

量子力学100周年研究会：量子基礎・量子情報のこれまでとこれから
京都大学基礎物理学研究所 2025年 9月11日

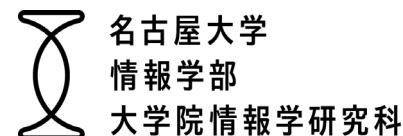
量子系から古典系の創発と 確率解釈の由来

Emergence of Classical Systems from Quantum Systems and
the Origin of the Probabilistic Interpretation

谷村 省吾

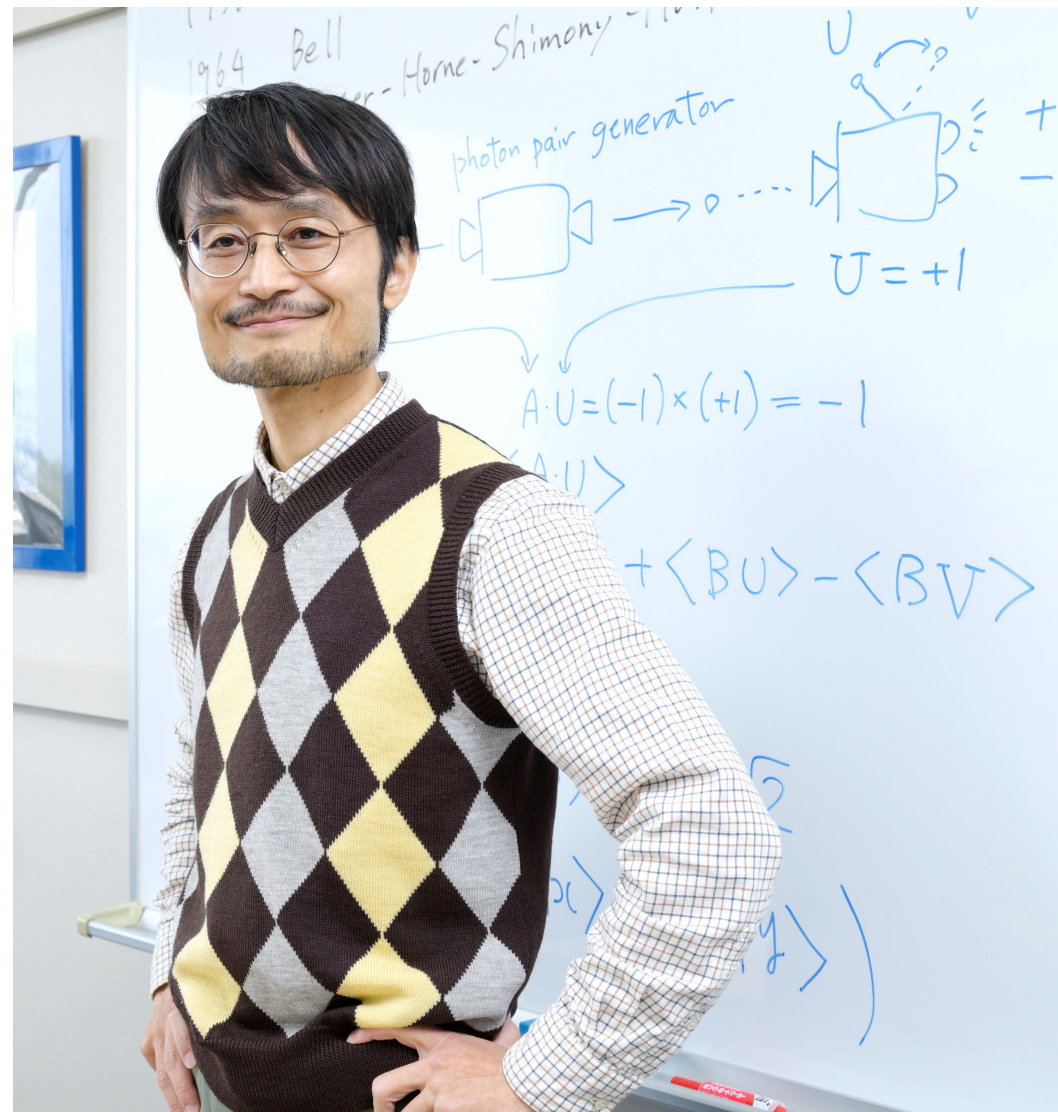
TANIMURA Shogo

名古屋大学 情報学研究科



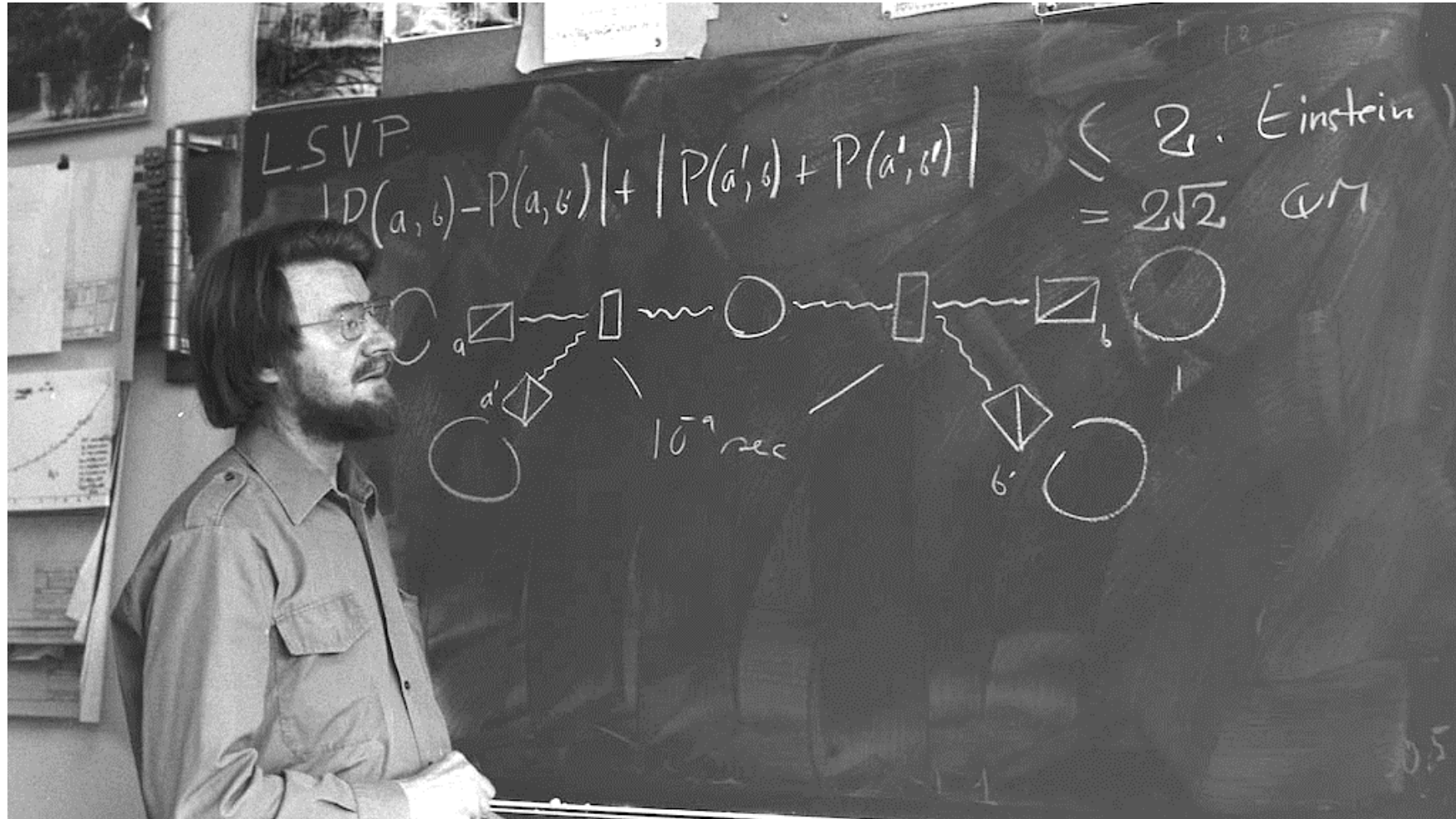
自己紹介

- 谷村省吾（たにむら・しょうご）
- 名古屋大学工学部応用物理学科を卒業，大学院理学研究科物理学専攻で博士取得．その後，東京大学学振PD，京都大学，大阪市立大学などで職歴を経て，2011年に名古屋大学に着任．
- 一番の師と言える方は大貫義郎．
- 研究：量子力学の基礎，圏論・微分幾何の応用，AIなど．



2024年はベルの不等式60周年でした

John Stewart Bell, On the Einstein Podolsky Rosen paradox, 1964



2025年は量子力学100周年

Heisenberg, Born, Jordan, Dirac が量子力学の基本形を創ったのが1925年。それから100年。



INTERNATIONAL YEAR OF
Quantum Science
and Technology

100 years of quantum is just the beginning...

On June 7, 2024, the United Nations proclaimed 2025 as the International Year of Quantum Science and Technology (IYQ). According to the proclamation, this year-long, worldwide initiative will "be observed through activities at all levels aimed at increasing public awareness of the importance of quantum science and applications."

<https://quantum2025.org/en/>

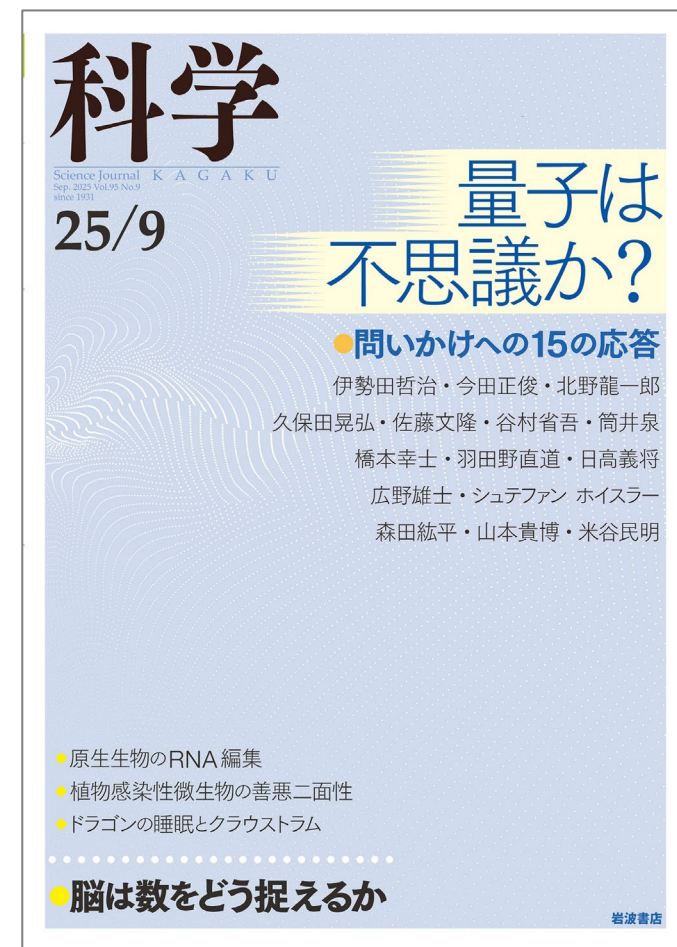
量子力学100周年を記念して



数理科学2025年1月号（7月号も）
谷村「量子力学のユニークさ：
量子力学は他の物理学理論とどう違うか」



日経サイエンス2025年4月号，観測問題
谷村のインタビュー記事
木村元氏の翻訳監修記事



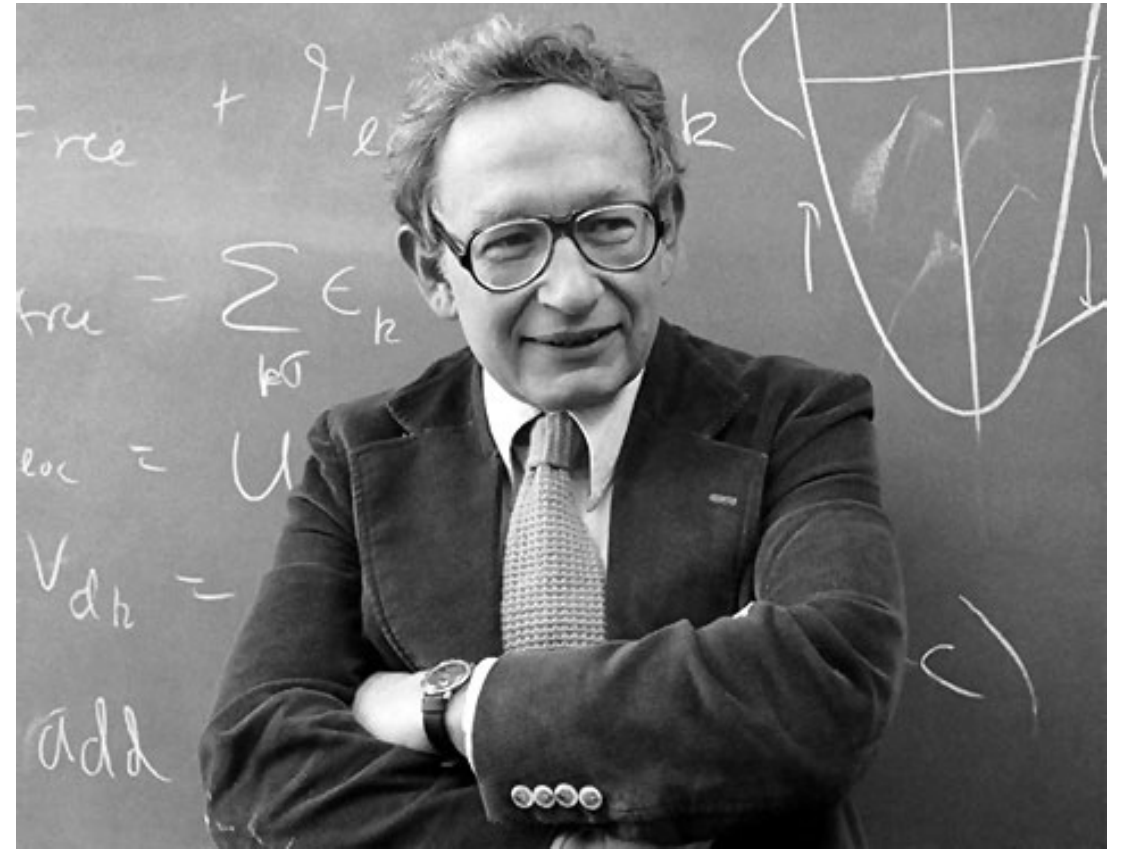
科学2025年9月号
量子は不思議か？

この講演の主題

- ミクロの世界は量子力学（非決定論・不確定・非実在論）
- マクロの世界は古典力学（決定論・確定・実在論）
- 量子と古典は異質な物理法則。
- 量的な違いではなく質的に異なるように見える。
- しかし，組成においてはマクロの物体は多数のミクロ原子の集合体。数量的な延長にすぎない。
- ミクロ量子力学からマクロ古典力学を導けるか？

量子系から古典系の創発か？

- ミクロ量子力学とマクロ古典力学の違いは「More is Different」の最たるもののように思える。
- [P. W. Anderson, Science \(1972\), More is Different](#)
- 個数の多さが質的な違いを生む，要素還元できない性質・挙動を創発する。



アンダーソン博士記念講演

- 東京大学名誉博士称号授与式 2002年12月10日
- 「多は異なりー 再考」
- “MORE IS DIFFERENT – ONE MORE TIME”
- [東京大学学内広報 No.1254 \(2003.1.22\)](#)

アンダーソン博士記念講演

一つ一つの電子にとって、実験装置—シュテルン・ゲルラッハの磁石やスリットなど—というものは、我々が電子の性質を見る場合に比べて、遥かに不可思議に見えるはずで、これらの物体は電子に対して単に境界条件としてしか作用せず、自分自身の量子状態が変化することがない、という不思議な性質を備えているのです。

ミクロ量子力学系側から見れば、マクロ古典力学系の存在の方が不思議。

How More is different?

- 「どのくらい（原子が）多ければ」量子から古典に移行するのか？
- おそらく物理から化学の領域に移るあたり。
- 低分子から高分子への間。
- DNAの塩基配列（ATCG）は古典物理的・確定的記述が通用する。このあたりでマクロに入っている。

量子力学から古典力学を導く（納得する） 試み

- エーレンフェストの定理（期待値はニュートン力学の運動方程式に従う）

$$m \frac{d^2}{dt^2} \langle x \rangle = - \left\langle \frac{\partial V}{\partial x} \right\rangle \quad \left(\frac{\partial V}{\partial x} (\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle) \text{ではない} \right)$$

- $\hbar \rightarrow 0$ の極限で経路積分には最小作用の原理の軌道がメインに寄与

$$G(x_1, t_1, x_0, t_0) = \int \mathcal{D}x e^{\frac{i}{\hbar} \int L dt}$$

量子力学から古典力学を導く試み(2)

- ハイゼンベルク方程式

$$\frac{d}{dt} \hat{A} = \frac{1}{i\hbar} [\hat{A}, \hat{H}], \quad [\hat{q}_j, \hat{p}_k] = i\hbar \delta_{jk}$$

から $\hbar \rightarrow 0$ の極限で残る主要項は、ポアソン括弧のハミルトン方程式

$$\frac{d}{dt} A = \sum_j \left(\frac{\partial A}{\partial q_j} \frac{\partial H}{\partial p_j} - \frac{\partial A}{\partial p_j} \frac{\partial H}{\partial q_j} \right) = \{A, H\}$$

量子力学から古典力学を導く試みはあるが

- いずれも数学的厳密性に欠ける，論理の飛躍がある。
- 積の期待値は，期待値の積に一致しない：
 $\langle xy \rangle \neq \langle x \rangle \langle y \rangle$, $\langle x^2 \rangle \neq \langle x \rangle^2$, $\langle V(x, y, z) \rangle \neq V(\langle x \rangle, \langle y \rangle, \langle z \rangle)$
- 演算子をいつの間にか関数にすり替えている。
- 「 $\hbar \rightarrow 0$ の極限」がどういう収束なのかわからない。
- 「原子の個数が多い極限」になっていない。

(谷村が) 有望と見る方法論

- **代数的量子論** (Haag, Kastler, Segal, Araki) ヒルベルト空間を使わないフォーミュレーション. 量子と古典を同等な土俵で扱う.
- **ミクロ・マクロ双対** (Ojima) 無限自由度極限でオーダーパラメータが発生. オーダーパラメータは可換代数元 (center) であり, 古典的変数.
- **縮約理論** (Inonu, Wigner) 大小のスケールギャップに伴う対称性の破れを統制する.

Inonu-Wignerの縮約理論 (1953年)

- ある群で表される対称性が，その部分群に破れるのではなく，無限大（無限小）のスケールギャップによって別の群で表される対称性に移行することを統制する理論。「縮約」は contraction の訳語。
- 例：2次元球面の対称性 $SO(3)$
 - （半径無限大の極限） \rightarrow
 - \rightarrow 2次元平面の対称性 $E(2) = SO(2) \times \mathbb{R}^2$

地球はローカルには平面に見える

Inonu-Wignerの縮約理論の使い方

• **ポアンカレ群**（ローレンツ群と時空平行移動の半直積群） $P(4) = SO(3, 1) \rtimes \mathbb{R}^4$

—（光速無限大の極限）→

→ **ガリレイ群** $G(4) = (SO(3) \rtimes \mathbb{R}^3) \rtimes \mathbb{R}^4$

表現空間の退化

- ミンコフスキー構造 (これを保つのがポアンカレ変換群)

$$g = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2 dt^2$$

$$g^{-1} = \frac{\partial}{\partial x} \otimes \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \otimes \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \otimes \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial}{\partial t} \otimes \frac{\partial}{\partial t}$$

- ($c \rightarrow \infty$) ガリレイ構造 (これを保つのがガリレイ変換群)

$$\lim_{c \rightarrow \infty} \frac{1}{c^2} g = -dt^2 \quad (\text{絶対時間})$$

$$\lim_{c \rightarrow \infty} g^{-1} = \frac{\partial}{\partial x} \otimes \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \otimes \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial z} \otimes \frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{絶対空間})$$

代数的量子論

- observable algebra \mathcal{A} : 観測可能な物理量の和・積・スカラー倍・共役の代数.
- observable algebra と state $\omega: \mathcal{A} \rightarrow \mathbb{C}$ (期待値汎関数) を通してヒルベルト空間は GNS構成される.
- 物理量の観測可能範囲によって演算子表現は取り替えられる.

Re-Algebrization (再代数化)

抽象的な代数
(ポアンカレ群のリー代数など)

表現
→

表現空間
(ミンコフスキー時空など)

光速無限大極限
space-like slice の絶対化 ↓

たんなる部分群・部分代数ではない
縮約 ↓

再代数化

スケールギャップのある
表現空間
(絶対空間を定められたガリレイ時空など)

戻された抽象代数
(ガリレイ群のリー代数など)

再表現

ガリレイ群の (射影) 表現

Re-Algebrization (量子論の場合)

相対論的場の量子論

表現
→

表現空間 (フォック空間)

光速無限大・低エネルギー極限

$$\frac{\Delta E}{mc^2} \rightarrow 0$$

たんなる部分群・部分代数ではない
縮約

粒子数の定数化

再代数化

戻された抽象代数
(有限個数質点系の正準
交換関係)

粒子数一定の表現空間

再表現
→

非相対論的量子力学の
ヒルベルト空間

4 項間の導出関係

Massive systemからの低エネルギー極限, 粒子数確定状態

相対論的場の量子論



非相対論的質点の量子力学



Masslessからの低エネルギー極限

粒子数不確定, 振幅・位相近似確定状態

相対論的古典場の理論

粒子数無限大極限



質点の古典力学

谷村「ミクロとマクロをつなげる：
概念体系の網はいかにして世界を捉えるか」
数理科学2022年1月号

Massiveからの低エネルギー極限 (1/3)

- 相対論的場の量子論：励起状態としての粒子

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (cp)^2}$$

- 低エネルギーとは、mass gap に比べて low energy excitation ということ：

$$E = \sqrt{(mc^2)^2 + (cp)^2} \approx mc^2 + \frac{p^2}{2m}$$

$$\Delta E = \frac{p^2}{2m}, \quad \frac{\Delta E}{mc^2} \ll 1 \text{ が 「低エネルギー」 の定義.}$$

Massiveからの低エネルギー極限 (2/3)

- 低エネルギー現象では，粒子・反粒子の対生成は抑制され，粒子数 N が一定。
- 1 粒子状態に注目。
- 粒子の位置と運動量を追跡記述するのが有効。
- 荷電密度を「粒子数密度」「確率密度」に読み替えることによって粒子の「位置演算子」が定まる：

$$\hat{\rho}(r) = \hat{\psi}^\dagger(r)\hat{\psi}(r) \rightarrow \hat{X} = \int x \hat{\rho}(r) dx dy dz$$

Massiveからの低エネルギー極限 (3/3)

- 運動量演算子は量子場と同じく並進の generator

$$[\hat{P}, \hat{\rho}(r)] = i\hbar \frac{\partial}{\partial x} \hat{\rho}(r)$$

- 正準交換関係に基づく非相対論的量子力学ができる

$$[\hat{P}, \hat{X}] = i\hbar \int x \frac{\partial}{\partial x} \hat{\rho}(r) dx dy dz$$

$$= -i\hbar \int \hat{\rho}(r) dx dy dz = -i\hbar \hat{1}$$

多粒子化による古典化

- 重心座標と全運動量：

$$\hat{X} = \frac{\sum_{k=1}^N m_k \hat{x}_k}{\sum_{k=1}^N m_k}, \quad \hat{P} = \sum_{k=1}^N \hat{p}_k, \quad M = \sum_{k=1}^N m_k$$

- 多粒子極限で位置と速度は可換に近づく：

$$[\hat{X}, \hat{P}] = [\hat{X}, M\dot{\hat{X}}] = i\hbar, \quad [\hat{X}, \dot{\hat{X}}] = \frac{i\hbar}{M} \rightarrow 0$$

- 位置の時間変化・軌道を追う記述が可能になる。
- Wigner関数, Weyl symbolで Poisson括弧への縮約も。

不確定性はどの程度か

- 自由粒子の場合, $\hat{X}(t) = \hat{X}(0) + \frac{1}{M} \hat{P}(0)t$

$$\Delta X(0) \cdot \Delta X(t) \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{X}(0), \hat{X}(t)] \rangle|$$

$$= \frac{t}{2M} |\langle [\hat{X}(0), \hat{P}(0)] \rangle| = \frac{t}{2M} \hbar$$

- オーダー評価 (標準量子限界) $\frac{2M}{\hbar} \Delta X^2 \geq t$

- $M = 0.1\text{g}$, $\Delta X = 1\text{mm}$ とすると $10^{24}\text{s} \simeq 10^{14}\text{yr} \geq t$

- 100兆年は物体の軌道を時間の関数と思ってよい。

不確定性はどの程度か（電子の場合）

• オーダー評価

$$\frac{2M}{\hbar} \Delta X^2 \geq t$$

• $M = 9.1 \times 10^{-31} \text{kg}$, $\Delta X = 1 \text{nm}$ とすると $10^{-14} \text{s} \geq t$

• 原子スケールの空間精度を要求すると，電子の古典的軌道概念の有効時間は100兆分の1秒以下。

確率解釈はどこから？

- 古典的物理量の observable algebra は可換代数.
- 可換代数上の期待値汎関数は確率で一意的に記述される (Riesz-Radon-Markovの定理)

$$\omega(A) = \int A(\chi) \rho_{\omega}(\chi) d\chi$$

- (言い換えると) 可換代数上の混合状態は一意的に純粋状態分解される (統計解釈・頻度解釈できる)

$$\omega = \int \chi \rho_{\omega}(\chi) d\chi$$

確率解釈は古典系から来る

- 量子系の確率分布は「どの基底で測るか」に依存する（文脈依存性）。
- 古典系は同時対角化可能であり，基底選択の恣意性なしに統計解釈できる。
- 古典的可換代数系との相互作用（観測過程）が確率を決定する。

解決できた（と思う）問題

- 量子力学から古典力学を導出
- 確率解釈を導いたとは言えないが、確率を頻度解釈してよいことを正当化している。
- 実スカラー場で記述されるスピンゼロ・電気的中性な有質量粒子（中性パイオンなど）の非相対論的極限が複素数値波動関数で記述されることを正当化。
- 光子の位置演算子がないこと、波動関数記述ができないことを正当化。

残っている問題

- 量子と古典の境界線が明確に決まったわけではない。
「古典力学に漸近する」と言っているだけ。
- 波束の収縮は「いつ」起きたか？
- たとえば光子がいつ発射されて、いつ吸収されたかを光速不変性と矛盾せずに決定論的に記述できるか？
- 非可換ゲージ場の負ノルム状態
- 重力は量子化されるべきか？

思想・態度

- **基礎づけ主義**（foundationalism, これ以上さかのぼれない「基礎」を求める志向）には方法論的限界があるのではないか。
- **つぎはぎ主義**：観測能と制御能に応じて見える範囲を記述する，守備範囲を変更したときの記述様式・予測理論が整合的につながっていればよしとする。
- 記述範囲を対称性・変換群で統制するクラインのエルランゲン・プログラムの方法は参考になる。

量子力学100周年を
迎えたところで、次
の100年の見取り図
を描きたいものです。

ChatGPT 5に「探検、まだ見ぬ島、まだ見ぬ大陸を求めて、今から
出発しようという感じのイラストをお願いします。」



ご清聴ありがとうございました