

普通の星の
元素合成より

低温トリプル α 反応と炭素燃焼の反応率計算

勝間 正彦

(大阪市立大 & ブリュッセル自由大学)

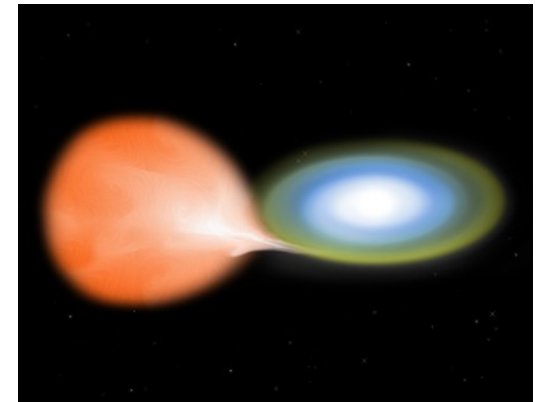
[1] M. Katsuma, J. Phys. G 52, 085105 (2025)

[2] M. Katsuma, EPJ Web Conf. 260, 11014 (2022)

背景：低温トリプル α 反応と炭素燃焼とは

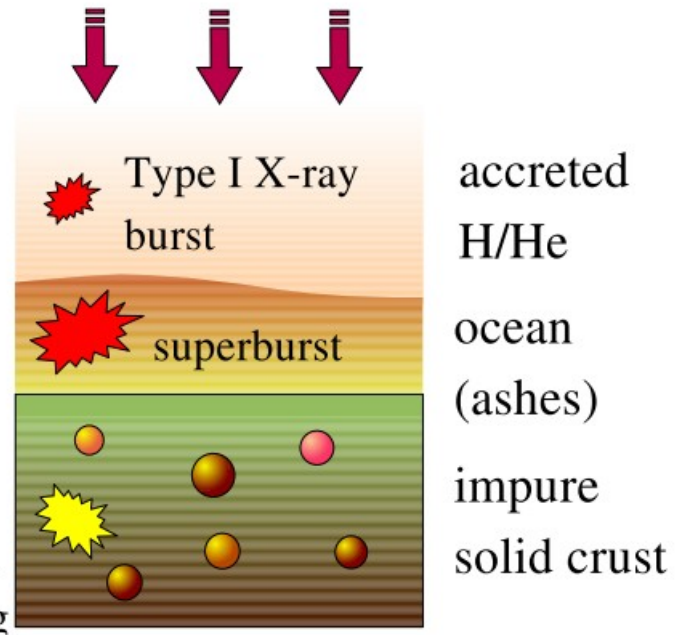
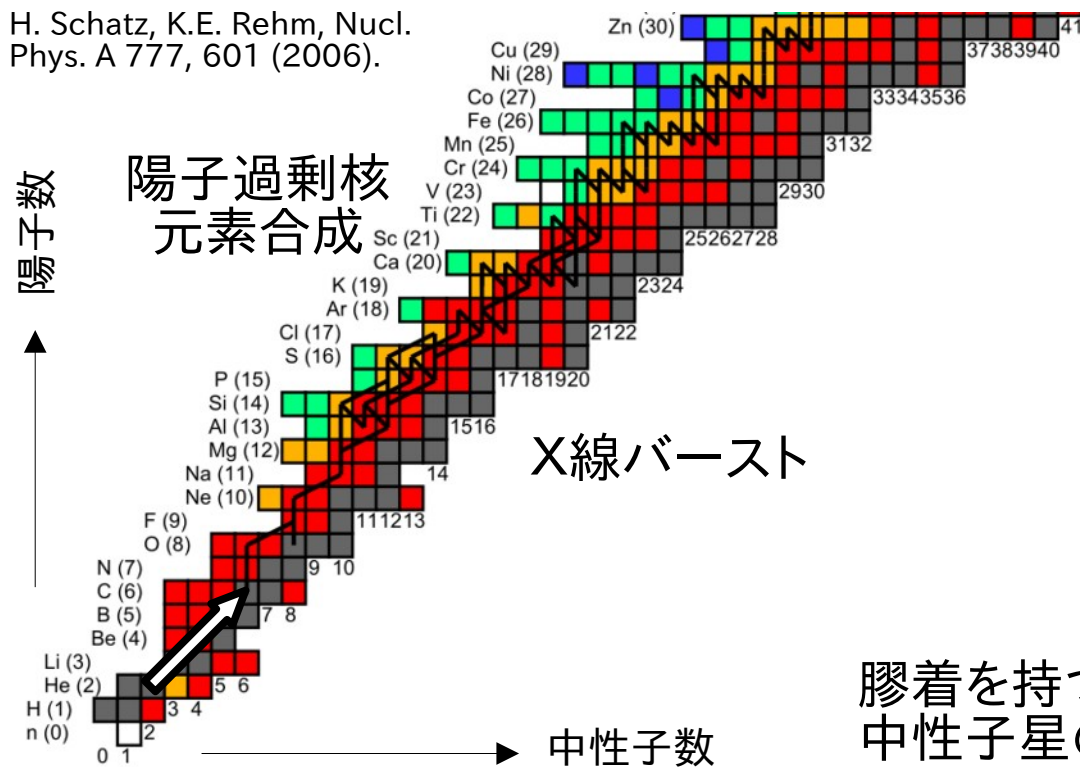
① 近接2重連星系: 膠着を持つ中性子星表層の”熱核爆発”の元素合成

- 縮退星は主に重力で輝く
- X線光度の突発的増加が観測される(X線バースト)
- 陽子過剰領域の Hot CNOサイクルやrp過程などが進む
- その始まりが**低温トリプル α 反応**
- 堆積した反応生成物の中で起こるのが**低温炭素燃焼**
 - CF88を使った天体計算で、スーパーバーストをうまく説明できない。



(NASA/CXC/M.Weiss)

H. Schatz, K.E. Rehm, Nucl. Phys. A 777, 601 (2006).



膠着を持つ
中性子星の表層

N Chamel, P Haensel, Living Rev. Relativity 11, 10 (2008).

背景：低温トリプル α 反応と炭素燃焼とは

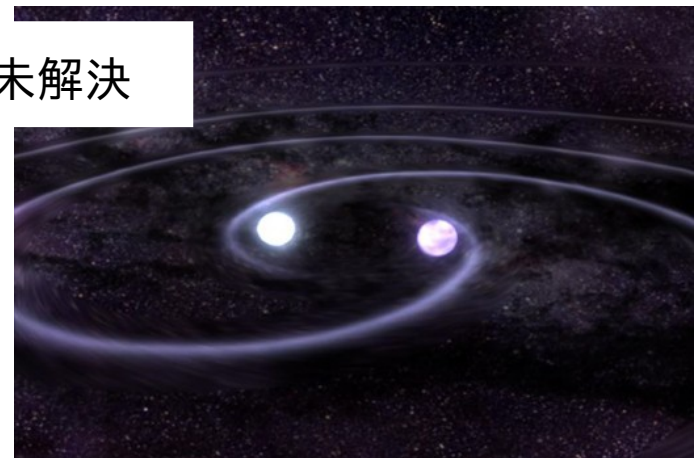
② Ia型超新星爆発 — 核爆発型：遠い銀河までの距離を求める時に使われる標準光源

- CO白色矮星、質量限界：約 $1.4 M_{\odot}$ → 潰れる直前の星の状態に個性がない
- 1. 表面の水素燃焼(新星爆発)、**低温トリプル α 反応**(ヘリウム新星) nova family
→ 中心付近で**炭素核融合**が暴走 → 表層に伝搬 → 超新星爆発 — Si, S, Fe, Ni



(David A. Hardy & PPARC)

爆発メカニズムが未解決



(GSFC/D.Berry)

- 2. SD(白色矮星+赤色星の膠着)とDD(白色矮星+白色矮星の合体) キロノバ(NS+NS)
ショート γ 線バースト, r-過程

天体物理は、宇宙で起こる爆発、元素の起源、縮退星の構造等を理解したい。

- メッセンジャー(電磁波・ニュートリノ・重力波) = 理解するためのモデル
- 低温トリプル α 反応と炭素燃焼は、**天体シミュレーションの重要な入力値**

→ 核反応研究として、それらの**反応率の精度を高めることは重要課題である。**

低温トリプル α 反応

現状：低温トリプル α 反応

理論研究：3 α の内部運動の**近似解法**から**厳密解法**へ移行

NACRE, CF88: ${}^8\text{Be}$ を一つの粒子のように扱う

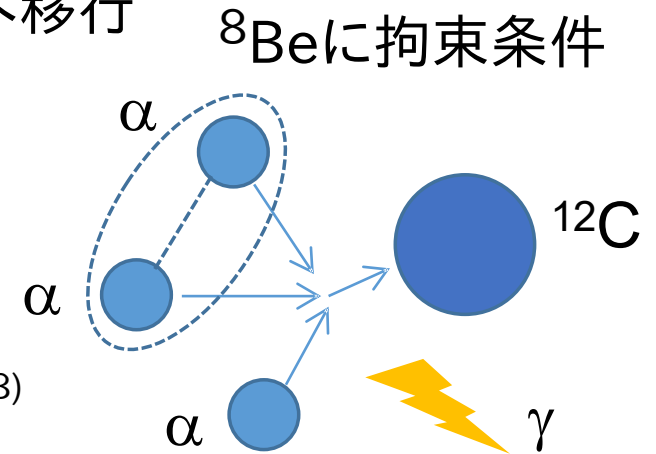
- 開拓段階の反応計算として優れた模型

K. Nomoto, F.-K. Thielemann, S. Miyaji, *Astron. Astrophys.* 149, 239 (1985)

K. Langanke, M. Wiescher, F.-K. Thielemann, *Z. Phys. A* 324, 147 (1986)

(NACRE) C. Angulo, M. Arnould et al., *Nucl. Phys. A* 656, 3 (1999)

(CF88) G.R. Caughlan, W.A. Fowler, *At. Data Nucl. Data Tables* 40, 283 (1988)



断熱近似: ${}^8\text{Be}$ の内部運動が遅いと仮定 Fedorov & Jensen (1996)

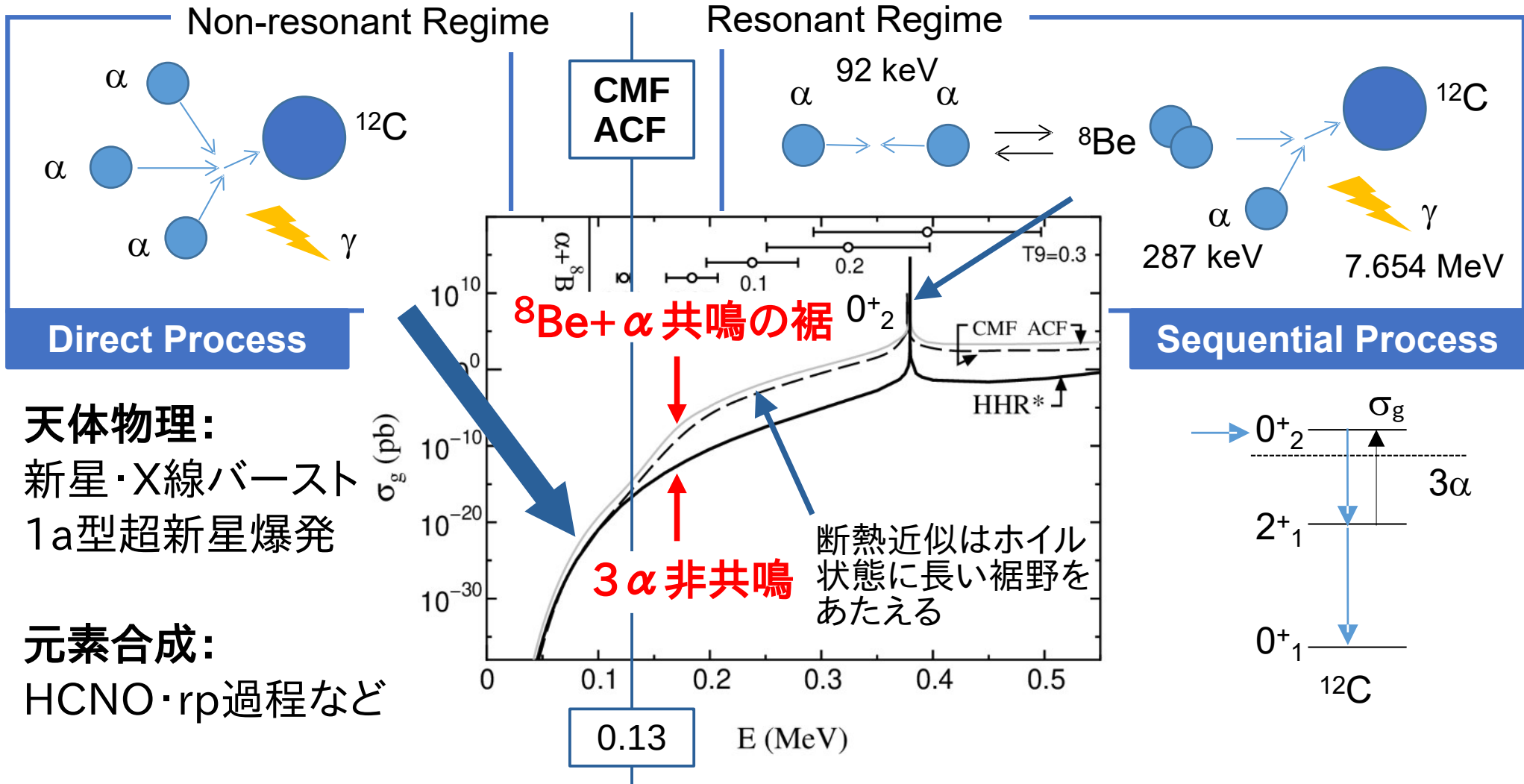
- **CMF**: 長距離クーロン力の補正を取り入れたファデフ法
S. Ishikawa, *Phys. Rev. C* 87, 055804 (2013); *ibid.* 90, 061604 (2014)
- **ACF**: 断熱チャネル関数による展開法
H. Suno, Y. Suzuki, P. Descouvemont, *Phys. Rev. C* 94, 054607 (2016)

断熱近似を用いない厳密解:

- **HHR**: 超球座標を用いた**3体R行列展開法** — ファデフ方程式の解
N.B. Nguyen, F.M. Nunes, I.J. Thompson, E.F. Brown, *Phys. Rev. Lett.* 109, 141101 (2012)
N.B. Nguyen, F.M. Nunes, I.J. Thompson, *Phys. Rev. C* 87, 054615 (2013)
- **HHR***: 漸近領域解との接続を修正、3体S因子を導入、解析表示を求めた [1]

すべての模型は $T_9 = 0.1$ 以上でNACREと同じになるが、**低温で異なる結果となる**

現状：低温トリプルα反応

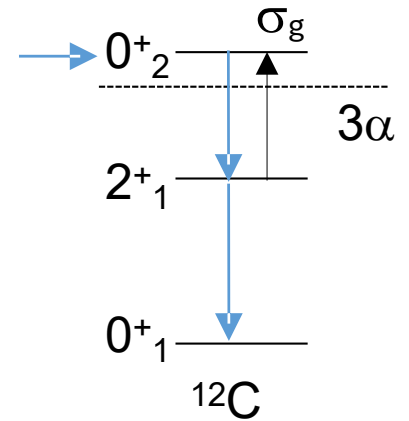


天体物理：
新星・X線バースト
1a型超新星爆発

元素合成：
HCNO・rp過程など

縮退星のヘリウム燃焼
・ 直接融合

Sequential Process



普通の恒星のヘリウム燃焼
・ 2段階反応

低温

相互作用領域の解の差によって、反応率に違いが生まれる

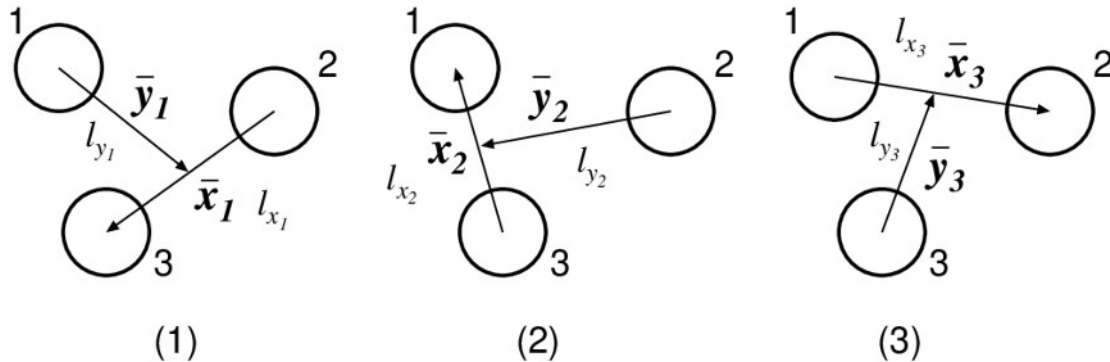
方法：非断熱ファデフ3体R行列展開法 (HHR*)

ファデフ方程式

$$\begin{cases} (\hat{T}_{(1)} + \hat{V}_{23} + \hat{V}_{3\alpha} - E) \Psi_{(1)} = -\hat{V}_{23} \Psi_{(2)} - \hat{V}_{23} \Psi_{(3)} \\ (\hat{T}_{(2)} + \hat{V}_{31} + \hat{V}_{3\alpha} - E) \Psi_{(2)} = -\hat{V}_{31} \Psi_{(3)} - \hat{V}_{31} \Psi_{(1)} \\ (\hat{T}_{(3)} + \hat{V}_{12} + \hat{V}_{3\alpha} - E) \Psi_{(3)} = -\hat{V}_{12} \Psi_{(1)} - \hat{V}_{12} \Psi_{(2)} \end{cases} \quad \rightarrow \quad (\hat{T}_{(3)} + \hat{V} - E) \Psi_{(3)} = 0$$

$$\hat{V} = \sum_{i < j}^3 \hat{V}_{ij} + \hat{V}_{3\alpha}$$

3 α ポテンシャル



2. 超球座標

$$\rho^2 = x_i^2 + y_i^2 \quad \leftarrow \text{超動径}$$

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{x_i}{y_i}\right)$$

$$\Omega_5^{(3)} \equiv (\theta_3, \hat{x}_3, \hat{y}_3) \quad \leftarrow \text{超角度}$$

3. 超角度方向の方程式は、解析的に解ける $\Psi_{(3)} = \rho^{-5/2} \sum_{\gamma} \chi_{\gamma}^l(\rho) \Phi_{lm}^{\gamma}(\Omega_5^{(3)})$

超球面調和関数

チャンネル結合方程式

$$[T_{\gamma} + U_{\gamma\gamma}^l(\rho) - \epsilon] \chi_{\gamma}^l(\rho) = - \sum_{\gamma' \neq \gamma} U_{\gamma'\gamma}^l(\rho) \chi_{\gamma'}^l(\rho)$$

- 角運動量 ($L=K+3/2$) とした非弾性散乱の問題解法と同型。Kは超角運動量

方法：非断熱ファデーフ3体R行列展開法 (HHR*)

チャンネル結合方程式を行列の対角化で解く (R行列境界半径 : a_c)

- 固有状態

$$\begin{cases} \chi_{\gamma i}^l(\rho) = \sum_{n=0} c_{\gamma i}^n \varphi_n^K(\rho) \\ \tilde{E}(l_i^\pi) = -\frac{\hbar^2}{2m_N} \epsilon_i \end{cases}$$
- 換算幅振幅

$$\tilde{\gamma}_{\alpha i} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m_N a_c}} \chi_{\alpha i}^l(a_c)$$
- 3体R行列

R行列展開法

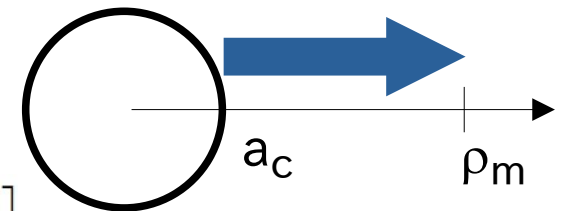
- 散乱境界条件を持つ連続状態をハミルトニアン H の固有状態で展開する

$$R_{\alpha\beta}^l(E, a_c) = \sum_i \frac{\tilde{\gamma}_{\alpha i} \tilde{\gamma}_{\beta i}}{\tilde{E}(l_i^\pi) - E}$$

連続状態
$$\chi_{\alpha\beta}^{l\text{ in}}(k, \rho) = \sum_i A_{i\beta}(k) \chi_{\alpha i}^l(\rho)$$

- 長距離クーロン力の影響を取り込むため、 a_c から外側を数値的に解く

$$\begin{aligned} \tilde{\chi}_{\gamma\gamma_0}^l(k, \rho) &= \sum_{\gamma'} C_{\gamma'\gamma_0}(k) \chi_{\gamma\gamma'}^{l\text{ ext}}(k, \rho) \\ &\rightarrow \frac{i}{2} \left[I_{\gamma, K+3/2}^{(\gamma_0)}(\eta_\gamma; k\rho_m) - \sum_{\gamma'} S_{\gamma'\gamma_0}^l(E) O_{\gamma, K+3/2}^{(\gamma')}(\eta_\gamma; k\rho_m) \right] \end{aligned}$$



クーロン波動関数に接続

New

方法：非断熱ファデフ3体R行列展開法 (HHR*)

- ^{12}C の光分解反応断面積 ($2^+_1 \rightarrow 0^+$)

$$\sigma_g(E) \propto \sum_{m'mq} \int \left| \langle \Psi_{f,2m'} | \mathcal{M}_{2q}^E | \Psi_{0m}^{(+)} \rangle \right|^2 d\Omega_5^k$$

0^+ 連続状態

2^+_1 束縛状態

- 3体天体物理学的S因子

$$S_{3\alpha}(E) \equiv E_g^2 \sigma_g(E) \exp\left(\frac{2\pi\eta_0}{\sqrt{E}} + aE\right)$$

$$= s_0 (1 + s_1 E + s_2 E^2)$$

展開係数は、HHR*の光分解断面積から求める

New

s_0, s_1, s_2, η_0, a

- 反応率 — 非共鳴成分 — 直接融合

$$\langle R_{3\alpha} \rangle_{NR} = N_A^2 \frac{45\pi\sqrt{\pi} \hbar^3}{2m_N^3 c^2} \frac{(\pi\eta_0)^{1/3}}{(k_B T)^{13/6} (1 + ak_B T)^{5/6}} \tilde{S}(T_a) \exp\left[-\frac{3(\pi\eta_0)^{2/3}}{T_a^{1/3}}\right] \sigma_g(E)$$

- 反応率 — 共鳴成分 — 2段階反応

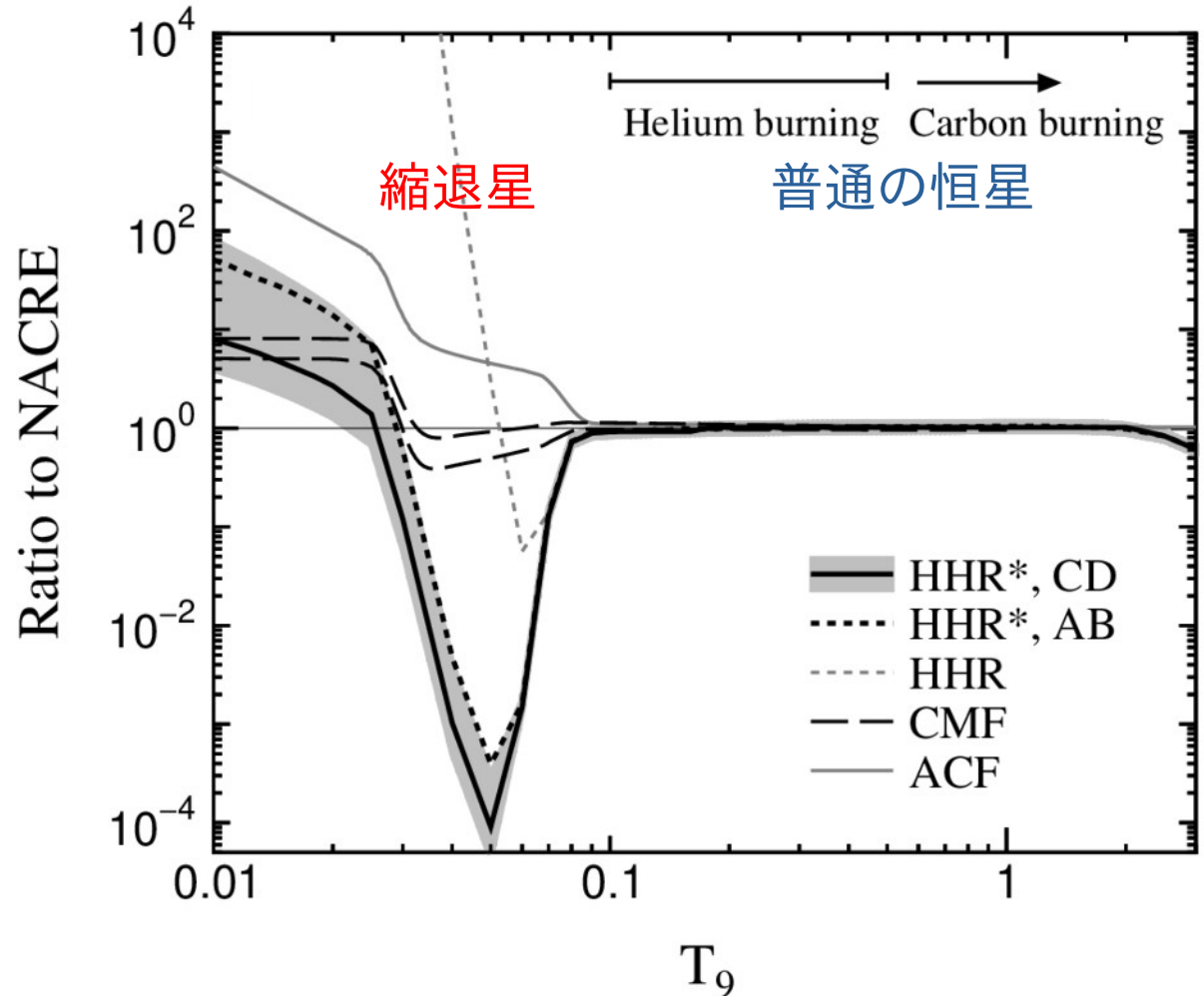
$$\langle R_{3\alpha} \rangle_R = \frac{9\sqrt{3}\pi^3}{4} \frac{N_A^2 \hbar^5}{m_N^3 (k_B T)^3} \Gamma_\gamma(0_2^+) \exp\left(-\frac{E(0_2^+)}{k_B T}\right)$$

$\Gamma_\gamma(0_2^+) E(0_2^+)$

結果：トリプル α 反応率 – 断熱近似解との比較

NACRE 比で表示

- $T_9 = 0.05$ で、**反応率が4桁程度小さくなる**
 - 断面積が $E = 0.18$ MeV で断熱近似解から小さくなったことが原因
 - ^8Be の break-up を含む 3体運動の厳密な取り扱いに由来
- この違いは、膠着を持つ**縮退星**のヘリウム燃焼、元素合成、表層構造などに多少影響するかもしれないと予想する
- 一方、 $0.08 < T_9 < 3$ ですべてのモデルは、NACRE と一致する。ゆえに、**普通の恒星**の進化に全く変更はない



結果：反応率の成分分解 – 従来模型との対応

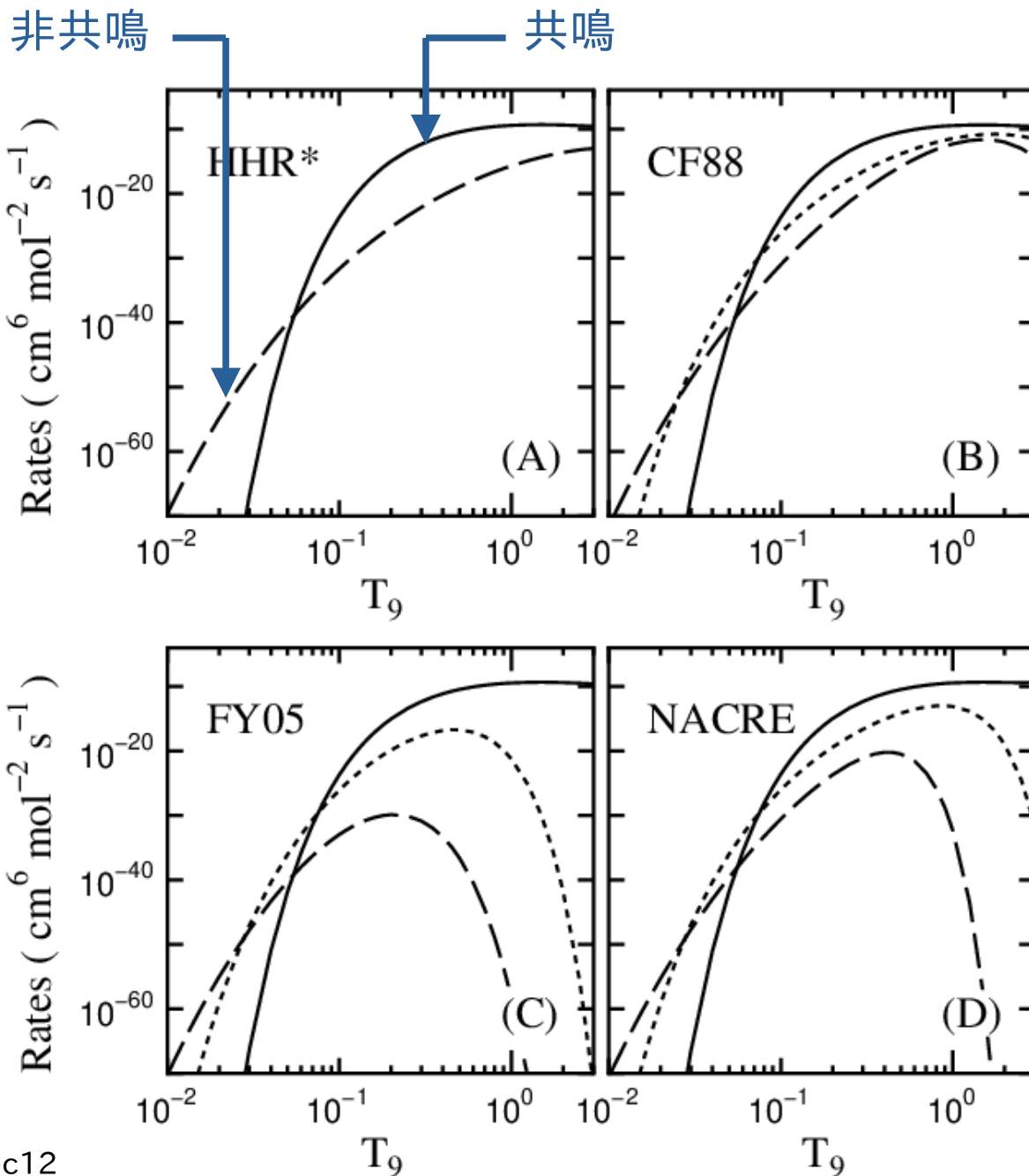
従来模型 (CF88, FY05, NACRE)

- ${}^8\text{Be} + \alpha$ の共鳴
- ⋯ ${}^8\text{Be} + \alpha$ の非共鳴
- - - (2 α 非共鳴) + α の非共鳴

HHR*

${}^8\text{Be} + \alpha$ の非共鳴成分がない

これは、統計的に生成される ${}^8\text{Be}$ は $T_9 \approx 0.05$ で第3の α 粒子によって破壊されることを意味する

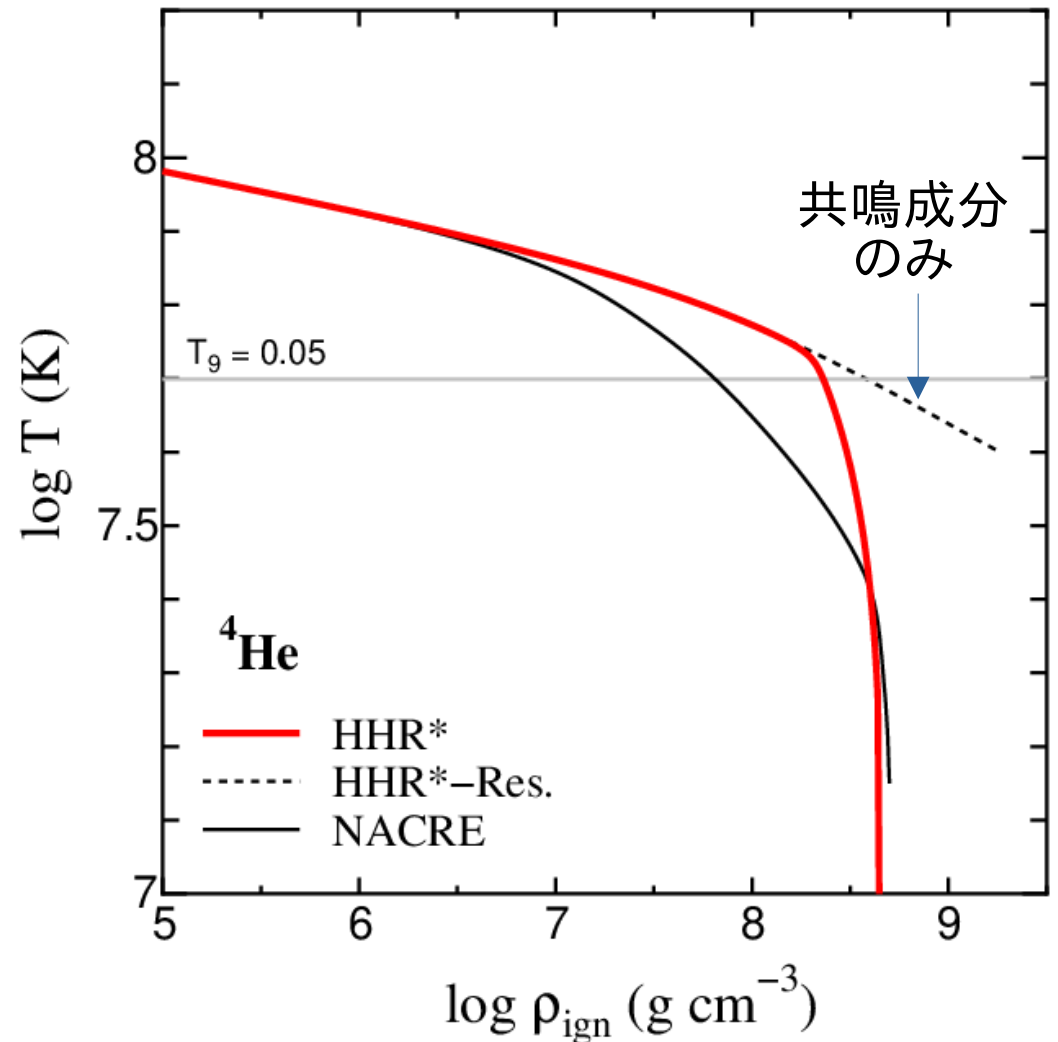


(FY05) H.O.U. Fynbo, C.Aa. Diget, U.C. Bergmann, et al., Nature 433, 136 (2005).
 JINA Reaclib, [https://reaclib.jinaweb.org/he4\(aa,g\)c12](https://reaclib.jinaweb.org/he4(aa,g)c12)

考察：膠着を持つ白色矮星のヘリウム燃焼の点火曲線

非共鳴成分は、従来*と同様に低温 ($\log T = 7$) でのヘリウム燃焼を可能にする

- $T_9 = 0.05$ で反応率が減少したことにより、**点火臨界密度は、 $0.01 < T_9 < 0.05$ で温度に鈍感になる**



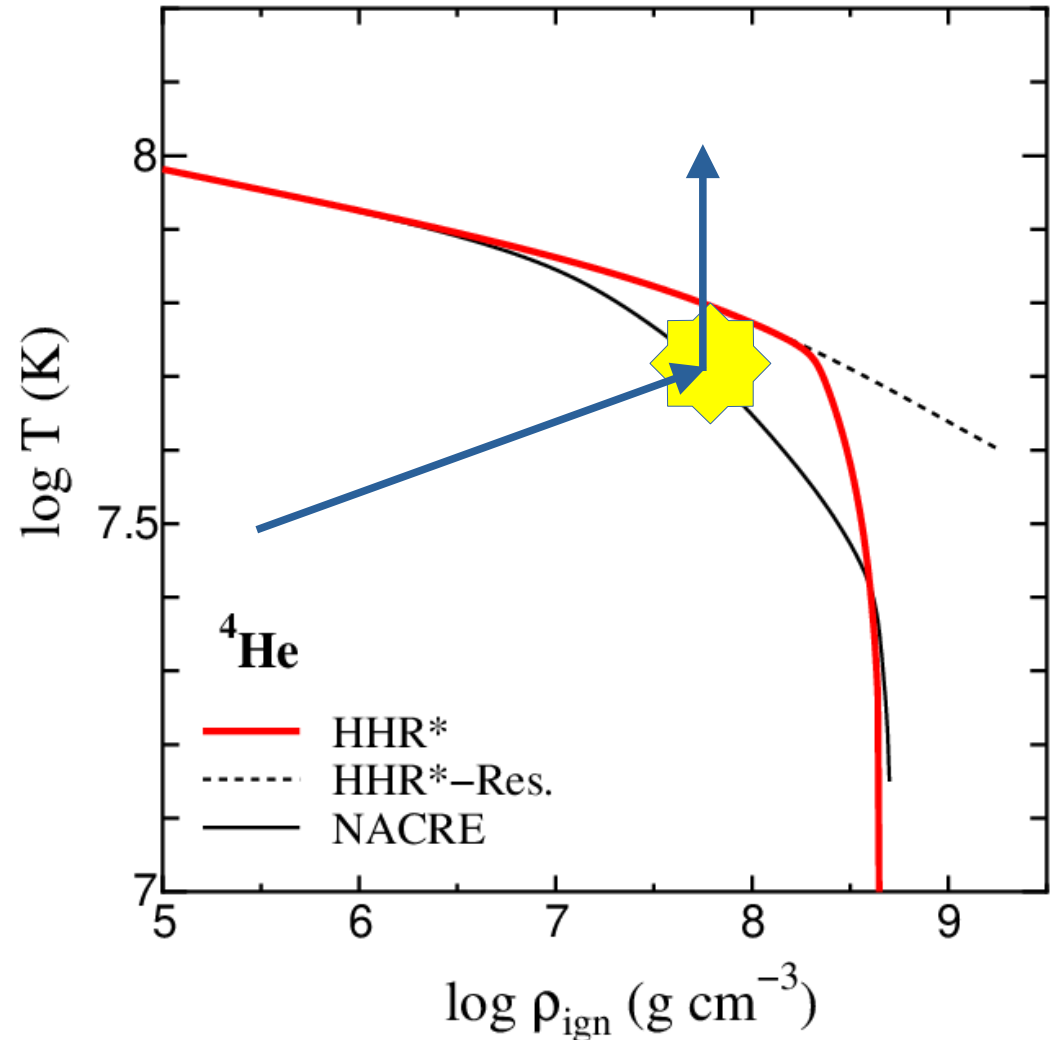
*K. Nomoto, F.-K. Thielemann, S. Miyaji, *Astron. Astrophys.* 149, 239 (1985).
K. Langanke, M. Wiescher, F.-K. Thielemann, *Z. Phys. A* 324, 147 (1986).

考察：膠着を持つ白色矮星のヘリウム燃焼の点火曲線

非共鳴成分は、従来*と同様に低温 ($\log T = 7$) でのヘリウム燃焼を可能にする

- $T_9 = 0.05$ で反応率が減少したことにより、**点火臨界密度は、 $0.01 < T_9 < 0.05$ で温度に鈍感になる**

膠着は低温・低密度
から成長



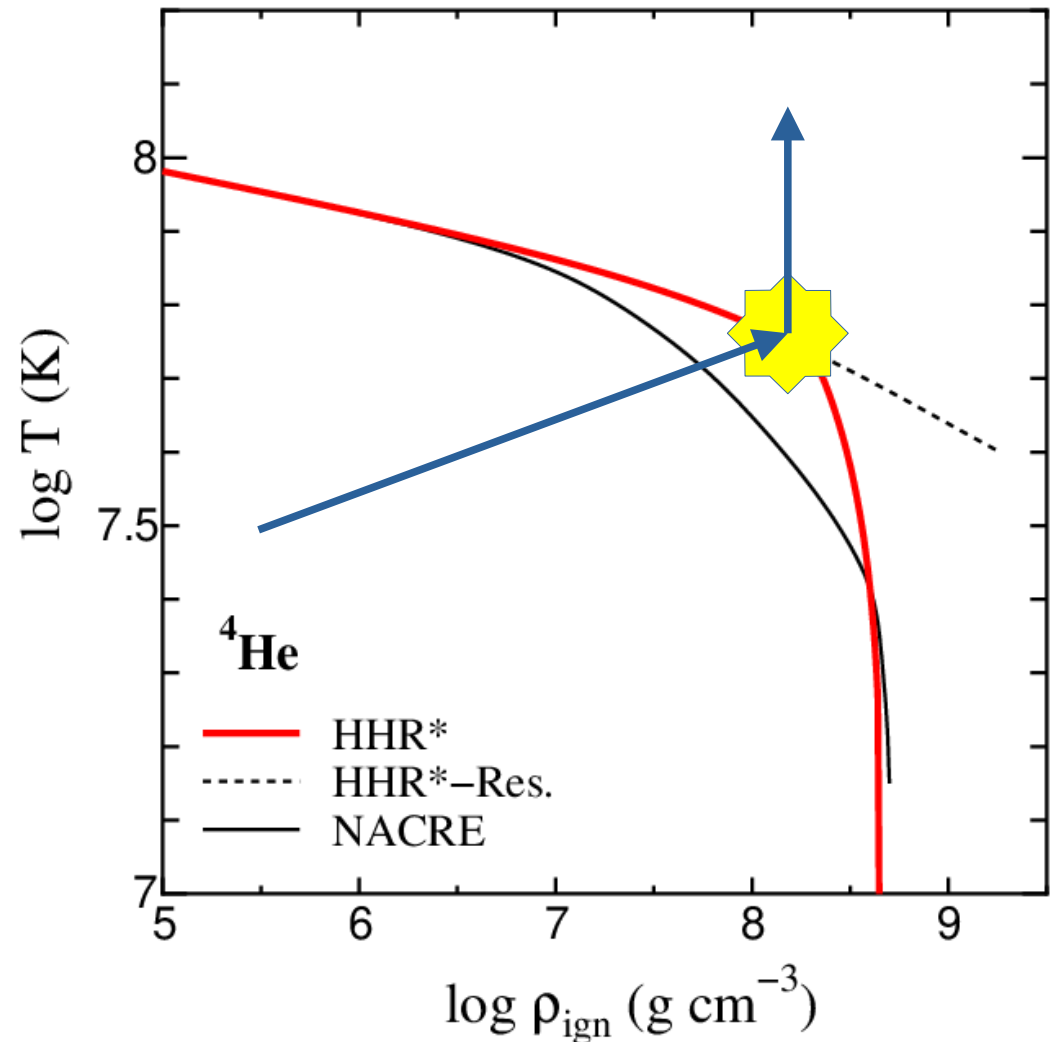
*K. Nomoto, F.-K. Thielemann, S. Miyaji, *Astron. Astrophys.* 149, 239 (1985).
K. Langanke, M. Wiescher, F.-K. Thielemann, *Z. Phys. A* 324, 147 (1986).

考察：膠着を持つ白色矮星のヘリウム燃焼の点火曲線

非共鳴成分は、従来*と同様に低温 ($\log T = 7$) でのヘリウム燃焼を可能にする

- $T_9 = 0.05$ で反応率が減少したことにより、**点火臨界密度は、 $0.01 < T_9 < 0.05$ で温度に鈍感になる**

少し先まで成長し、
着火する



*K. Nomoto, F.-K. Thielemann, S. Miyaji, *Astron. Astrophys.* 149, 239 (1985).
K. Langanke, M. Wiescher, F.-K. Thielemann, *Z. Phys. A* 324, 147 (1986).

考察：膠着を持つ白色矮星のヘリウム燃焼の点火曲線

非共鳴成分は、従来*と同様に低温 ($\log T = 7$) でのヘリウム燃焼を可能にする

- $T_9 = 0.05$ で反応率が減少したことにより、**点火臨界密度は、 $0.01 < T_9 < 0.05$ で温度に鈍感になる**

- ヘリウムイオン プラズマの状態‡
 - 気体・クーロン液体

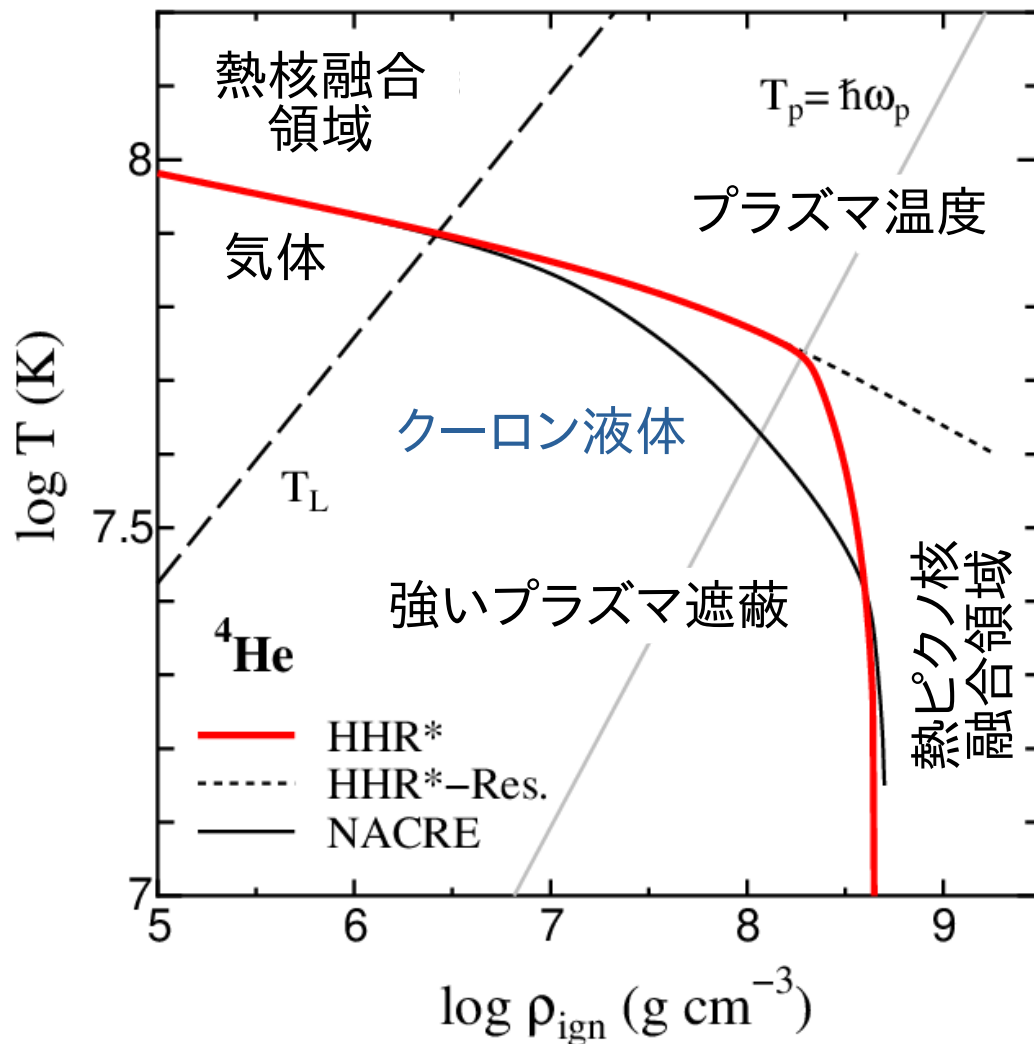
プラズマ温度以下 (秩序化)
— (3体) 非共鳴成分 —

熱ピクノ核融合領域‡
(Thermo-pycno-nuclear regime)
= "熱核" と "ピクノ核" の中間領域と定義

- 3α 直接融合は、熱ピクノ核領域を特徴付ける反応機構

【ピクノ核融合の既知性質】

反応率は、低温で密度に敏感に変化し、**温度には依存しない**



‡ E E Salpeter, H M Van Horn, ApJ 155, 183 (1969)

L R Gasques et al., PRC72, 025806 (2005)

N. Itoh et al., ApJ 362, 620 (1990); ibid. 234, 1079 (1979)

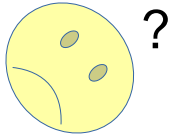
*K. Nomoto, F.-K. Thielemann, S. Miyaji, Astron. Astrophys. 149, 239 (1985).

K. Langanke, M. Wiescher, F.-K. Thielemann, Z. Phys. A 324, 147 (1986).

低温炭素燃烧

現状：低温炭素燃焼 $(0.2 < T_9 < 0.6)$

天体(核)物理領域で、コロナ期前に



1. CF88 は、非共鳴断面積から求められた反応率であるという誤解
 2. X線SBを再現するには共鳴状態が必要だとする提案 ($E_{c.m.} \approx 1.5$ MeV で) があり、 $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ 分子共鳴の影響が「実験で見つかった」かも という意見も出た。
- CF88 – **統計的な複合核反応模型**を基礎にしている
 - ^{24}Mg の $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ しきい値すぐ上のような高励起領域は、状態密度が高く、量子カオス的な複雑な状態 = 複合核反応
 - 1粒子共鳴は、広いエネルギー領域に分散 = 分子共鳴は存在しない
 - 非共鳴ではなく、大量に共鳴があり、エネルギー平均でほぼ連続状態、あるいは、幅の広い状態に見える → 天体物理の人には理解しにくい_{かも}

→ 「CF88と共鳴効果」を**障壁透過模型**と**R行列法**で実演する (2019, [2])

- Hindrance 模型 – 断面積が $E < 3.5\text{MeV}$ で急激に減少する模型
- 微視的クラスタ模型+ブライト・ウィグナー共鳴公式
- 阪大実験核、北航大グループや OMEGA・NIC Family でも話題になっていた
- M Wiescher et al., Rev. Mod. Phys. 97, 025003 (2025)

方法：障壁透過模型 & 現象論的R行列法

模型① エネルギー平均された複合核形成断面積

$$\sigma_F = \frac{2\pi}{k^2} \sum_L (2L + 1) \langle |S_{CN}|^2 \rangle$$

• WKB近似 $T_L \equiv \langle |S_{CN}|^2 \rangle$

$$T_L = \frac{\exp \left[-2 \int_{R_1}^{R_2} K(R) dR \right]}{1 + \exp \left[-2 \int_{R_1}^{R_2} K(R) dR \right]}$$

$$K(R) = \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar^2} \left[\tilde{U}_L(R) - E_{c.m.} \right]}$$

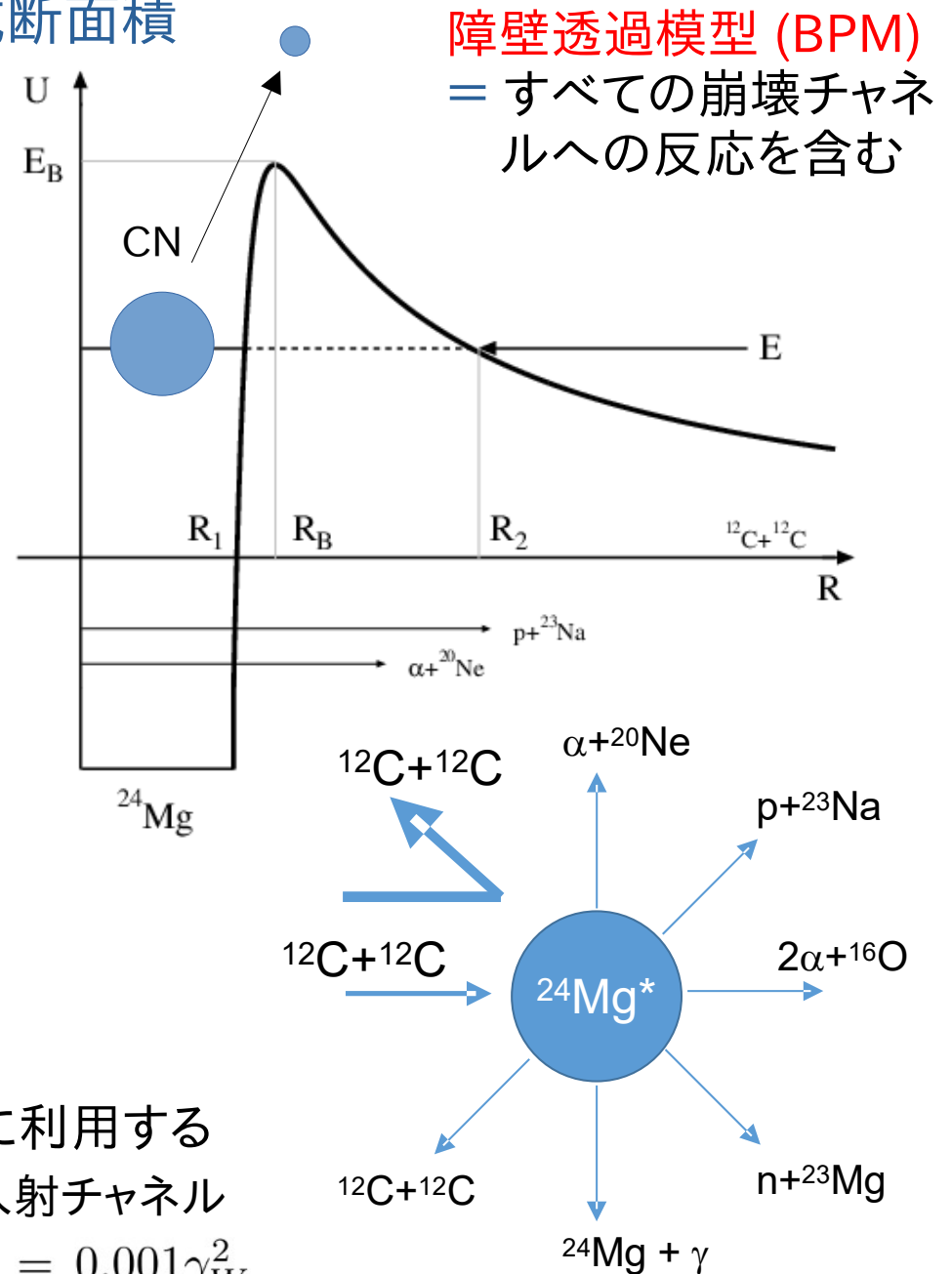
1. ほとんどは弾性散乱
2. わずかな確率で障壁を透過
3. **複合核を形成** σ_F
4. 統計的にいずれかのチャンネルに崩壊

模型② 反応断面積 現象論的R行列法

• 実験データで見つかった共鳴を明示的に利用する

$$\sigma_R = \frac{2\pi}{k^2} \sum_{cL} (2L + 1) |S_{c,0}^L|^2$$

• 入射チャンネル
 $\gamma_{iL}^2 = 0.001 \gamma_W^2$



結果： $^{12}\text{C}+^{12}\text{C}$ 核融合の反応率

天体物理学的 S^* 因子

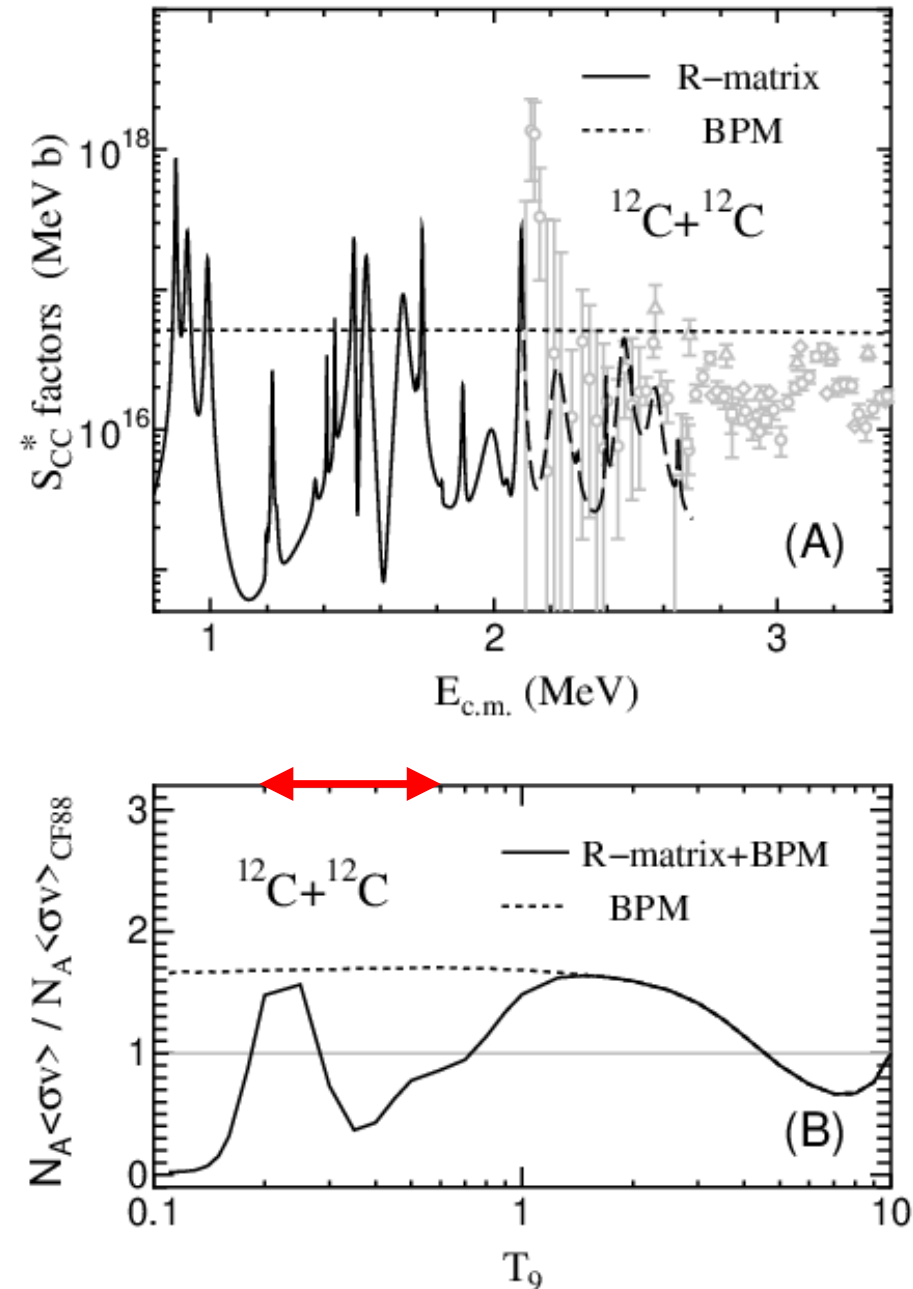
- クーロン障壁 $E_{c.m.}$ は約 6 MeV
- 直接測定 of 最低 $E_{c.m.}$ は 2.1 MeV
- X線SB計算の $E_{c.m.}$ は 1.5 MeV
- 共鳴状態が多数存在する
- BPM (点線) : エネルギー平均

$E_{c.m.} < 2.1$ MeV の S 因子を間接実験から得られた共鳴パラメタとR行列計算で外挿

- 計算される反応率 ($T_9 > 0.2$) は因子2の範囲でCF88と一致する
- X線SBの計算で期待されていた共鳴は無さそうだ
- BPMは反応率の上限値を与える

* 共鳴パラメタの実験データ値 (間接実験)
A Tumino et al., Nature 557, 687 (2018)

* 障壁透過模型計算では、核虹を再現するポテンシャルが利用される

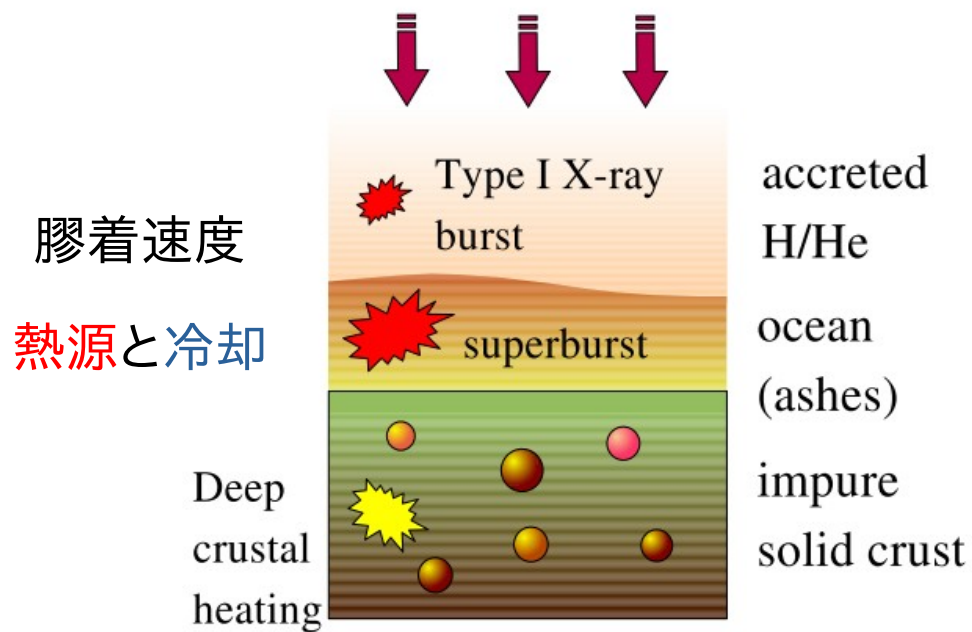
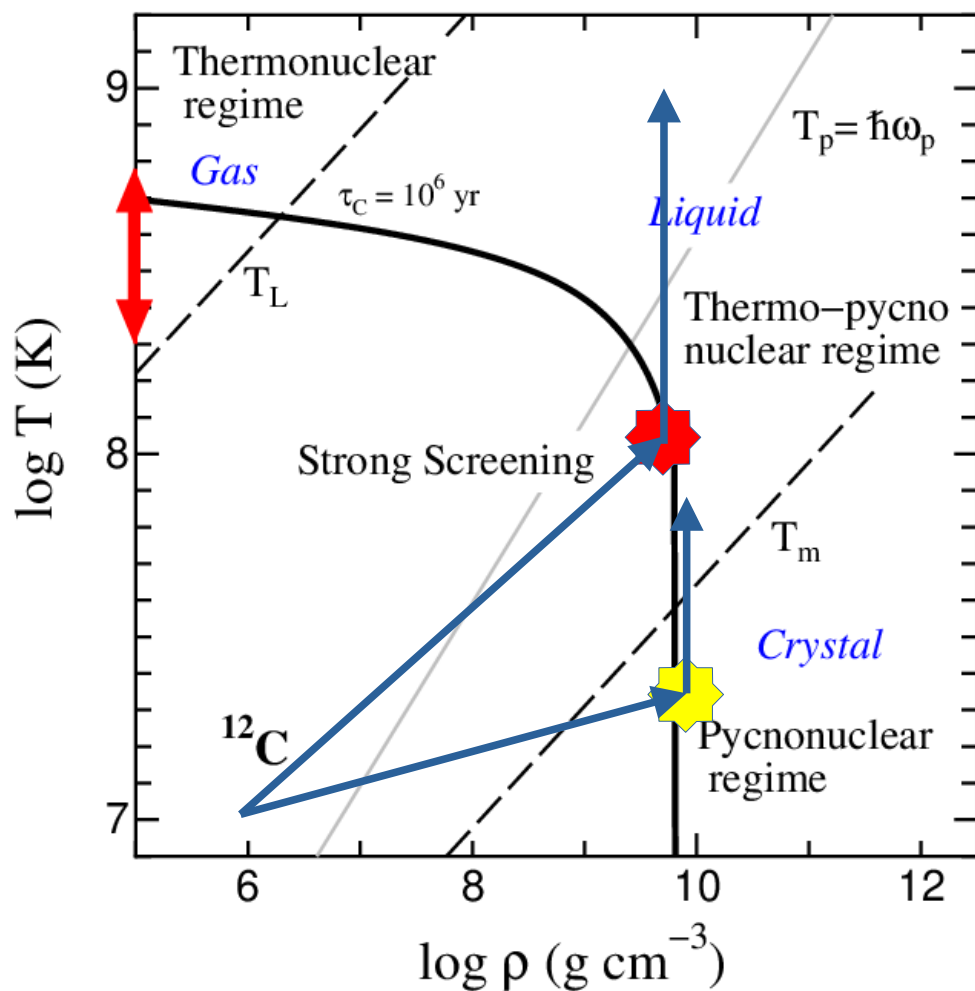


断面積実験データは [2]の図3の引用論文を参考

考察：膠着を持つ縮退星の炭素燃焼の点火曲線

炭素イオンプラズマの状態

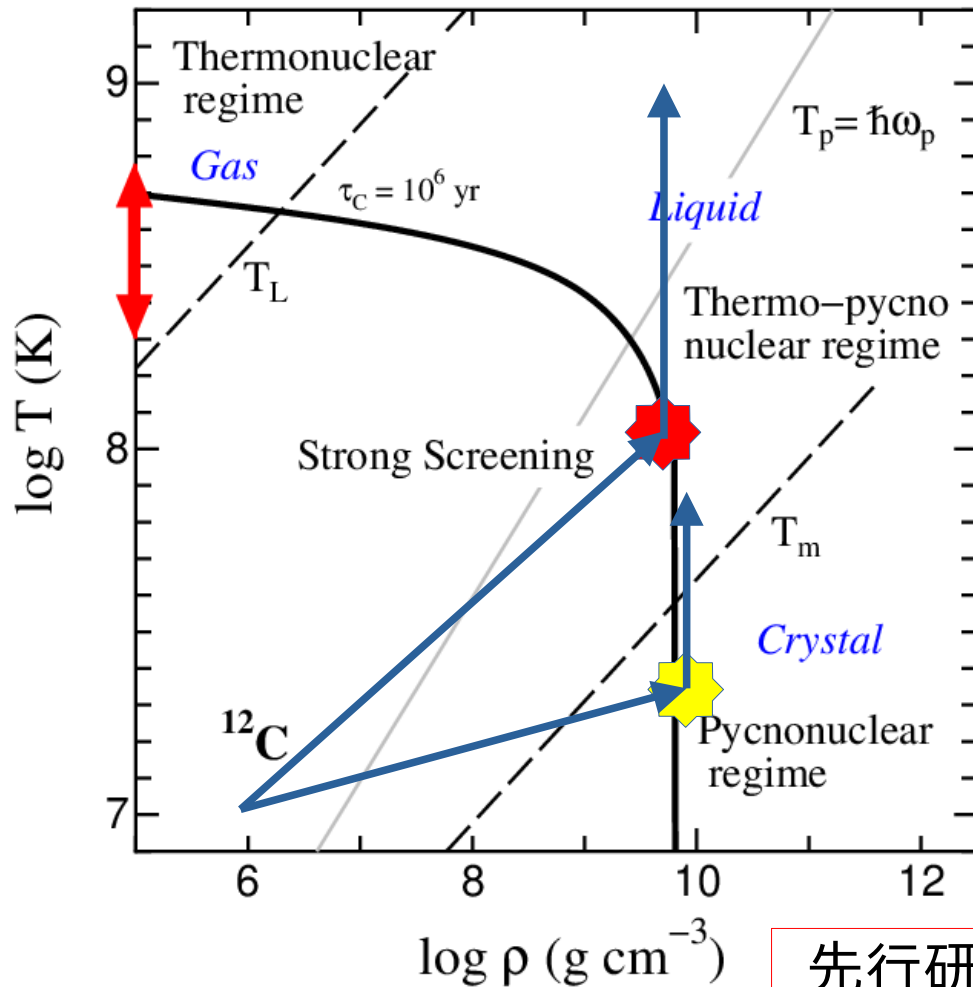
- 温度 $0.04 < T_9 < 0.2$: クーロン液体 熱ピクノ核融合
- 温度 $T_9 < 0.04$: クーロン結晶 $T > 0$ ピクノ核融合
- (XRSB) 海底深くでバーストするかもと予想されている(未確定)。膠着大気、海、外殻の温度は互いに関係する。



考察：膠着を持つ縮退星の炭素燃焼の点火曲線

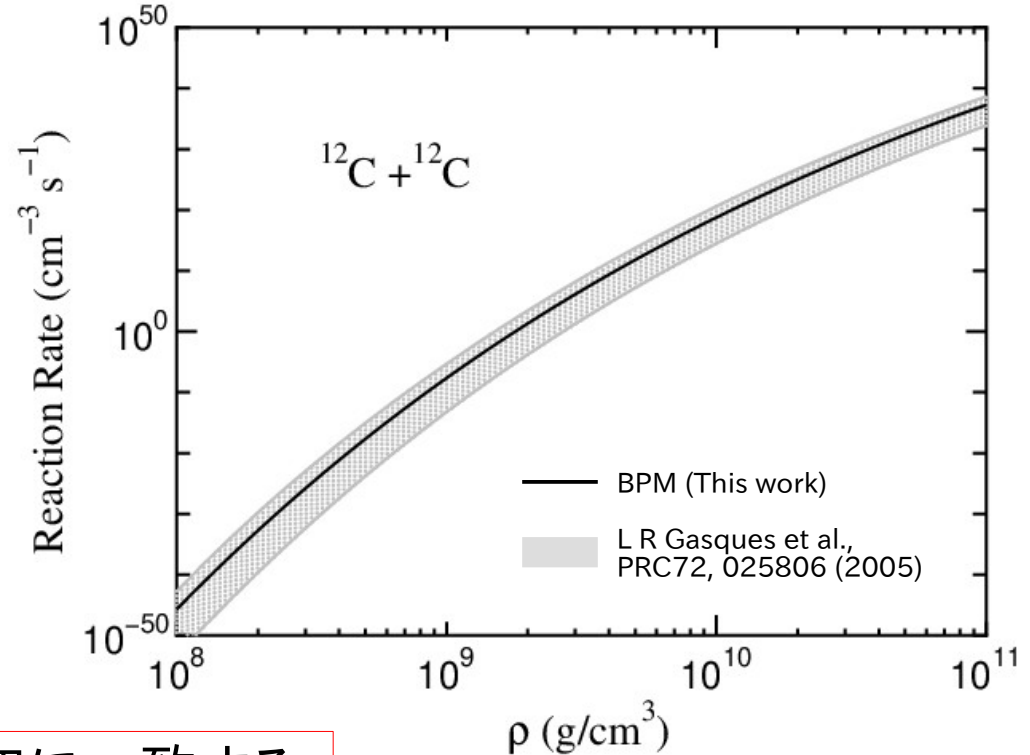
炭素イオンプラズマの状態

- 温度 $0.04 < T_9 < 0.2$: クーロン液体 熱ピクノ核融合
- 温度 $T_9 < 0.04$: クーロン結晶 $T > 0$ ピクノ核融合
- (XRSB) 海底深くでバーストするかもと予想されている(未確定)。膠着大気、海、外殻の温度は互いに関係する。



先行研究に一致する

- $T = 0$ ピクノ核融合反応率:



まとめ – 反応率計算の進展 –

(研究課題・目的) 低温トリプル α 反応と炭素燃焼の**反応率の精度を高めること**

①「低温トリプル α 反応」の反応率

(実施) ${}^8\text{Be}$ に拘束条件を課さず、厳密計算を実行した。

(方法) **非断熱ファデフ3体R行列展開法**

(結果) $T_9 = 0.05$ でNACREから4桁程度反応率が減少することが分かった。

また、普通の恒星のヘリウム燃焼に重要な温度領域で、NACREからほとんど変更がないことを確認した。

つまり、厳密計算によって、従来値から ${}^8\text{Be} + \alpha$ 非共鳴成分を取り除いた。

(考察) 近接2重連星系の膠着を持つ縮退星のヘリウム燃焼には多少影響することが予測される。(点火密度が、 $0.01 < T_9 < 0.05$ で温度に鈍感になる程度の差)

②「低温炭素燃焼」の反応率

(実施) CF88が、統計的な複合核反応モデルを基礎にしていることを確認した。

(方法) 複合核形成に基づく**障壁透過モデル**と**現象論的R行列法**

(結果) 計算される反応率は、従来値と因子2の範囲で一致した。

つまり、X線スーパーバーストの計算で期待された分子共鳴は見つからない。

(考察) $T = 0$ ピクノ核融合も調査したが、結果は、先行研究に一致した。反応率をより確実なものにするための、更なる調査が理論・実験ともに必要である。