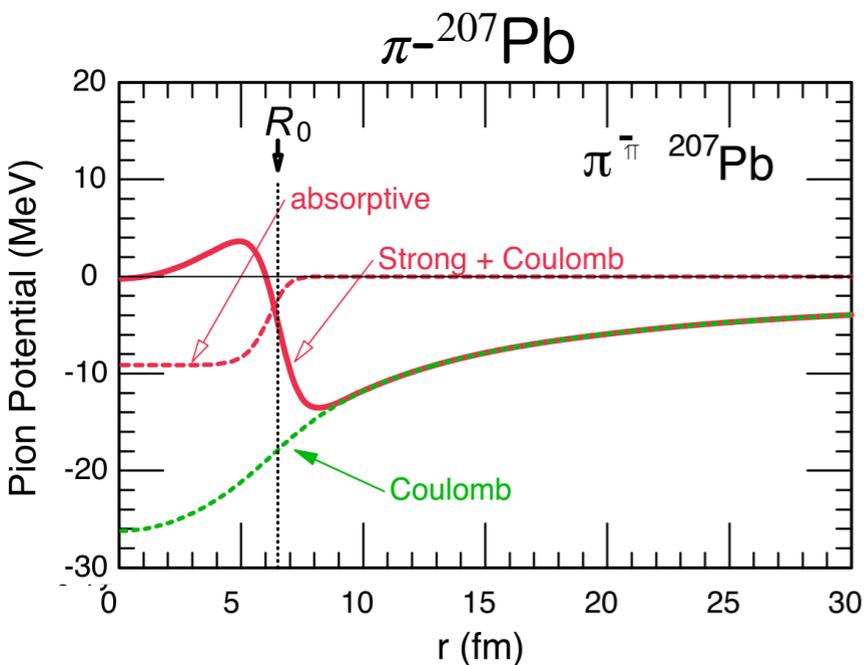
→ optical potential の虚部が大きいとき、2つの手法でスペクトラムが異なる。

4.1. Results

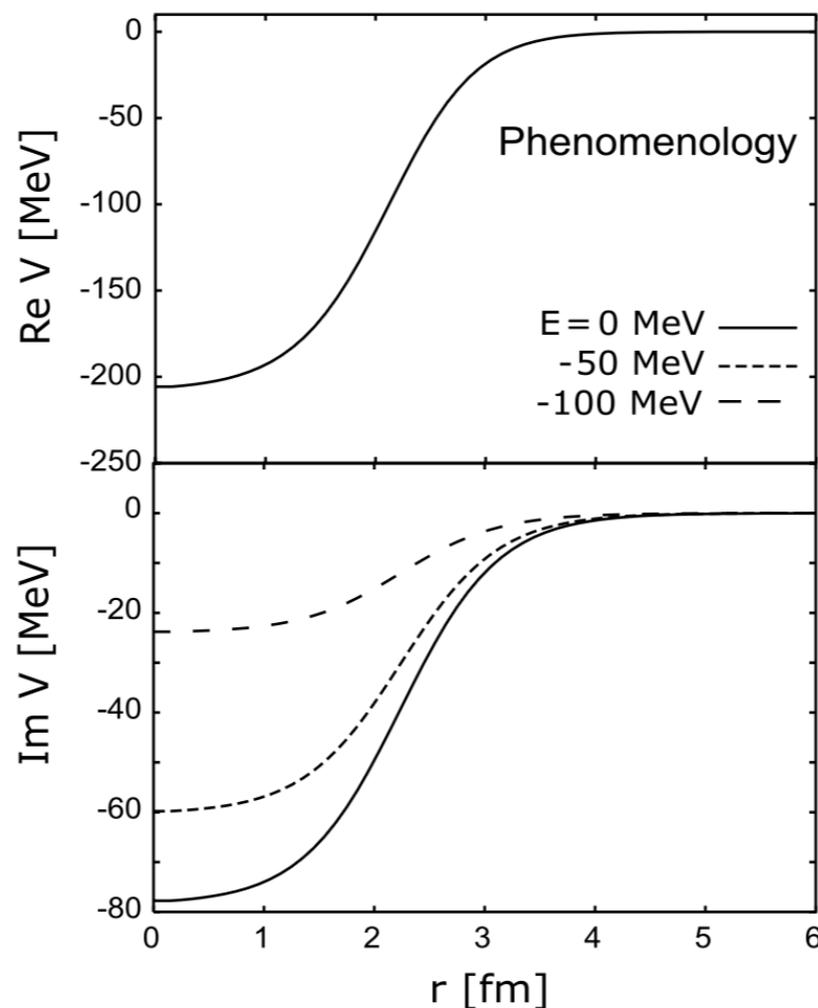
→ optical potential の虚部が大きいとき、2つの手法でスペクトラムが異なる。

いろんなケースで potential の虚部を比較してみる。

$K^{-11}\text{B}$



T. Yamazaki, S. Hirenzaki, R. S. Hayano, H. Toki, Phys. Rept. 514, 1-87 (2012).

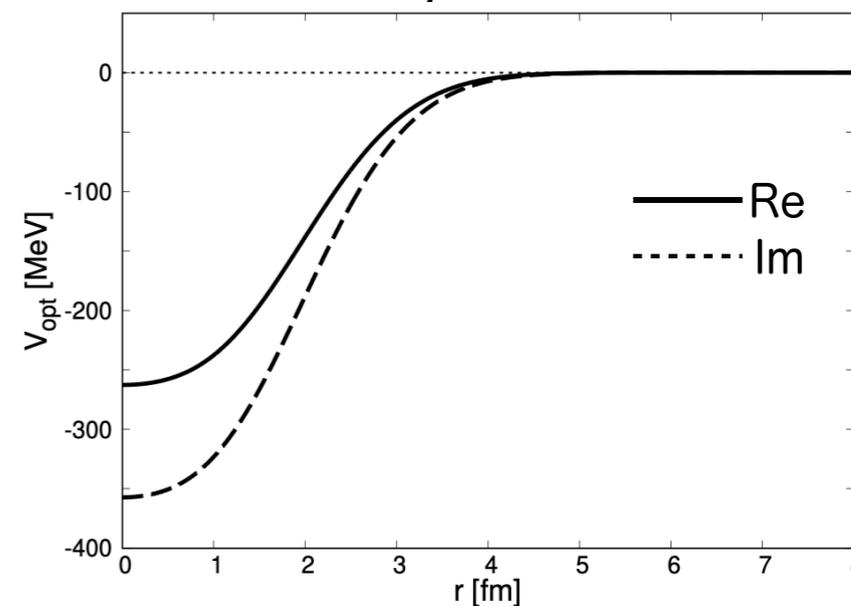


J. Yamagata, H. Nagahiro, S. Hirenzaki, Phys. Rev. C 74, 014604 (2006).

虚部が非常に大きい。



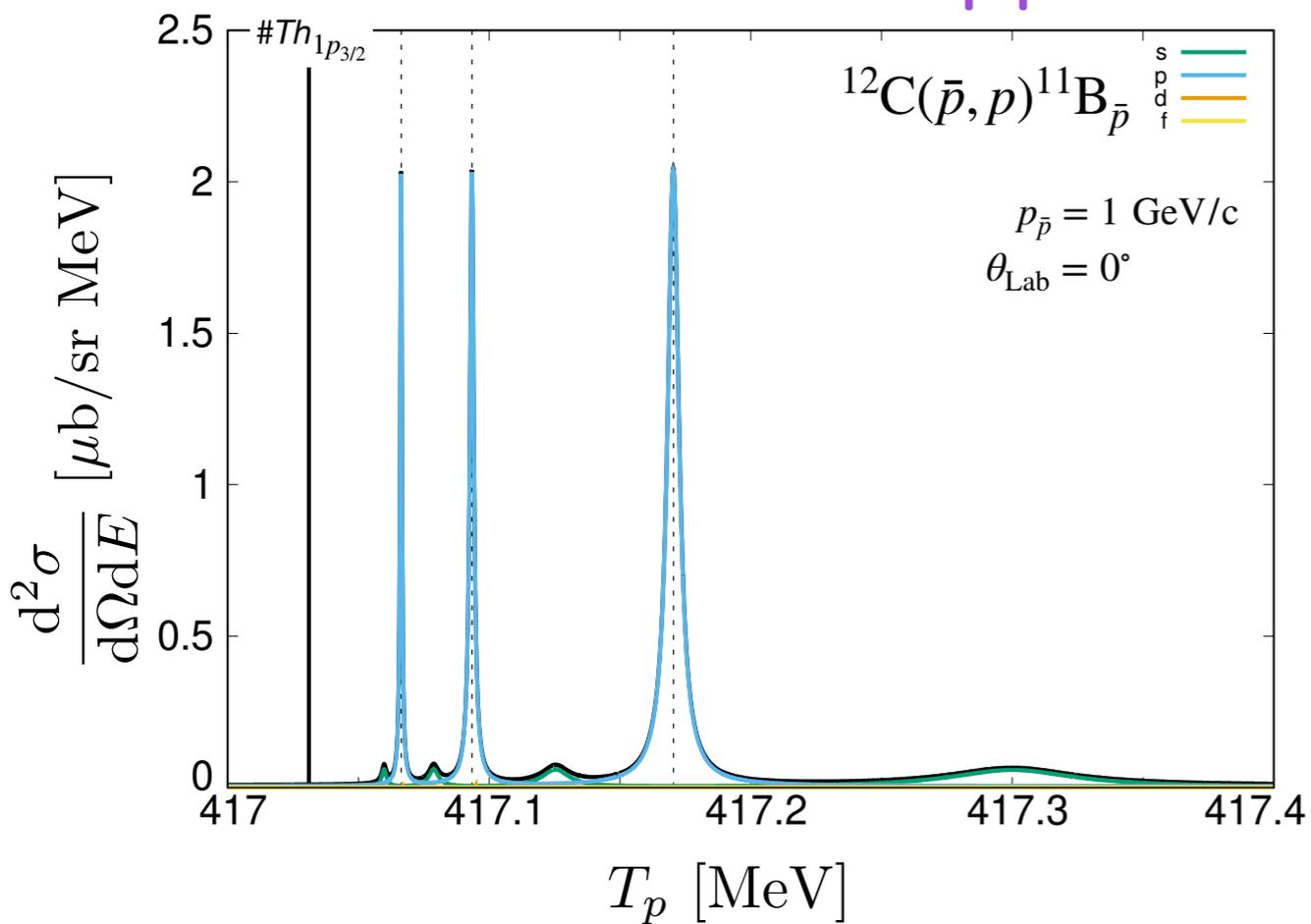
$\bar{p}^{-11}\text{B}$



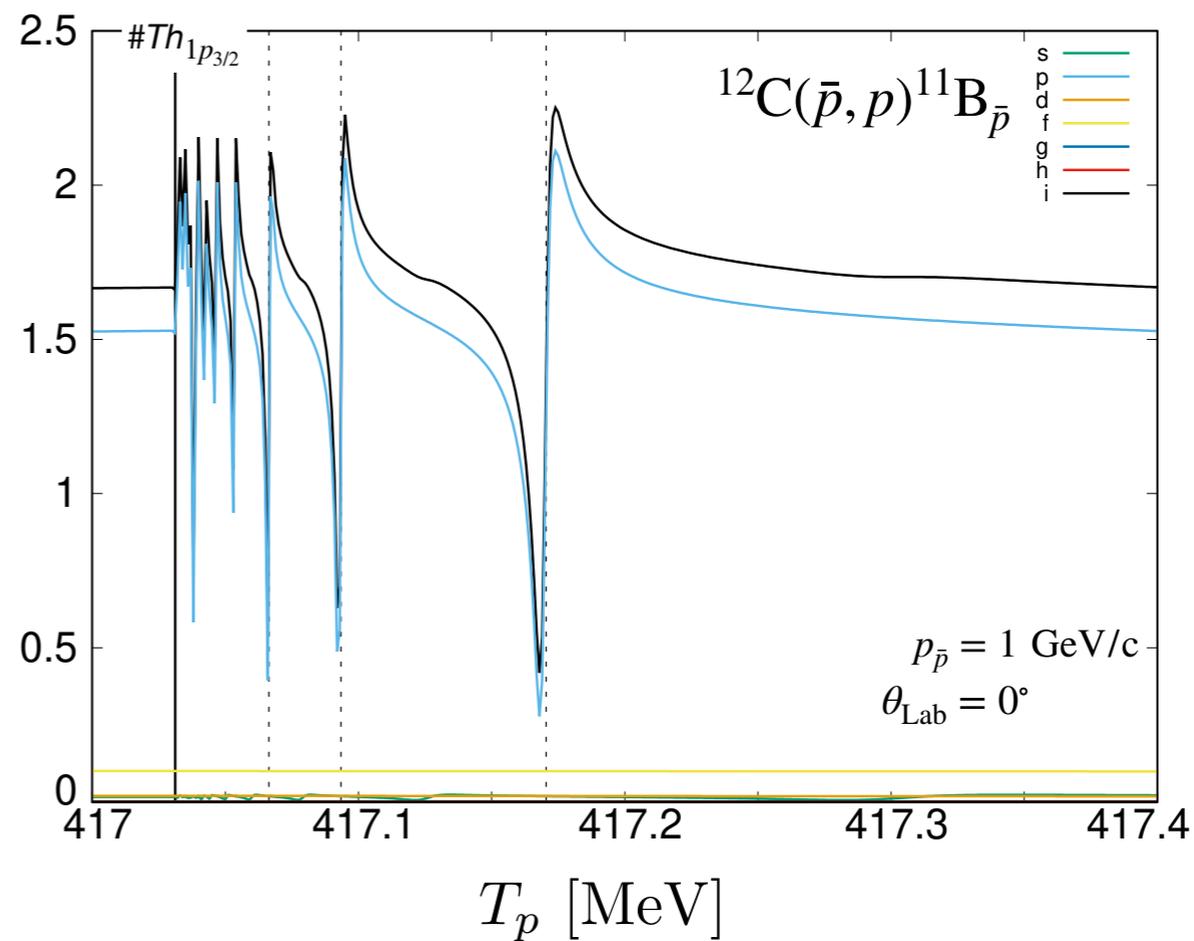
N. Miyazaki, J. Yamagata-Sekihara and S. Hirenzaki, [arXiv:2512.11278 [hep-ph]].

4.1. Results

Effective Number approach



Green's Function method

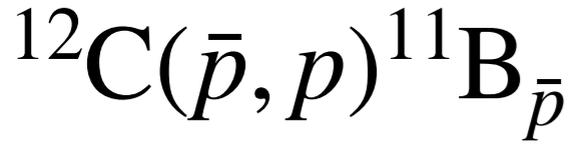


\bar{p} atom は K atom よりも optical potential の虚部が大きい.

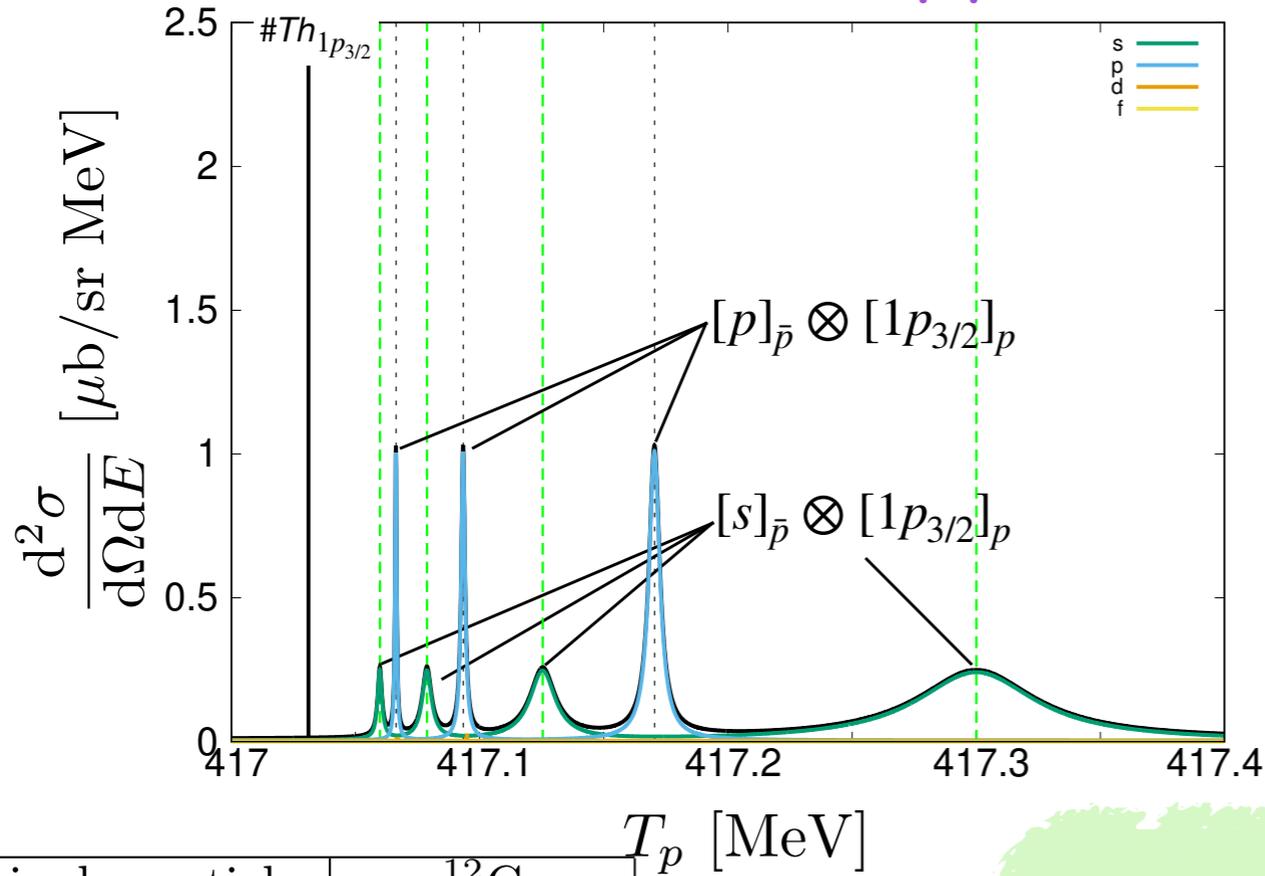
→ 干渉が断面積に大きな影響を与えている.

4.1. Results

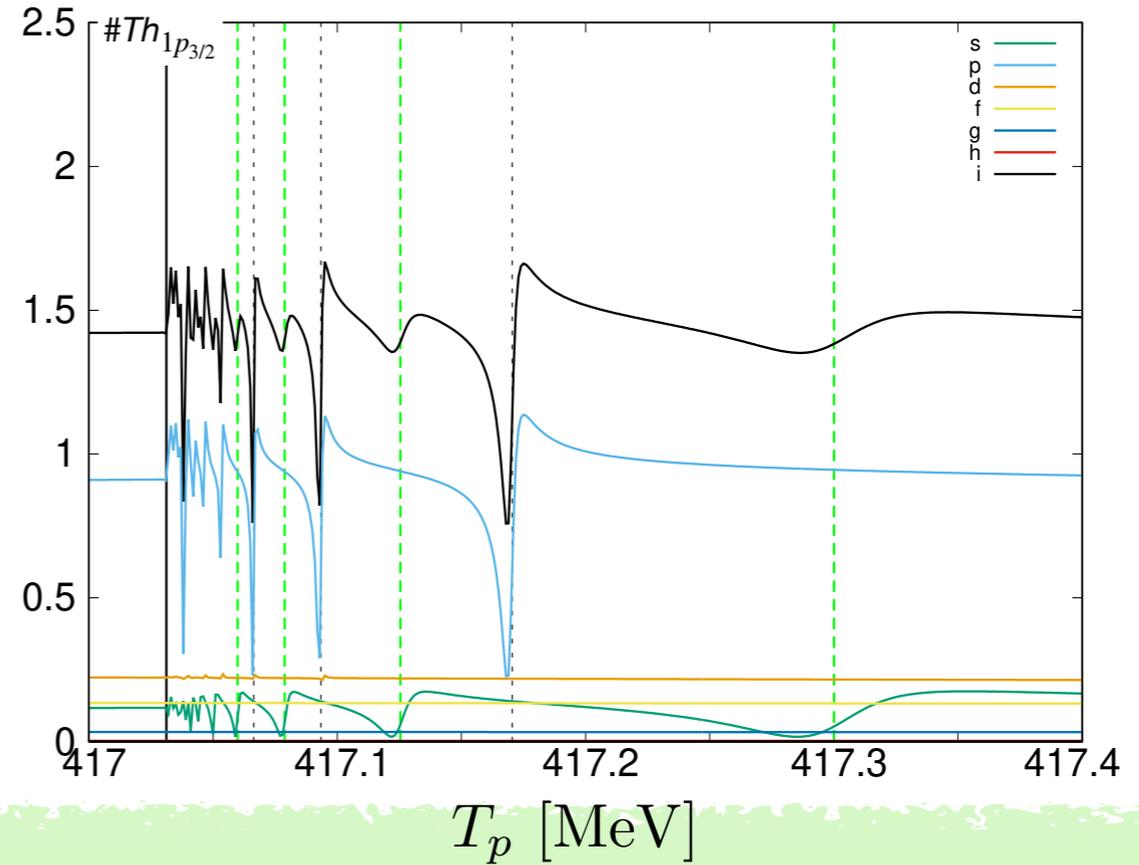
N. Miyazaki, J. Yamagata-Sekihara and S. Hirenzaki, [arXiv:2512.11278 [hep-ph]].



Effective Number approach



Green's Function method



single particle states [MeV]	^{12}C	
	S_p	Γ_p
$1p_{3/2}$	16.0	0
$1s_{1/2}$	33.9	12.1

T_p [MeV]

$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$

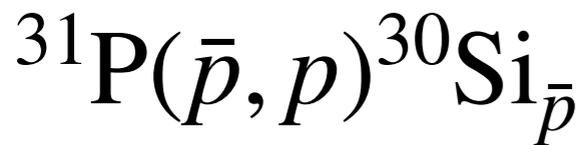
$\theta_{\text{Lab}} = 5^\circ$

角度ふる → 運動量移行が大きくなる

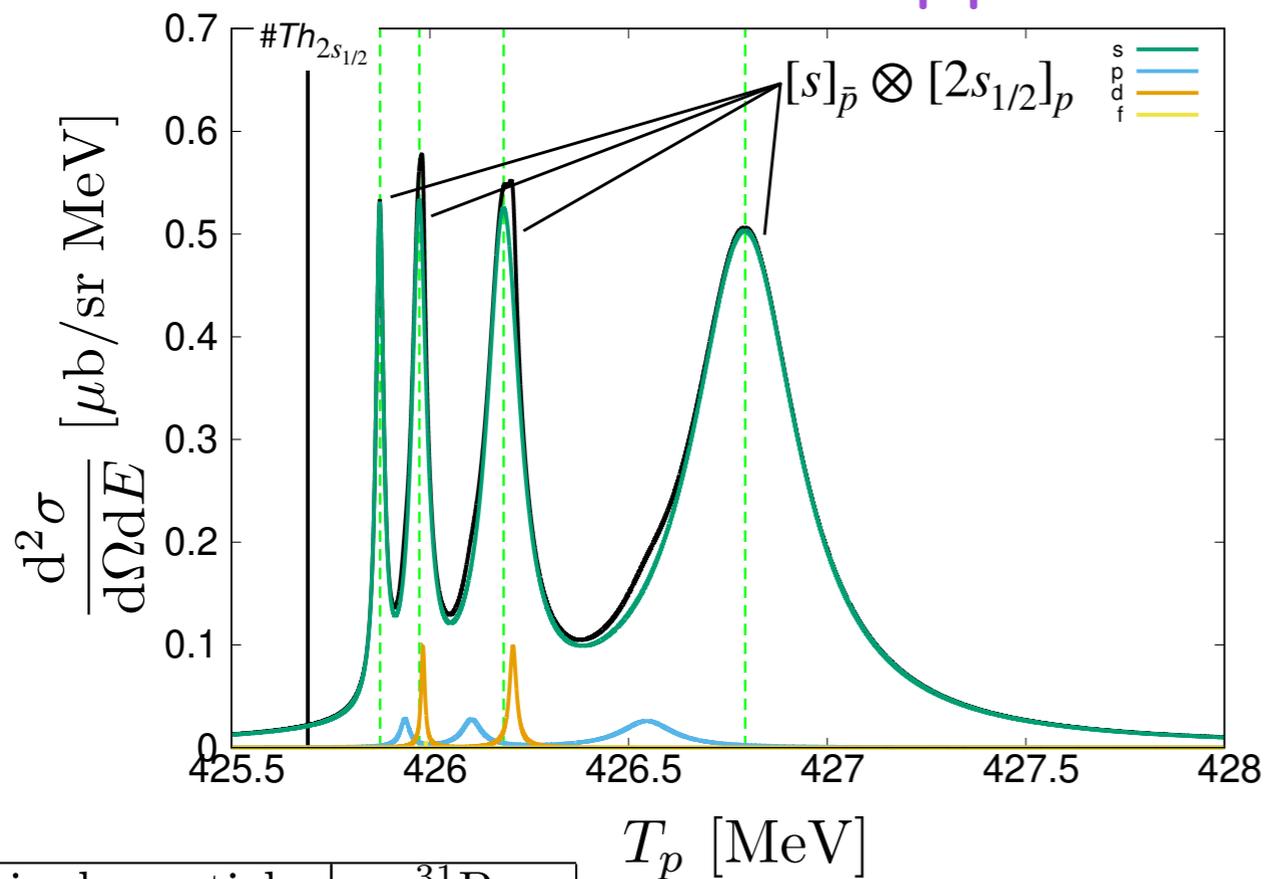
→ 強調される軌道が p から s へ

4.1. Results

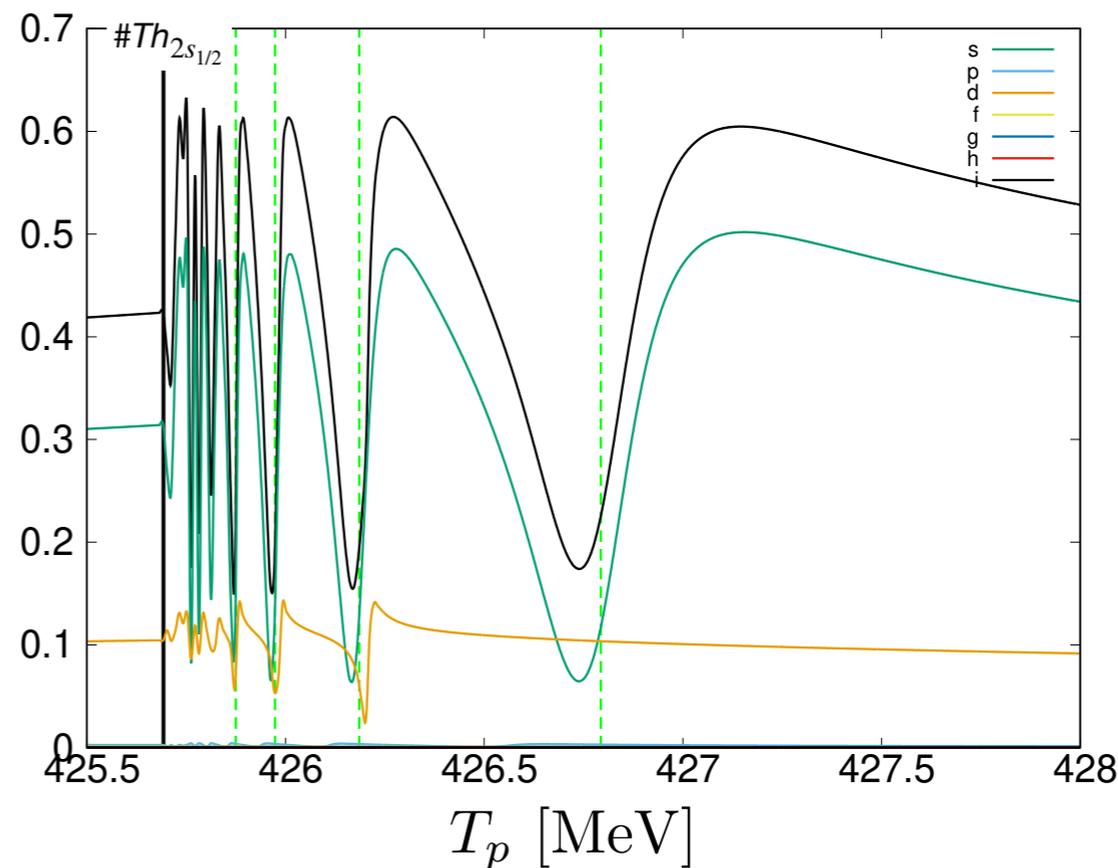
N. Miyazaki, J. Yamagata-Sekihara and S. Hirenzaki, [arXiv:2512.11278 [hep-ph]].



Effective Number approach



Green's Function method

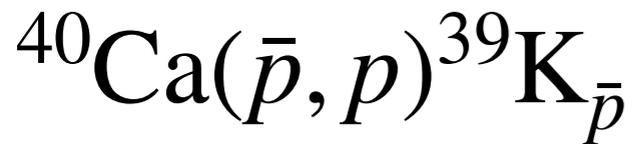


single particle states [MeV]	^{31}P	
	S_p	Γ_p
$2s_{1/2}$	7.3	0

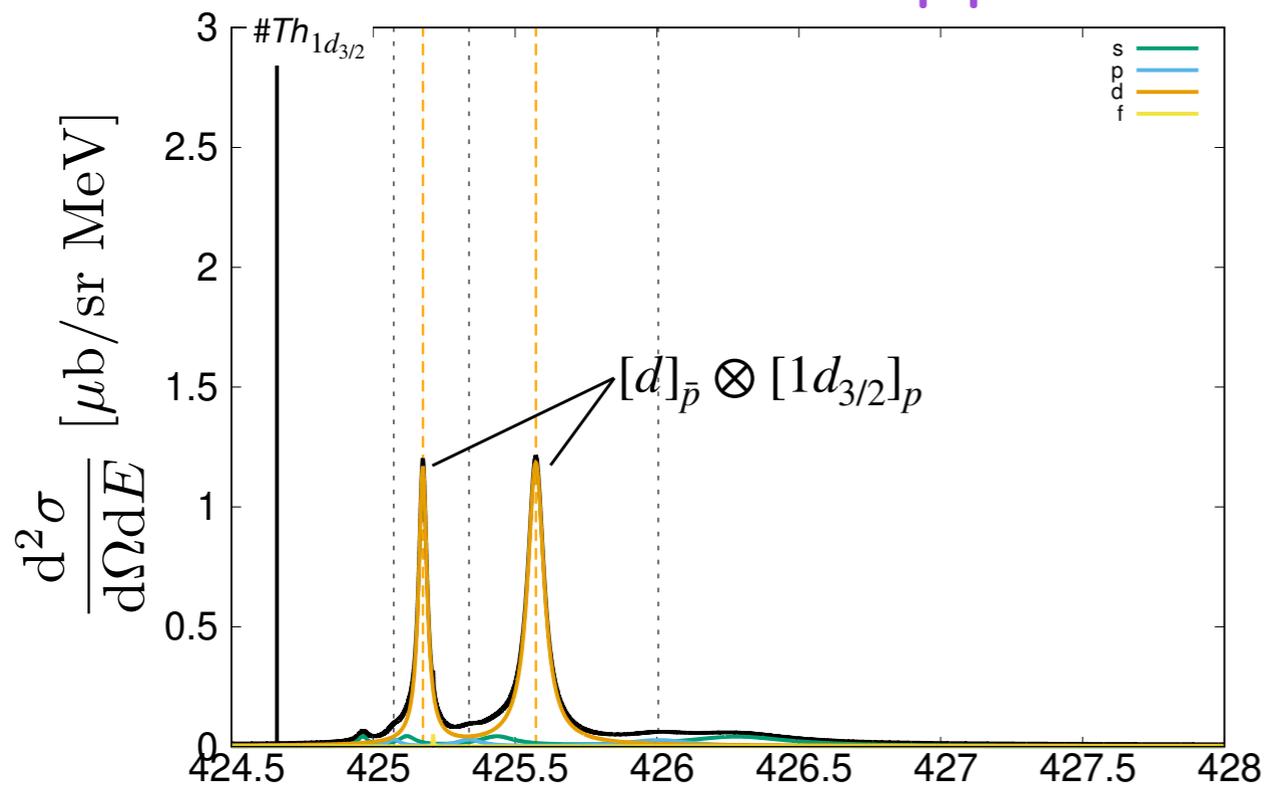
$$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$$

$$\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$$

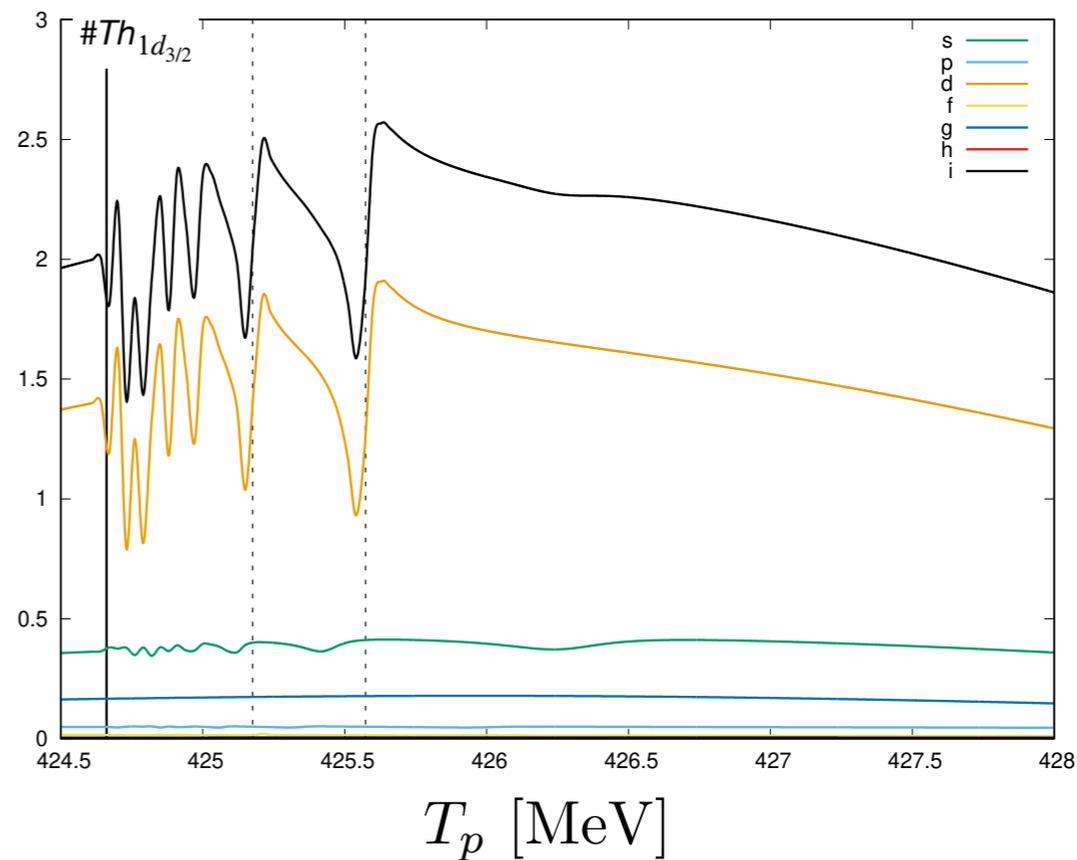
4.1. Results



Effective Number approach



Green's Function method



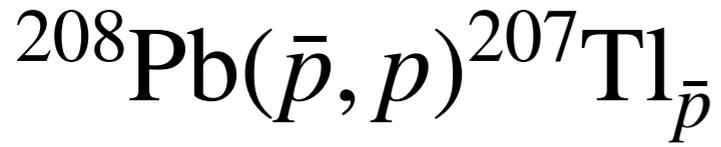
single particle states [MeV]	^{40}Ca	
	S_p	Γ_p
$1d_{3/2}$	8.3	0
$2s_{1/2}$	11.5	7.7
\vdots	\vdots	\vdots

T_p [MeV]

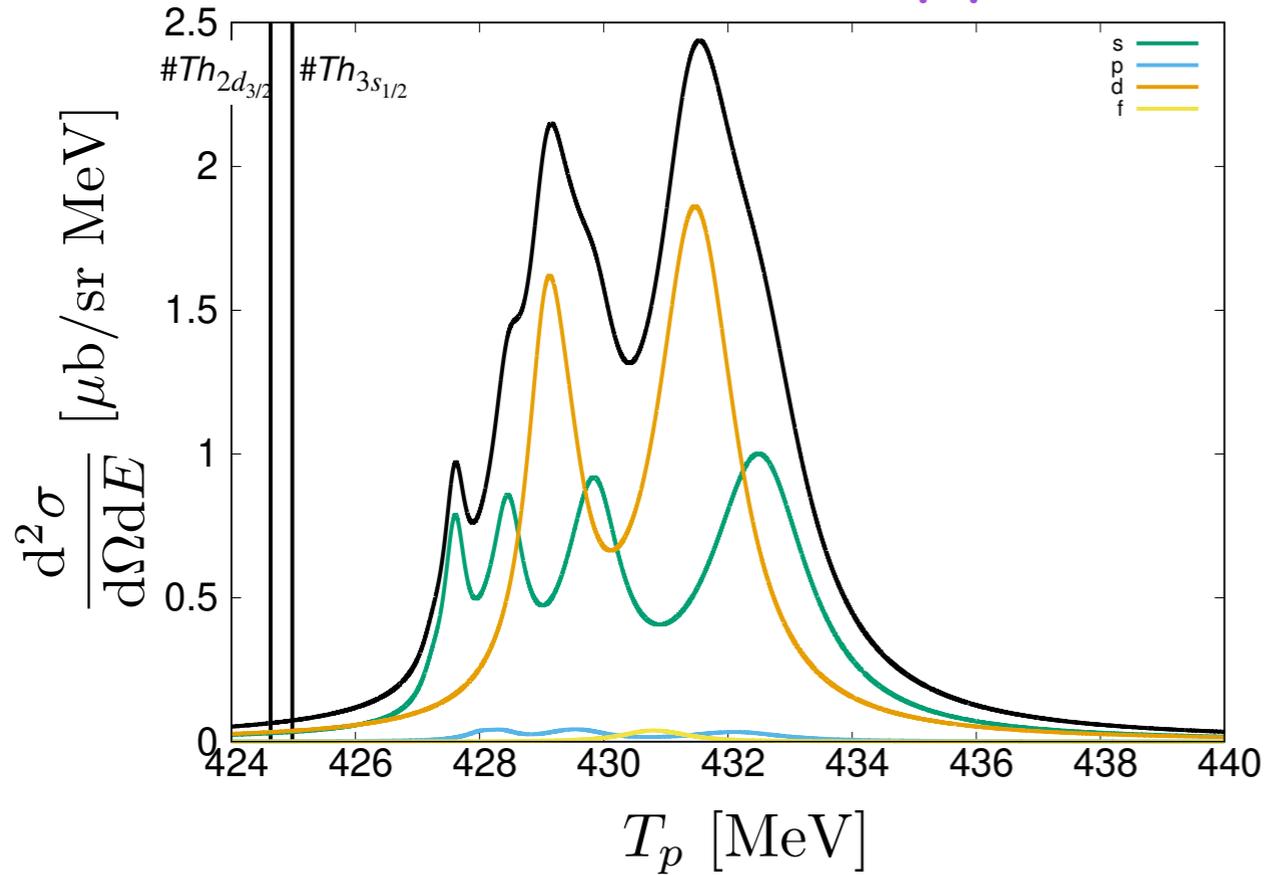
$$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$$

$$\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$$

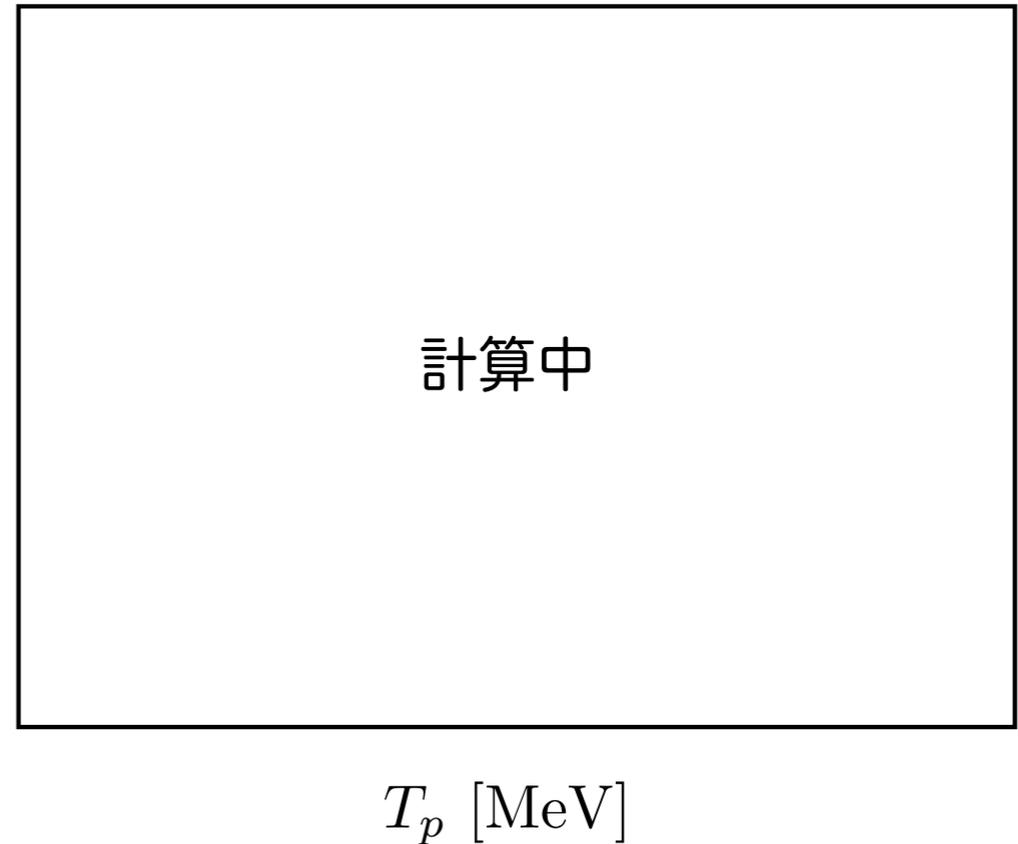
4.1. Results



Effective Number approach



Green's Function method



single particle states [MeV]	^{208}Pb	
	S_p	Γ_p
$3s_{1/2}$	8.0	0
$2d_{3/2}$	8.4	0

$$p_{\bar{p}} = 1 \text{ GeV}/c$$

$$\theta_{\text{Lab}} = 0^\circ$$

5. Summary

1. 原子核と反陽子の束縛状態を計算.

- ◆ 現象論的な光学ポテンシャルを利用した.
- ◆ 波動方程式として Klein-Gordon equation を採用した.
- ◆ スピン分裂の効果は無視して良いと考えられる (BACK UP).

2. (\bar{p}, p) 反応による反陽子原子の生成断面積を理論的に計算.

- ◆ ほぼ無反跳の反応
→ エンハンスされる軌道を限定できる.
- ◆ Effective Number approach と Green's Function method の2つの手法を比較した.
→ 干渉が非常に重要!!
- ◆ 様々な標的核に対して生成断面積を計算した.
→ 実験的な制約をクリアする標的核を選定したい.

Outlook

\bar{p} を Dirac particle として扱える

Effective Number approach と Green's Function method を定式化する.