量子力学100 周年研究会：
量子基礎・量子情報のこれまでとこれから
@基研 2025年9月8日-12日

重力理論と量子情報

高柳　匡

重力量子情報研究センター
京都大学基礎物理学研究所

YITP
YUKAWA INSTITUTE FOR THEORETICAL PHYSICS

CGPQI
Center for Gravitational Physics and Quantum Information
Yukawa Institute for Theoretical Physics, Kyoto University

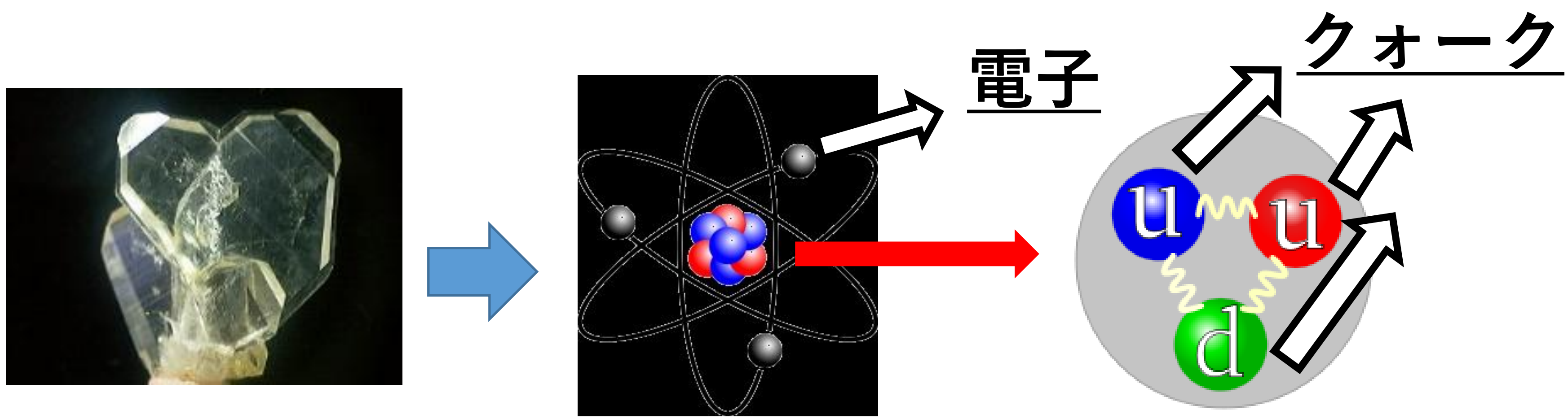
Grant-in-Aid for Transformative Research Areas A
Extreme Universe

①はじめに

素粒子論とは？

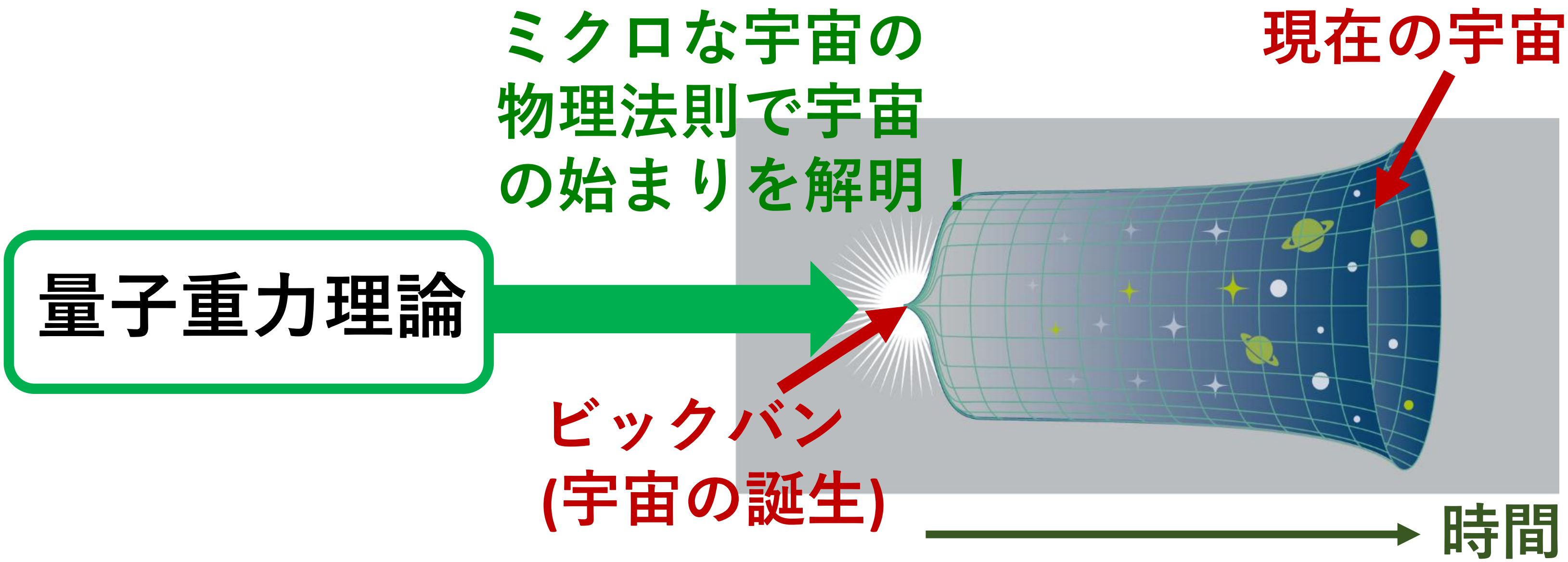
物質を細かく分け、最小単位を探求する学問が、
素粒子物理。その理論が素粒子論。

⇒究極にミクロな物理法則の探求。



物質　原子＝電子＋原子核　**陽子**

宇宙創成を解明するには、量子重力理論が必要不可欠！



素朴な疑問：　物質の最小単位は素粒子だが、
「時空の最小単位」は何だろうか？

とりあえず、ミクロな宇宙を拡大したい ➡ 顕微鏡が必要！

顕微鏡は自然科学の研究で非常に基礎的で重要な実験装置

→ホログラフィー原理は、いわば、<u>量子重力理論の顕微鏡</u>！

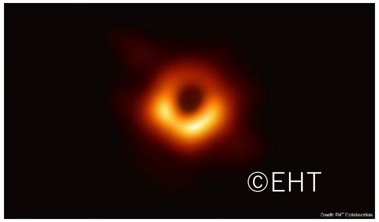
物性物理
生物・化学 → 光学顕微鏡
電子顕微鏡
など

→ 電子・スピン・
結晶構造・細胞

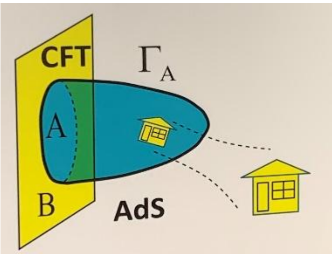
高エネルギー物理 → 加速器

→ 素粒子・原子核

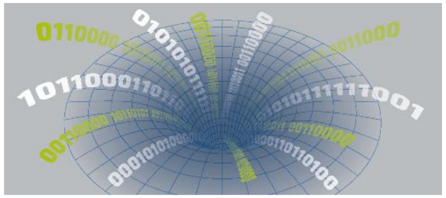
量子重力理論
（超弦理論） → ホログラフィー原理
（ゲージ重力対応） → **量子ビット**
量子エンタングルメント
～時空のミクロな幾何構造



→



→

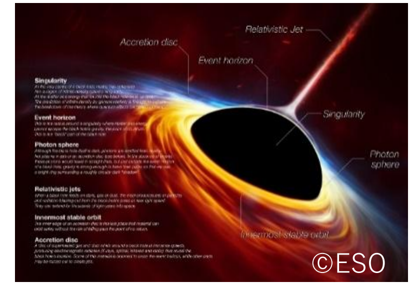


ホログラフィー原理はブラックホールや初期宇宙など重力理論の時空を拡大する。

講演内容

① はじめに
② ブラックホールとエントロピー
③ ホログラフィー原理とゲージ重力対応
④ ホログラフィック・エンタングルメント
⑤ ブラックホールの情報問題への応用
⑥ 量子情報から創発する宇宙
⑦ ホログラフィー原理は量子計算機を超えるか？
⑧ おわりに

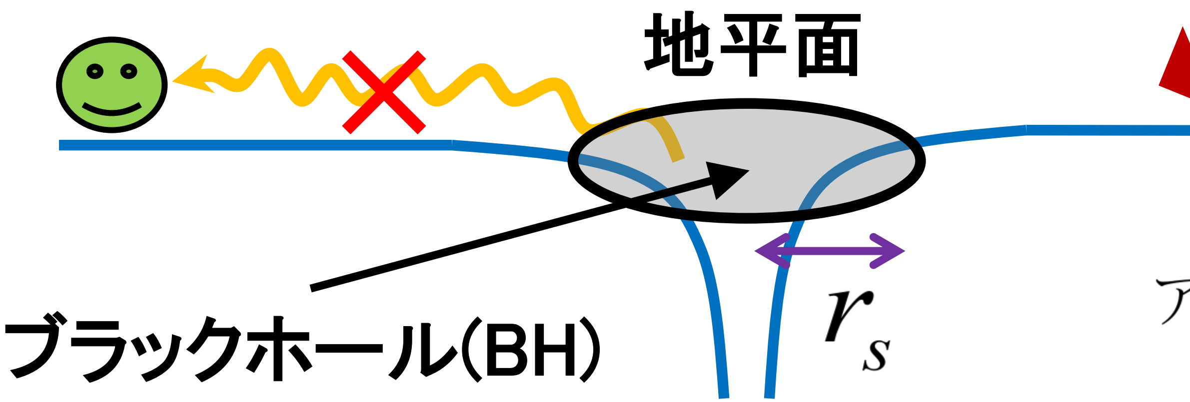
② ブラックホール(BH)とエントロピー

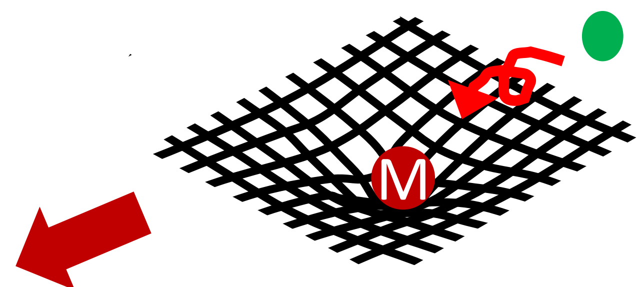


ブラックホール時空

半径が小さく、非常に重い天体。強い重力で引き付けるため、
光ですら内部から出てくることができない。⇒ブラックな天体

一般相対論に特有の現象！





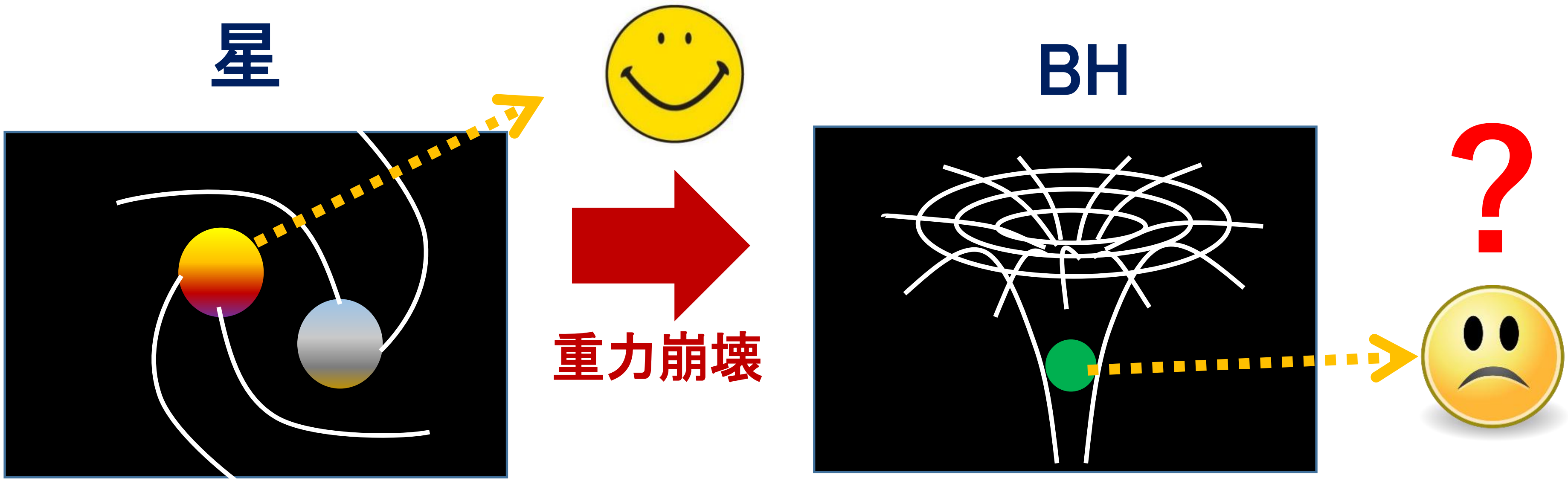
一般相対論に従い
時空が曲がる！

アインシュタイン方程式

$$R_{ab}-\frac{1}{2}Rg_{ab}=8\pi G_N T_{ab}$$

ブラックホール・エントロピーの直観的意味

ブラックホールが星などの重力崩壊で形成されると、外部の観測者は、ブラックホール内部の情報にアクセスできなくなる。



観測者は星の情報にアクセスできる

情報はBH内部に隠れてしまう！

これがBHエントロピー

ブラックホール・エントロピー公式[Bekenstein-Hawking]

[1972-1976]

$$\boxed{S_{BH} = \frac{k_B \cdot c^3}{4G_N \cdot \hbar} \cdot A_{BH}}$$

⇒ブラックホールの熱力学
（温度も持つ）

A_{BH}=ブラックホールの面積 ⇒ 幾何学
G_N=重力定数 ⇒ 重力
$\hbar$＝プランク定数 ⇒ 量子力学
k_B=ボルツマン定数 ⇒統計物理・量子情報

$\Big\}$ 理解するには量子重力理論が必要！

ブラックホールのエントロピー公式の驚き

（１）エントロピーが体積ではなく、面積に比例！

⇒重力理論の自由度は面積に比例する！

⇒ホログラフィー原理の動機(後述)

（２）古典論（一般相対性理論）
なのに、エントロピーを持っている！

スカラー場やフェルミオン場の古典論を考えても
エントロピーはゼロ。
統計物理ではエントロピーは量子化して初めて現れる！

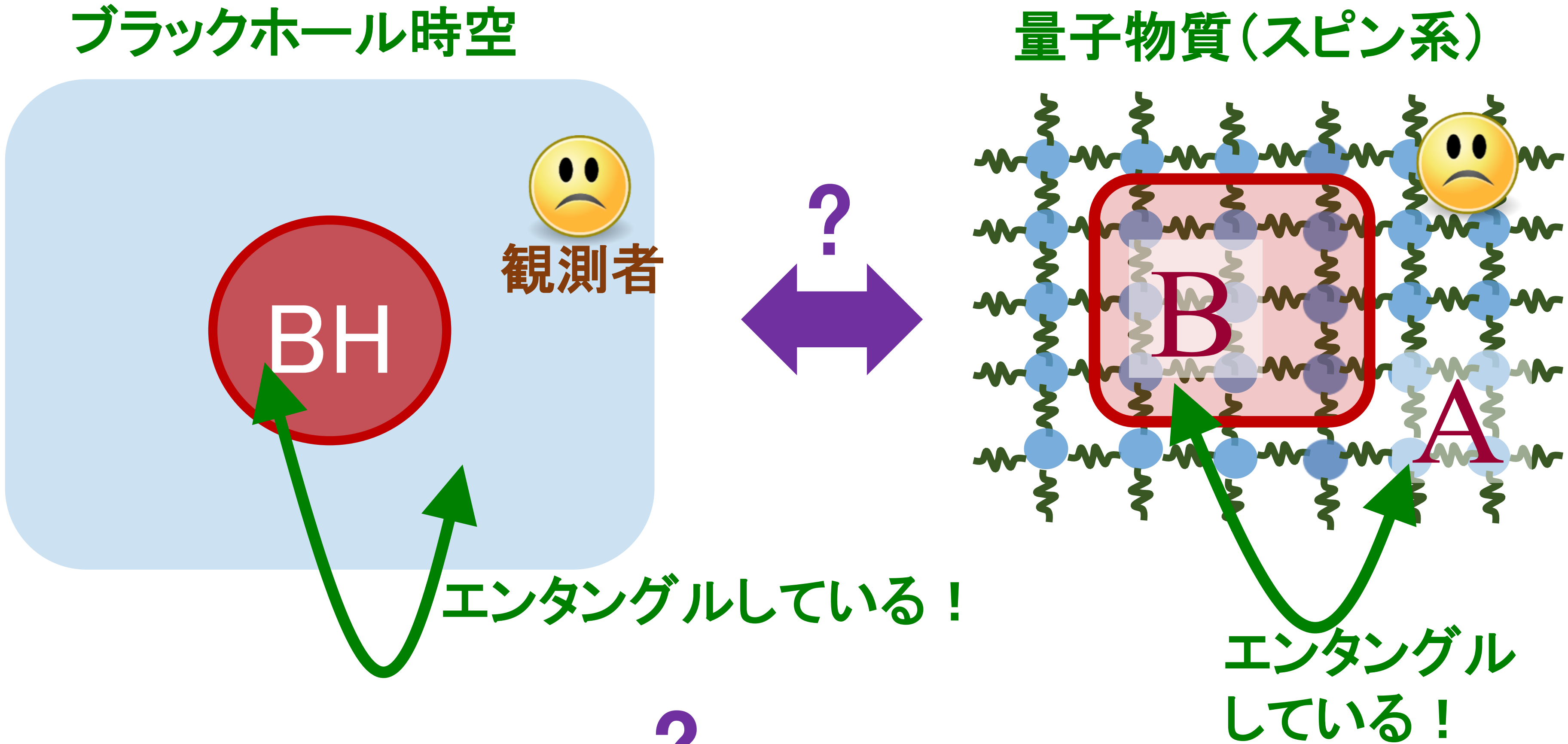
⇒ 重力理論(Einstein–Hilbert 作用)のトポロジカルな寄与

“エッジモード”

cf. 量子ホール効果

量子多体系エンタングルメントとブラックホールの類似性

[Bombelli–Koul–Lee–Sorkin 1986, Srednicki 1993]



BHエントロピー S_{BH} ⟷ ? ⟷ エンタングルメント・エントロピー S_A

時空　面積則

物質　面積則

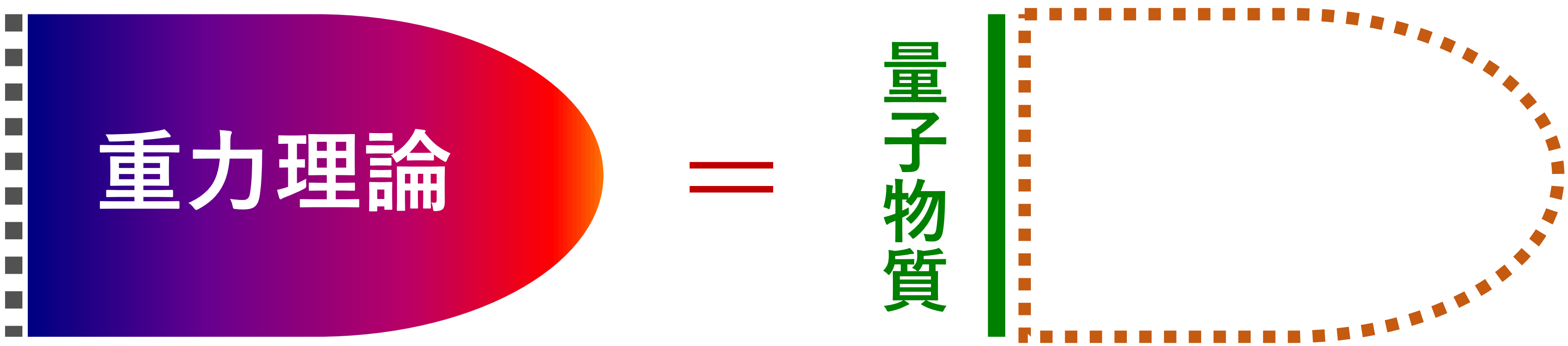
③ ホログラフィー原理とゲージ重力対応

ブラックホールのエントロピーは体積ではなく、面積に比例！

このように重力理論を通常の物質に例えると自由度が１次元低く見える。これを<u>ホログラフィー原理</u>と呼ぶ。

ホログラフィー原理 ['t Hooft 93, Susskind 95]

重力理論　＝　境界上の量子物質



本当であれば、難しい量子重力の問題を、量子物質の問題に帰着できる！

ホログラフィー原理で最もよく知られた例：

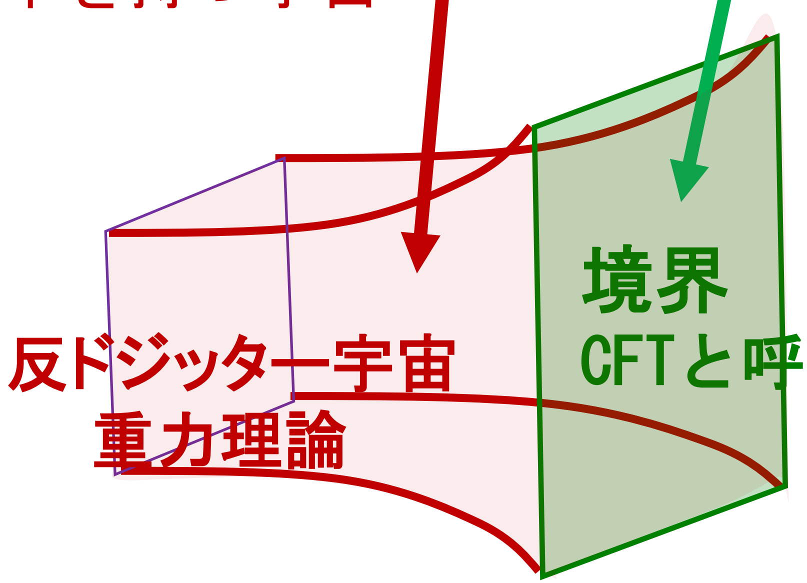
ゲージ重力対応(AdS/CFT対応) — [Maldacena 1997]

d+1次元反ドジッター宇宙 (AdS時空)における重力理論 ＝ **d次元時空における ゲージ理論(共形場理論)**

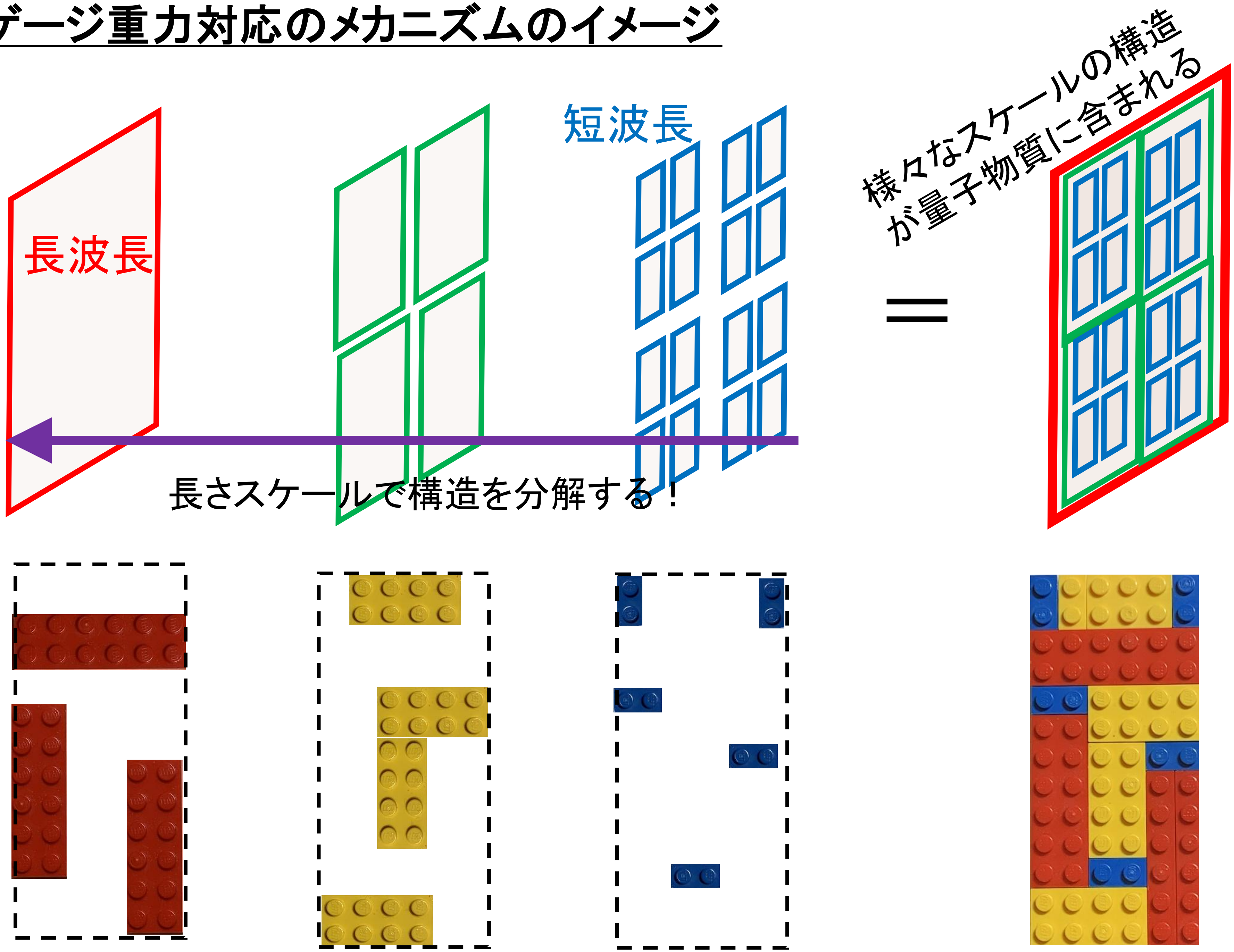
反ドジッター(AdS)宇宙
➔負の曲率を持つ宇宙

共形場理論(CFT)
➔量子臨界点の物質
スケール不変(自己相似)

電磁気学のように
質量ゼロの粒子の理論



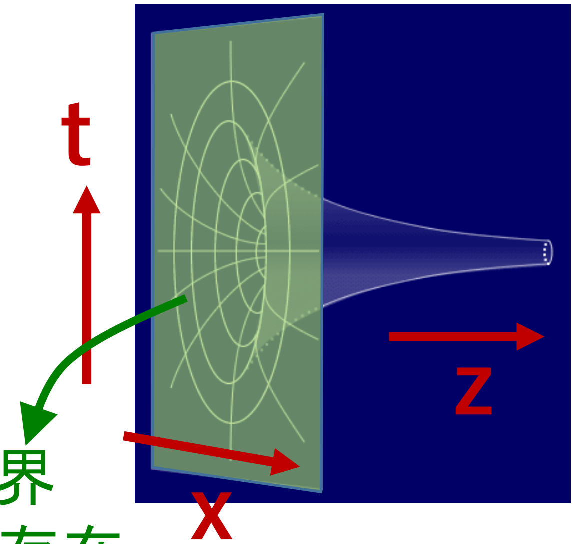
ゲージ重力対応のメカニズムのイメージ



AdS空間（反ドジッター空間、Anti de Sitter Space）

負の宇宙定数(曲率)を持ち最大対称性
を持つ空間＝双曲面(Hyperbolic space)

$$\boxed{ds^2 = R^2\left(\frac{dz^2 - dt^2 + d\vec{x}^2}{z^2}\right)}$$



CFT(共形場理論)

長さのスケールに依存しない理論。質量がゼロの粒子の量子論。
簡単な例を挙げると、4次元の電磁気場(マックスウェル理論)。
より一般に、量子色力学(QCD)のようなゲージ理論となる。

AdS/CFTの基本的関係式：
分配関数の一致

$$\boxed{Z_{AdS\,\text{重力}} = Z_{CFT}}$$

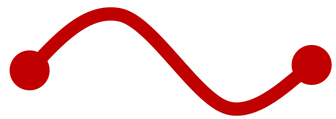
ところで、

量子重力理論の最有力候補が「**超弦理論**」。

➔万物を構成する最小単位は「ひも(弦)」。

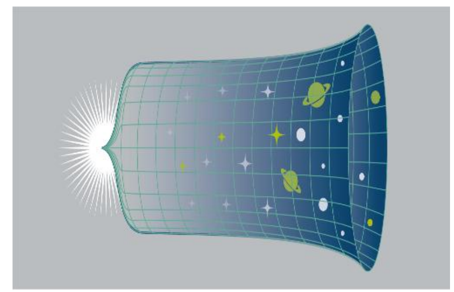
[南部 後藤 1970,..米谷 Scherk-Schwarz 1974,..]

拡大 開いた弦



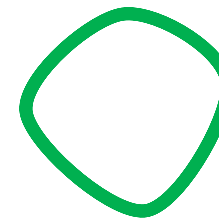
物質(電磁気力・強/弱い力)

ゲージ理論



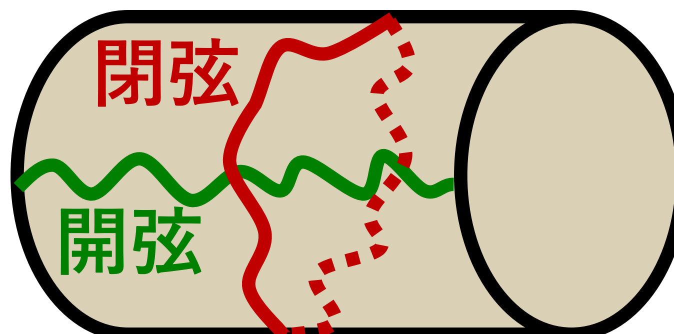
宇宙（重力）

拡大 閉じた弦



弦の双対性 「閉弦＝開弦」

「電磁気力」と「重力」は実は
同じものを別の見方で見ただけ！

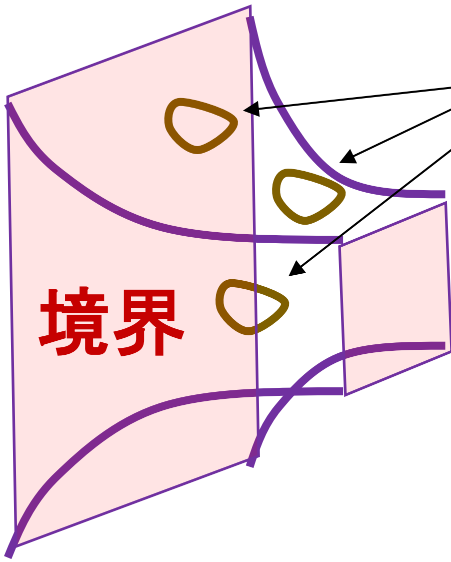


弦理論からのゲージ重力対応の理解

反ドジッター宇宙(AdS)
の重力理論

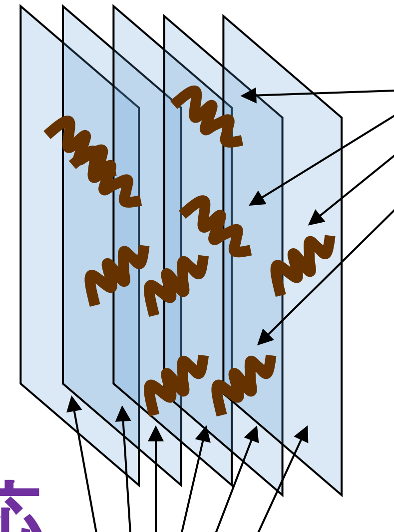
閉じたひも

境界



共形場理論(CFT)

開いたひも



多数のDブレーン
(ゲージ理論、CFT)

等価
ゲージ重力対応

ブラックホールの熱力学
[マクロな幾何学]

等価

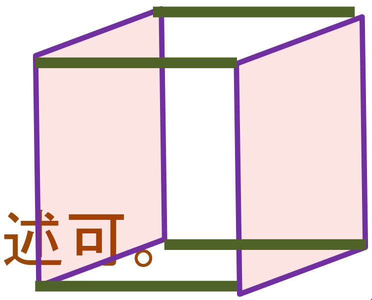
物質の熱力学
[ミクロな物理]

宇宙の3つのタイプ

[1] 宇宙定数＝０ (曲率=0)

➔ 平坦な宇宙 (ミンコフスキー時空）

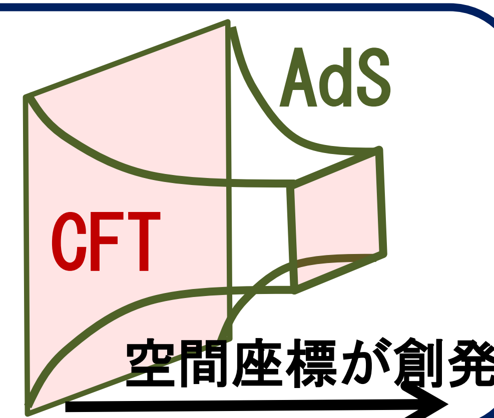
現在の宇宙は、ほぼ平坦。超弦理論で量子重力を記述可。



[2] 宇宙定数＜０ （曲率<0）

➔ 反ドジッター宇宙(Anti de-Sitter Space)

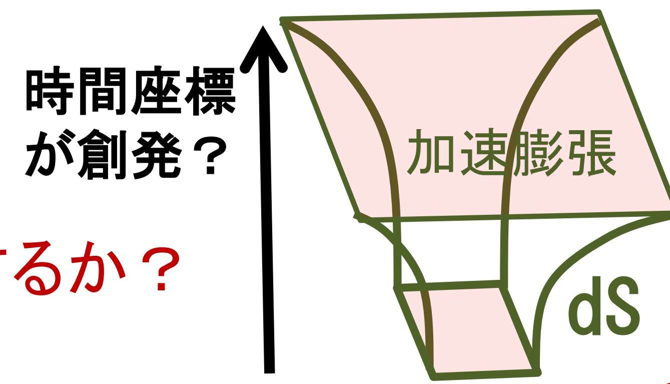
今紹介したゲージ重力対応が適用される！



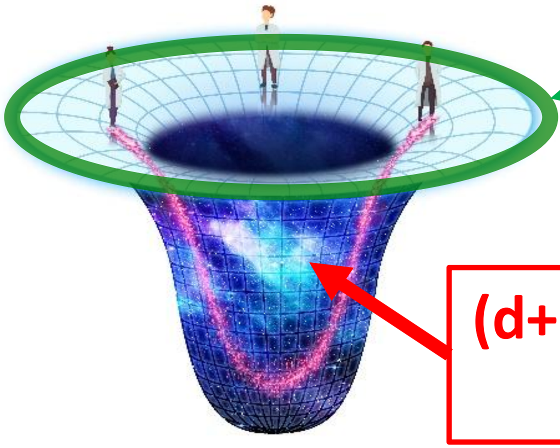
[3] 宇宙定数＞０ （曲率>0)

➔ ドジッター宇宙(de-Sitter Space)

宇宙創成を記述。ホログラフィーが成立するか？



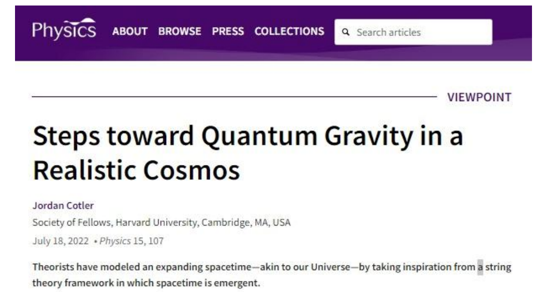
ドジッター宇宙のホログラフィー：dS/CFT対応 [Strominger 2001]



境界(d次元球面 ）上のCFT

dS/CFTで等価！

(d+1)次元ドジッター宇宙の重力理論



Physics ABOUT BROWSE PRESS COLLECTIONS Search articles

VIEWPOINT

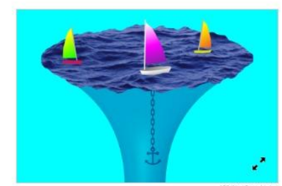
Steps toward Quantum Gravity in a Realistic Cosmos

Jordan Cotler

Society of Fellows, Harvard University, Cambridge, MA, USA

July 18, 2022 • *Physics* 15, 107

Theorists have modeled an expanding spacetime—akin to our Universe—by taking inspiration from a string theory framework in which spacetime is emergent.



最近までdS/CFTの具体例がほとんどなかった。

➡ 3次元dS宇宙に対応するCFTの具体例を発見。

[西岡−疋田−瀧−高柳 2022]

左記論文をViewpointとして紹介した米国物理学会の雑誌Physicsの記事(2022年7月）

対応するCFTは非ユニタリーとなる：

SU(2)カレント代数でレベルが $k \approx -2 + \frac{4iG_N}{L_{dS}}$.

➔中心電荷は $c = \frac{3k}{k+2} \approx i\,\frac{3L_{dS}}{2G_N}$.

ドシッター・エントロピー

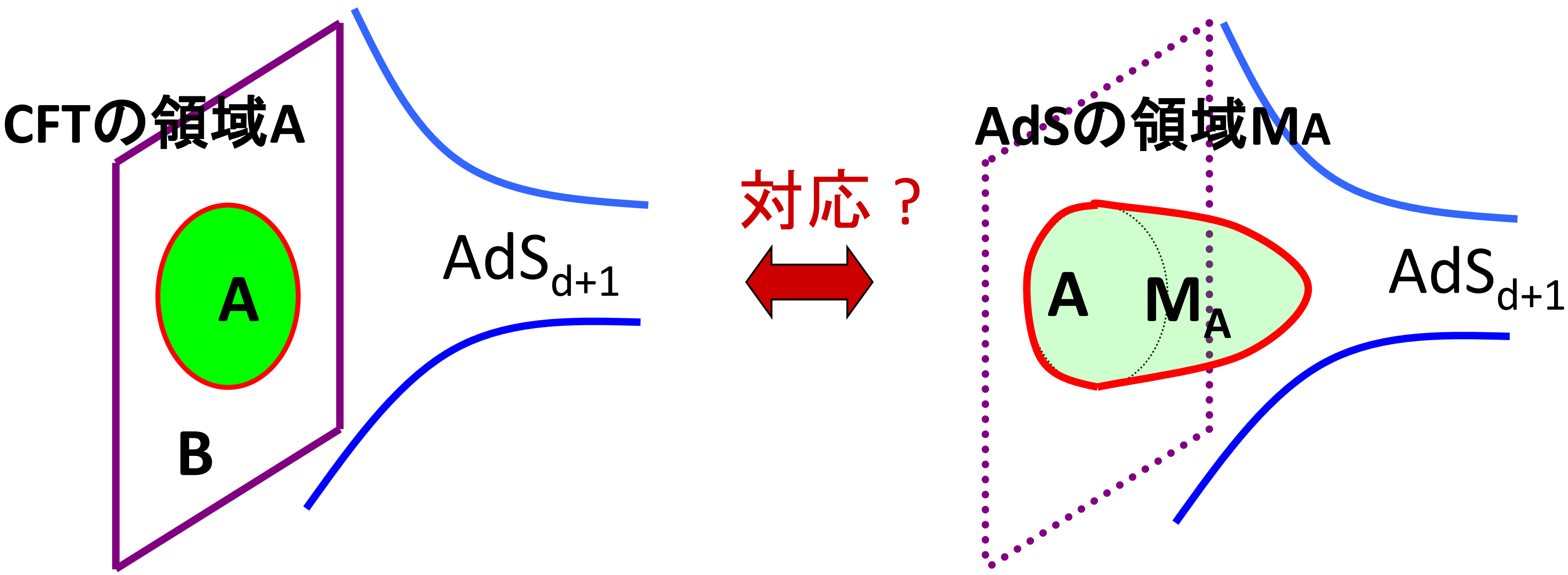
$$\boxed{Z_{CFT} \approx e^{\frac{\pi L_{dS}}{2G_N}\sqrt{1-8G_N E}}}$$

CFT分配関数

[最近では、Double Scaled SYK模型との関係も議論： Susskind 2021, Verlinde−Zhang 2024]

④ ホログラフィック・エンタングルメント

素朴な疑問: CFTのある空間領域Aに含まれる**情報**は、AdSのどの領域に蓄積されているのか？



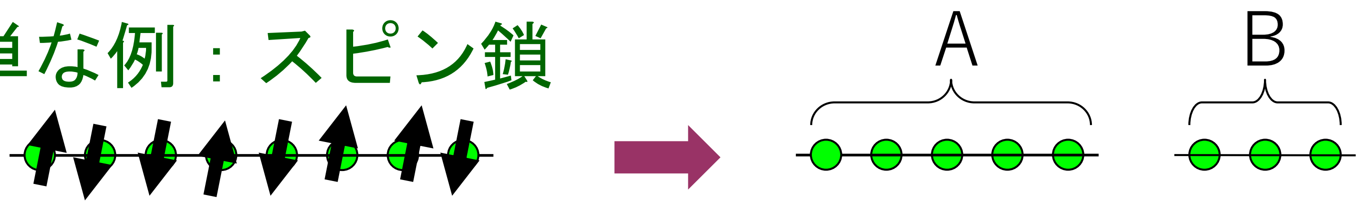
エンタングルメント・エントロピーが
“量子情報量”なので、その計算法を考えよう。

エンタングルメント・エントロピー

エンタングルメントの度合＝ベル対の数≒ＥＥ

まず量子系を部分系ＡとＢに分割する: $H_{tot} = H_A \otimes H_B$.

簡単な例：スピン鎖



Aの縮約密度行列 ρ_A （Bにアクセスできない観測者）

を $\rho_A = \mathrm{Tr}_B\left[\left|\Psi_{tot}\right\rangle\left\langle\Psi_{tot}\right|\right]$ と導入することで、

エンタングルメント・エントロピー S(ρA) が定義される:

$$\boxed{S(\rho_A) = -\mathrm{Tr}[\rho_A \log \rho_A]}$$

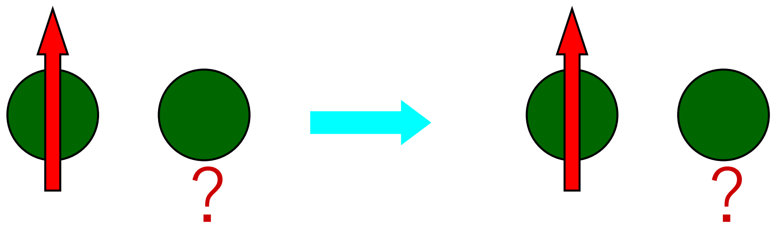
≈ **ＡＢ間のベル対の数**

LOCC

簡単な例：2量子ビット(=2つスピンがある系)

$$\text{(i)}\quad |\Psi\rangle = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A + |1\rangle_A\right] \otimes \left[|0\rangle_B + |1\rangle_B\right]$$

$$\Rightarrow \rho_{\mathrm{A}} = \mathrm{Tr}_{\mathrm{B}}\left[|\Psi\rangle\langle\Psi|\right] = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A + |1\rangle_A\right]\cdot\left[\langle 0|_A + \langle 1|_A\right] \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

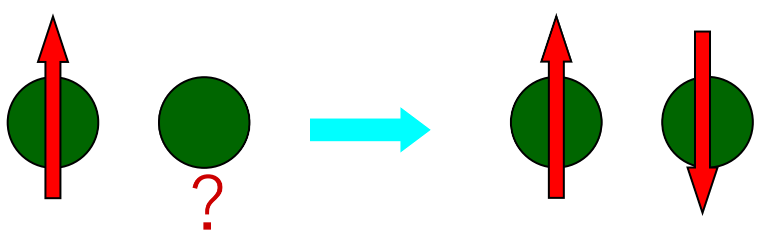


$$\mathrm{S_A} = 0$$

エンタングルメント無し

$$\text{(ii)}\quad |\Psi\rangle = \left[|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B - |1\rangle_A \otimes |0\rangle_{\mathrm{B}}\right] / \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \rho_A = \mathrm{Tr}_{\mathrm{B}}\left[|\Psi\rangle\langle\Psi|\right] = \frac{1}{2}\left[|0\rangle_A\langle 0|_A + |1\rangle_A\langle 1|_A\right] \approx \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix}.$$



$$\mathrm{S_A} = \log 2$$

最大エンタングル状態

ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー(HEE)

AdS/CFT対応において、CFTのエンタングルメント・エントロピーは極小曲面(Minimal surface) Γ_A の面積で表されることが分かる:

HEE公式 (RT/HRT公式) [笠-高柳 2006]

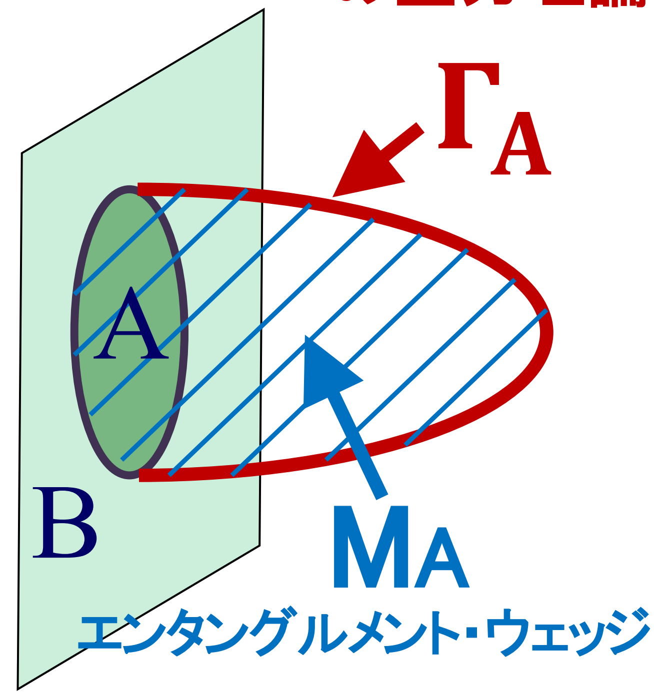
$$S_A = \min_{\Gamma_A}\left[\frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}\right]$$

重力理論の量子補正を加味 [Faulkner-Lewkowycz-Maldacena 2013]

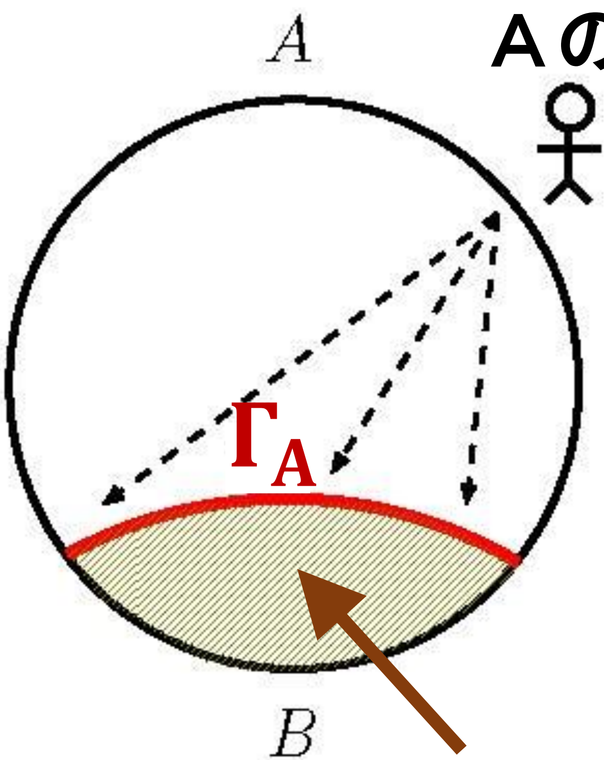
$$S_A = \min_{\Gamma_A}\left[\frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} + \underbrace{S_{bulk}(M_A)}_{\text{バルクのEE}}\right]$$

AdS/CFT対応

境界のCFT = バルク(AdS)の重力理論



直観的な意味



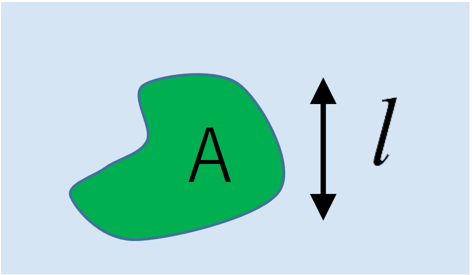
Bにアクセスできない観測者は Γ_A にブラックホールがあるように見え、斜線の領域が隠される。

⇒そのBHのエントロピーがEE！

今では、この領域はBの<u>エンタングルメント・ウェッジ</u> M_B と呼ばれ、領域Bに含まれるCFTの情報に対応している。

HEEの一般的振る舞い(AdSd+1/CFTd) [笠-高柳 06,…]

d次元CFTのEE



$$S_A = \underline{p_1\left(\frac{l}{\varepsilon}\right)^{d-2}} + p_3\left(\frac{l}{\varepsilon}\right)^{d-4} + \cdots$$

面積則の発散

$$\cdots + \begin{cases} p_{d-2}\left(\frac{l}{\varepsilon}\right) + \underline{F} & (\text{if } d = \text{odd}) \\ p_{d-3}\left(\frac{l}{\varepsilon}\right)^2 + \underline{C} \cdot \log\left(\frac{l}{\varepsilon}\right) & (\text{if } d = \text{even}) \end{cases}$$

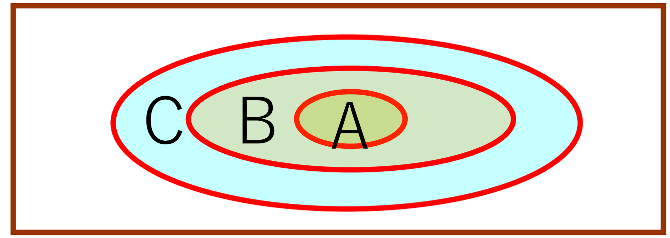
奇数次元のCFTでは
定数項(F関数)が普遍的。

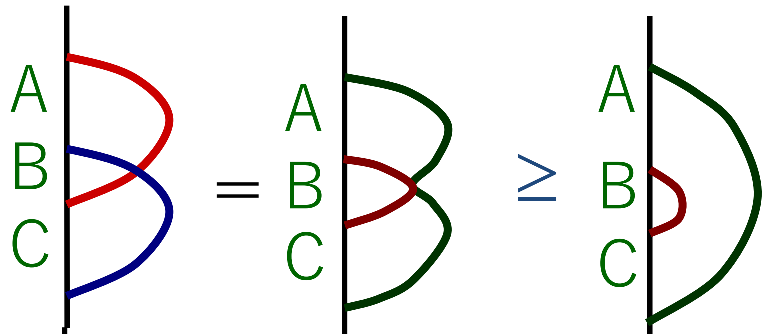
偶数次元のCFTではlog発散の
係数が普遍的で、CFTの中心電荷
(Central charge)に等しい。

コメント: p_k はAdS空間のサイズR^{d-1}/G_Nに比例。

強劣加法性(Strong Subadditivity)の導出

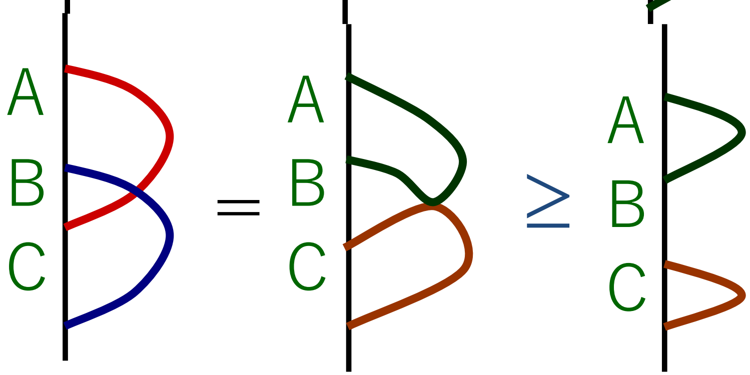
量子情報の基本となる不等式の強劣加法性 [Lieb-Ruskai 73]
が幾何学的に証明できる！





$$\Rightarrow S_{AB} + S_{BC} \geq S_{ABC} + S_B$$

[Headrick-高柳 2007]



$$\Rightarrow S_{AB} + S_{BC} \geq S_A + S_C$$

「量子情報の不等式＝幾何学の三角不等式」となる！

ホログラフィー状態の特殊性

古典重力と対応する量子状態(ホログラフィー状態)は、「**自由度が大きく**(C=N^2=∞)、**相互作用が強い**CFTの基底状態になっている」という理由で特殊である。

➡ 量子情報理論的は、次の特殊な性質を導く！

(i) 相互情報量のモノガミー $\mathrm{I(A;BC)} \geq \mathrm{I(A;B)} + \mathrm{I(A;C)}$

[Hayden-Headrick-Maloney 2011]

➔GHZ 状態は含まれない！

相互情報量 $\mathrm{I(A;B)} \equiv S_A + S_B - S_{AB}$

(ii) 漸近的極限を取らなくてもvon-Neumann entropyを得られる!

[Hayden-Swingle-Walter unpublished]

Smooth entropy (one-shot entropy)

$$S^{\varepsilon}_{\max} = \min_{\|\rho-\sigma\|_1<\varepsilon} \log\left(\mathrm{rank}(\sigma)\right)$$

$$S^{\varepsilon}_{\min} = \max_{\|\rho-\sigma\|_1<\varepsilon} \log(\lambda^{-1}_{\max}(\sigma)).$$

Von-Neumann entropy (EE)

$$S(\rho) = -\mathrm{Tr}[\rho \log \rho]$$

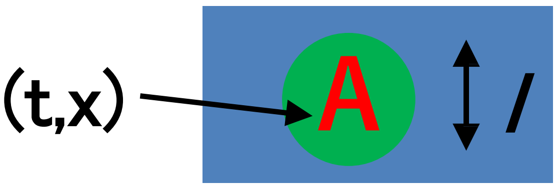
に一致！

量子エンタングルメントとアインシュタイン方程式

相対エントロピー $S(\rho\|\sigma)=\mathrm{Tr}[\rho(\log\rho-\log\sigma)]$ **の一次摂動**

$$S(\rho_A+\Delta\rho_A\|\rho_A)=\Delta S_A-\Delta H_A\approx 0,\qquad (\rho_A\equiv e^{-H_A}).$$

[Casini−Huerta−Myers 13,
Bhattacharrya−野崎−宇賀神−高柳 2013]



$$\boxed{\left(\partial_l^2-\partial_l-\partial_x^2-\frac{3}{l^2}\right)\Delta S_A(t,\vec{x},l)=0}$$

[野崎−沼澤−Prudenziati−高柳 2013]

ゲージ重力対応

アインシュタイン方程式 $\boxed{R_{ab}-\frac{1}{2}Rg_{ab}+\Lambda g_{ab}=0}$ **の一次摂動**

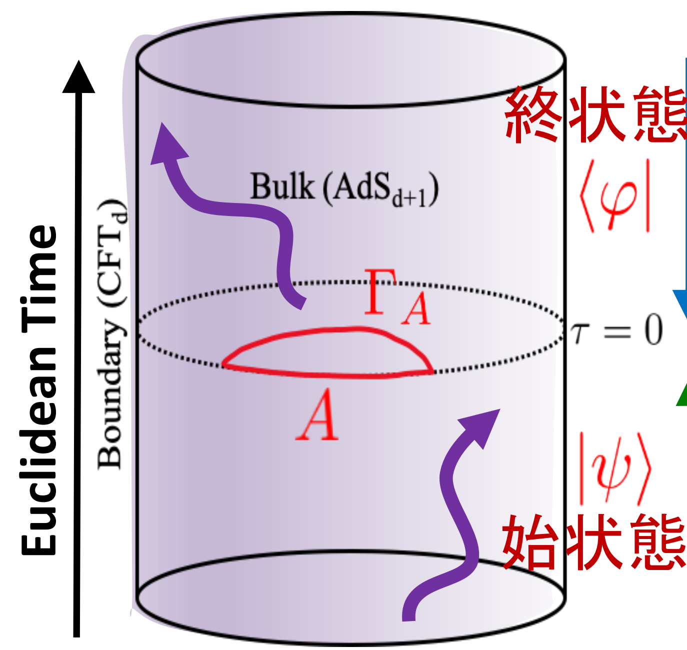
[Raamsdonk et.al. 13, 非線形レベルの議論: Faulkner et.al 17, 宇賀神−Sarosi 17]

➡ EEの第一法則は、摂動的アインシュタイン方程式と等価

擬エントロピー(Pseudo-entropy) [中田-瀧-玉岡-魏-高柳, 2020]

虚時間で時間発展している重力理論の空間で、極小曲面の面積は、CFTの何を計算するのか？

答え：
$$\boxed{S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = \min_{\Gamma_A} \frac{\mathrm{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}}$$



擬エントロピー の定義

$$S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = -\mathrm{Tr}\left[\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} \log \mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}\right]$$

始状態　終状態

$$\mathcal{T}^{\psi|\varphi} := \frac{|\psi\rangle\langle\varphi|}{\langle\varphi|\psi\rangle}$$

遷移行列

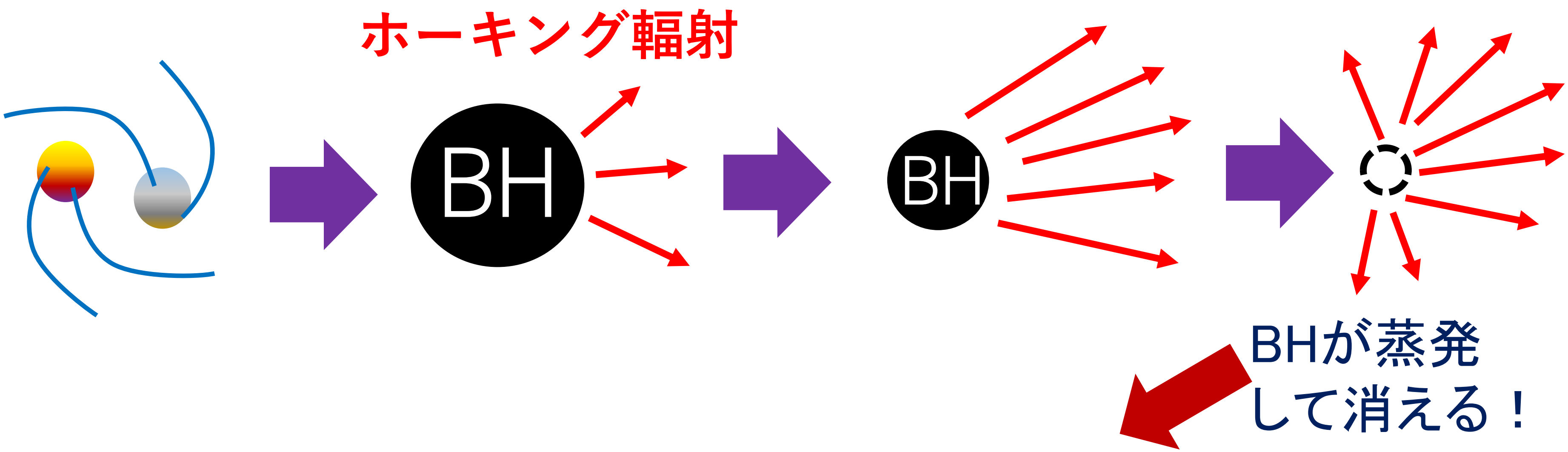
$$\left(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} := \mathrm{Tr}_{\bar{A}} \mathcal{T}^{\psi|\varphi}\right)$$

縮約した遷移行列
（一般にエルミートではない）

⑤ ブラックホールの情報問題への応用

ブラックホール(BH)の情報損失問題

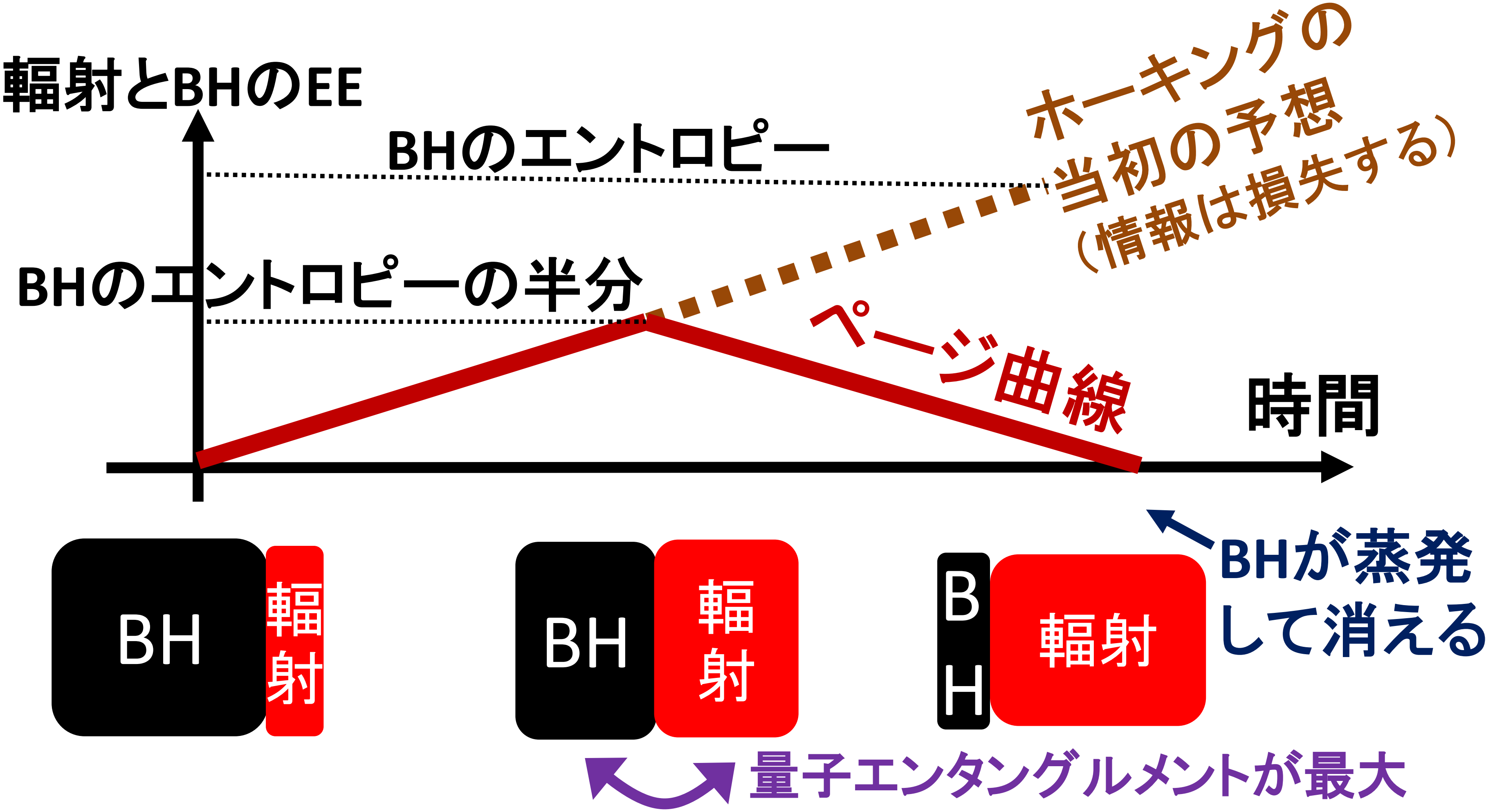
ホーキングが発見したように、実はブラックホールは温度を持ち、黒体輻射（ホーキング輻射）を行う。この輻射で次第にエネルギーを失い、最終的には消えてしまう（蒸発する）と考えられる。



BHの内部に隠れていた情報も消えてしまう！
➔量子力学のユニタリティー(情報の保存則)に反する！

エンタングルメント・エントロピーのページ曲線

BHの蒸発で、情報が損失しない（全系が純粋状態）とすると、
輻射とBHのエンタングルメント・エントロピーは**ページ曲線**に従うべき。



ブラックホール情報問題の解明の糸口

ホログラフィックなエンタングルメント・エントロピー(EE)を、
共形場理論と重力理論が隣接する系に一般化する。

アイランド公式 [Penington, Almheiriら 2019]

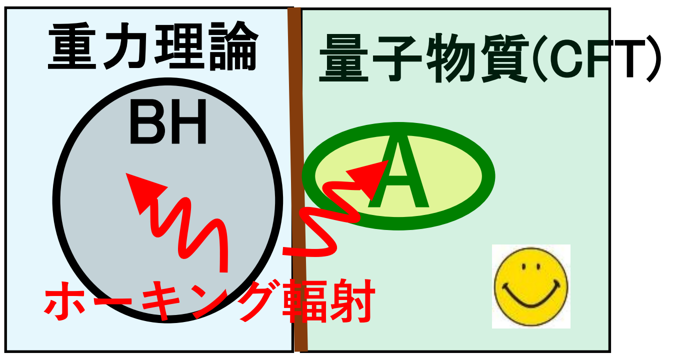
$$S_A = \mathrm{Min}\left[\frac{\mathrm{Area}(\Sigma)}{4G_N} + S_{A\cup\Sigma}\right]$$

輻射のEE

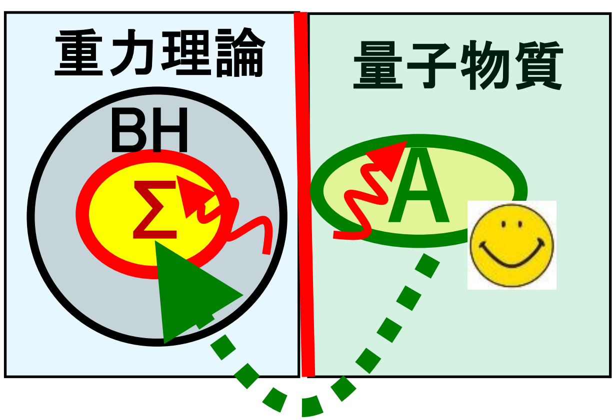
重力エントロピー

量子物質
(CFT)のEE

蒸発が進むとBH内部に
抜け穴(アイランド)が開いて、
中の情報をホーキング輻射から
取り出せるようになる。
➔ページ曲線を再現。

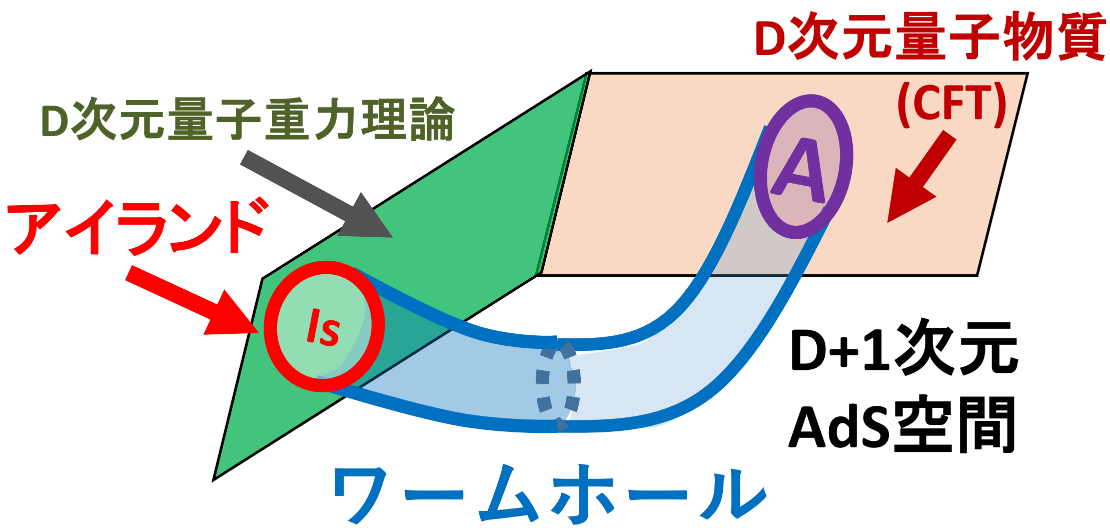


蒸発が進むと輻射の
EEを下げるために、
アイランドを生成



アイランドΣを観測できる！

補足1　アイランド公式を高次元で直感的に説明する方法



[ブレインワールド:
Randall-Sundrum 1999
Karch-Randall 2000
+AdS/BCFT対応: 高柳 2011]

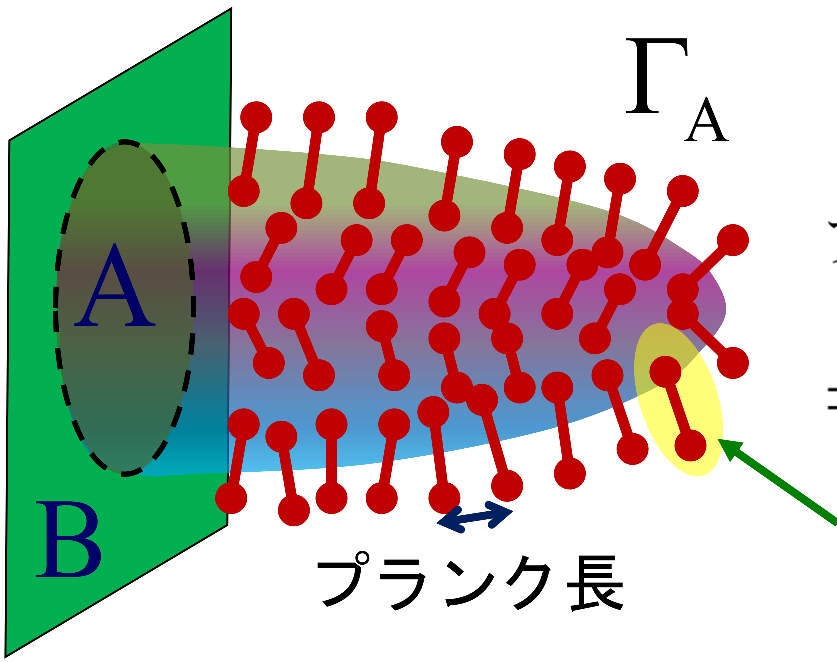
補足2　BH内部の情報は輻射から簡単に再現できるのか？

♦アイランド公式によるページ曲線の導出は、BH内部の情報が<u>原理的</u>に、ホーキング輻射から再構成できることを意味する。（ホーキングの計算は誤り！）

♦しかし、実際に再構成するプロセスは非常に複雑であることが予想され、パラドクスに見えるという直観と無矛盾。（とはいえホーキングの主張は自然！）
➔<u>計算複雑性</u>が指数関数的に大きく、量子計算機でも実行困難。

⑥ 量子ビットから創発する宇宙

前述のエントロピー公式は、プランク面積あたり
1量子ビットのエンタングルメントの存在を意味する。



ベル状態

$$S_A = \frac{\Gamma_A\text{の面積}}{4\,l_P^2}$$

$$\text{プランク長}: l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6\times 10^{-35}\,m$$

$$\Rightarrow 1\,cm^2\text{の面積で}10^{65}\text{量子ビット}$$

量子ビットは時空全体に満ちているのでは？
➔量子ビットから宇宙は創発する？

テンソルネットワーク（TN）

[DMRG: White 92,.. CTM: 西野-奥西 96,
PEPS: Verstraete-Cirac 04, …]

量子多体系の状態を精度よく表す波動関数の幾何学的記述法

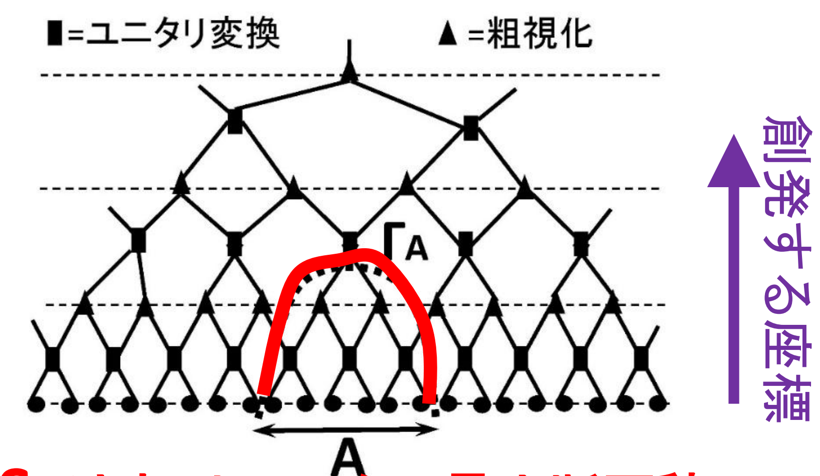
ミクロな状態 = 量子エンタングルメントのネットワーク

テンソルネットワーク ≈ 反ドジッター空間

[Swingle 2009, …]

[例1] MERA TN [Vidal 2005]

➔量子臨界点の基底状態を実現

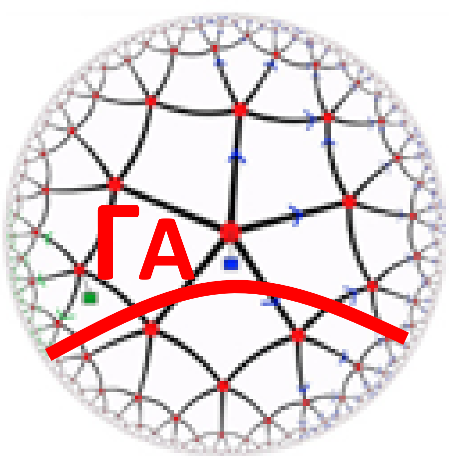


S_Aはネットワークの最小断面積！

[例2] HaPPY模型

[Patawski-吉田-Harlow-Preskill 2015]

➔量子誤り訂正符号を利用

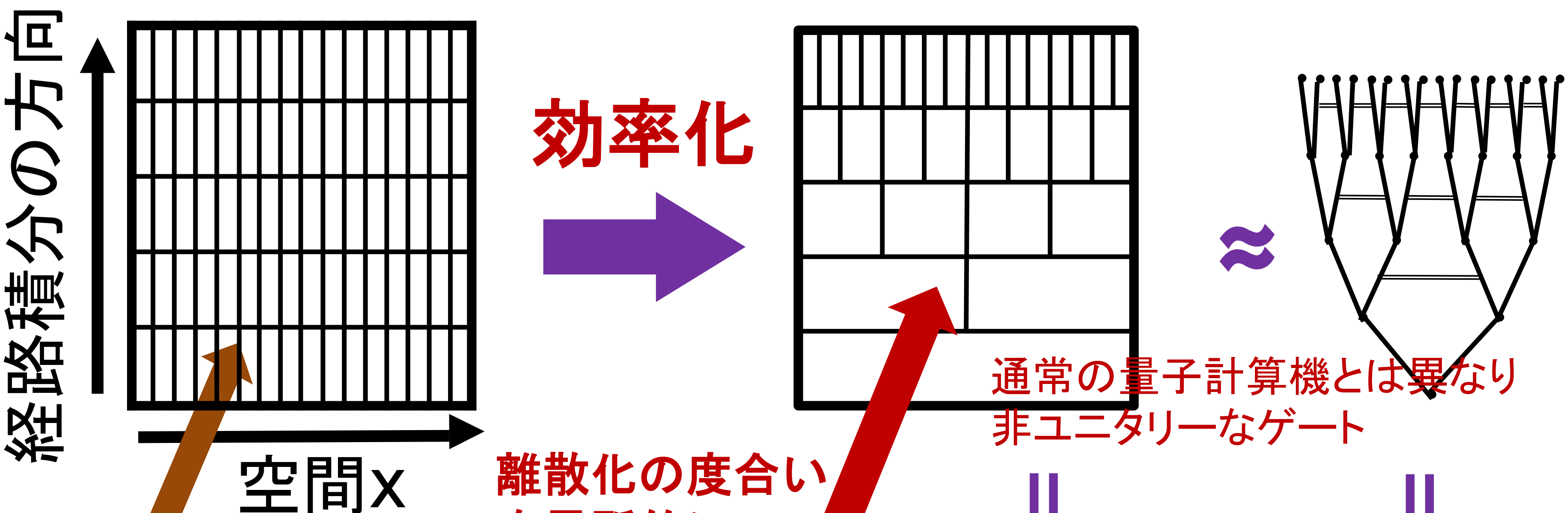


テンソルネットワークの連続極限をとって場の理論を考えたい！

例3：経路積分の効率化

[Caputa-Kundu-宮地-渡邊-高柳 2017]

量子状態を経路積分と呼ばれる手法で表す際に、その中で計算コストが最小なものを選ぶ！



初期の経路積分では高い波数の情報は必要ない！

離散化の度合いを局所的に変化させる！

||　||

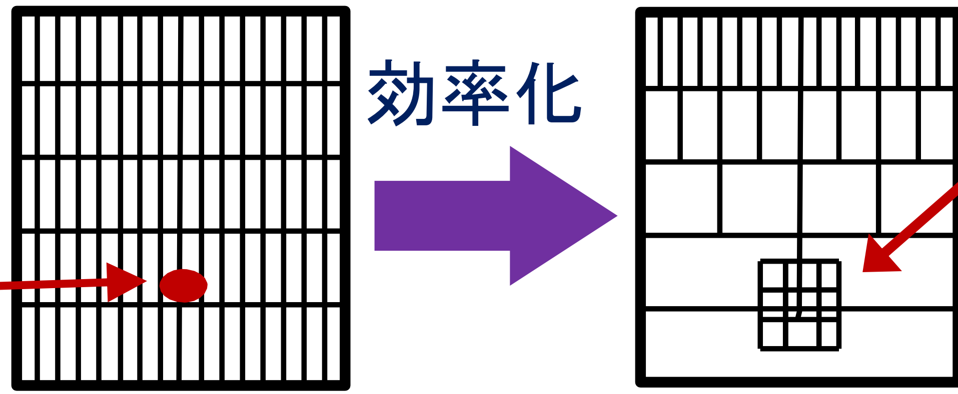
AdS宇宙が創発！

[具体的数値計算例：Jahn-Gluza-Pastawski-Eisert 2017, …]

興味深い事実：計算効率を最大にすると重力理論が得られる！

経路積分

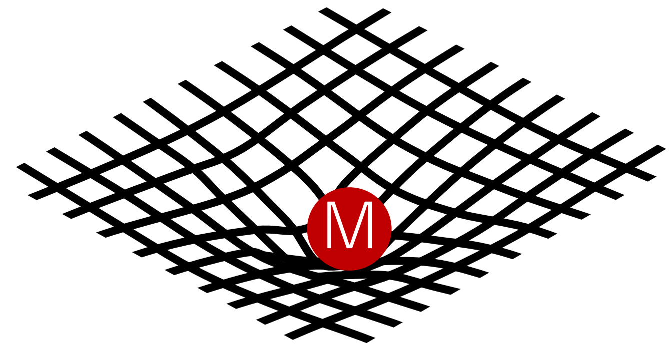
物体を置く
（エネルギー源）



効率化

離散化を細かくする必要がある

エネルギー源（＝情報源）
が背景の時空を曲げる
⇒一般相対論の本質！



ゲージ重力対応との関係 [Boruch−Caputa−Ge−高柳 2021]

経路積分の効率化= 宇宙の波動関数(Hartle−Hawking波動関数)
の最大化 ！

重力理論は、最速の“量子コンピューター”？

以上は「量子エンタングルメント ⟺ 空間の創発」を示唆。

では**時間軸の創発**はどのように量子情報に関係するのか？

そのヒントが、擬エントロピーである。これは“一般化密度行列” τ がエルミートではない場合へのvon-Neumannエントロピーの拡張。

$$S(\tau) = -\mathrm{Tr}[\tau \log \tau].$$

非エルミート性と因果関係

$$\rho_{AB}^{\dagger} \neq \rho_{AB} \;\Rightarrow\; \mathrm{Im}S(\rho_{AB}) \neq 0.$$

$$\Downarrow$$

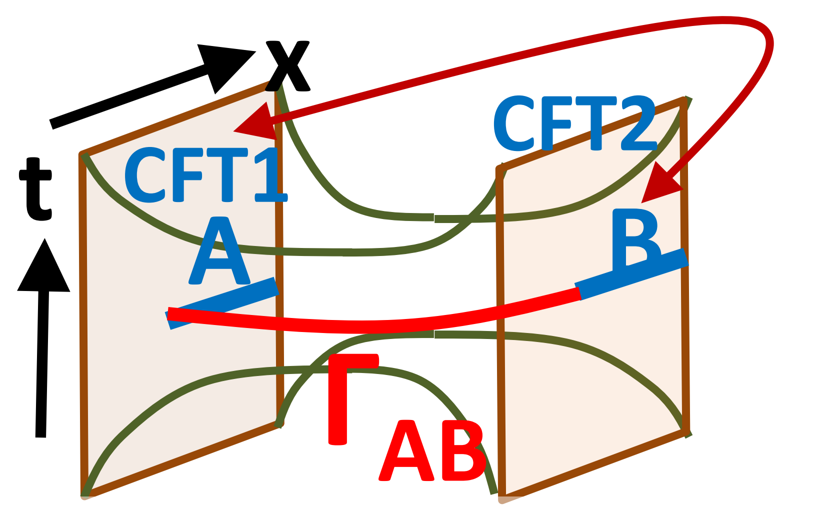
Γ_{AB} は時間的（因果的につながる）

[時間的エンタングルメント・エントロピー：
土井−Harper−Mollabashi−瀧−高柳 2022]

[ワームホール：川本−前田−中村−高柳 2025]

[一般の定理はMilekhin−Adamska−Preskill 2025]

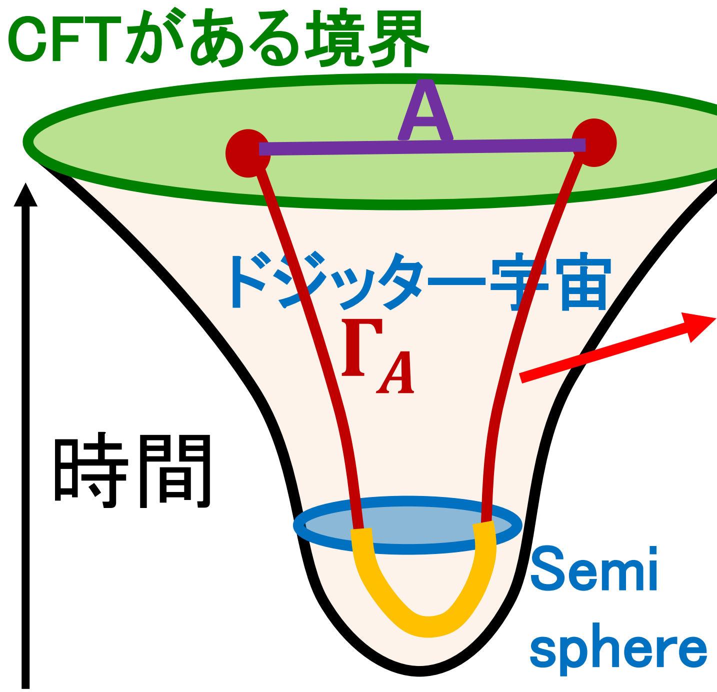
互いに相互作用する2つのCFT



通過可能なワームホール時空

dS/CFTでホログラフィーで「時間」はどのように創発するか？

[土井-Harper-Mollabashi-瀧-高柳 2022,
小原-新名-鈴木-藤木-高柳 2025]



エンタングルメント・エントロピーS_A
を与える「Aが、時間的測地線になる！

➔S_Aの値に虚数部分が現れる！
（擬エントロピーと解釈すべき）

➔これはCFTの非ユニタリー性に起因

エントロピーの実部分	➔	空間座標の創発(AdS/CFT)
擬エントロピー虚数部分	➔	時間座標の創発(dS/CFT)

⑦ ホログラフィー原理は量子計算機を超えるか？

AdS/CFT対応のもう一つの側面

➔強く相互作用する量子多体系を解析する道具

強結合の
量子多体系の
問題（難しい）

一般相対論
（古典論）を
用いた
計算結果

この“計算機”はどれだけの性能を持つのか？
量子計算機を凌駕するのか？

最近、この問題に量子計算・暗号の分野で関心がもたれている。

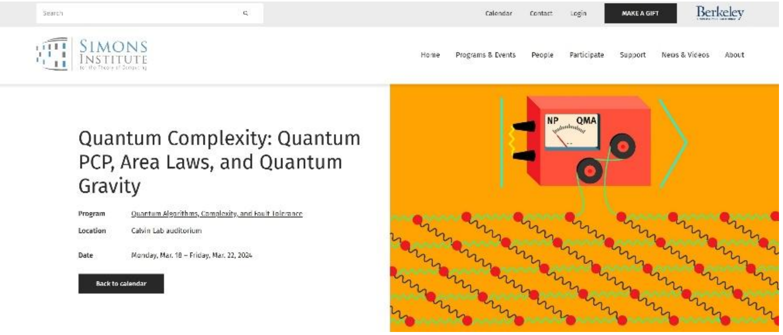
量子版の拡張チャーチ＝チューリングのテーゼ(qECT)

➔どんな(量子)物理現象でも、量子計算機で効率的にシミュレーションできるという予想。
量子計算分野では正しいと思われている。

系のサイズに対して、
多項式の時間内に
実行可能（BQPと呼ばれる）

しかし、AdS/CFT対応を正しいと認めると、qECTが破れているように見える！（つまりAdS/CFTは量子計算機を凌駕する？）

[Bouland–Fefferman–Vazirani 2019, ……]



どうしてqECTが破れるのか？

重要な事実

AdS/CFT を用いると、エンタングルメント・エントロピー(EE=面積)
や量子計算複雑性(CP=体積[Susskind 2014,..])が多項式時間で計算できる.

[議論1：擬ランダム状態におけるEEや計算複雑性]

♦**完全にランダムな状態**(Haar random states)
➔多項式時間で量子計算機で生成できない。

♦**擬ランダム状態**(Pseudo random states) ➡ 擬ランダム状態は量子暗号の文脈で頻繁に利用される。
➔多項式時間で量子計算機で実現できるが、完全にランダムな状態と識別することは多項式時間では不可能。

しかし、AdS/CFTを使えば、擬ランダム状態をCPやEEで識別できる！
➔AdS/CFTは量子計算機にできないことができてしまう？！

[Bouland-Fefferman-Vazirani 2019, Aaronson etal. 2022]

[議論2：EEの測定]

◆量子多体系のエンタングルメント・エントロピーの測定
➔系のサイズが大きいと、多項式時間の量子計算機では測定は不可能だろう。（←多数の繰り返し測定が必要なため）[Gheorghiu-Hoban 2020]

しかし、AdS/CFTを使えば、EEで簡単に計算できる！

[議論3: 基底状態のエネルギーの計算]

◆量子多体系で局所的ハミルトニアンが与えられたとき基底状態
➔系のサイズが大きいと、基底状態のエネルギーを求めるのは多項式時間の量子計算機では不可能であろう（QMA困難）[Kitaev 2002]

しかし、AdS/CFTを使えば、エネルギーも簡単に計算できる！

➡ **ではAdS/CFTは量子計算機を凌駕するのか？**

しかし実は、AdS/CFTは凌駕していないように見える。

[量子情報グループの森前さん、早川さんとの議論に基づく]

量子計算分野の研究からの重要なヒント

[C. Cade, M. Folkertsma, S. Gharibian, R. Hayakawa, F. Le Gall, T. Morimae, and J. Weggemans (SchlossDagstuhl–Leibniz–Zentrum f¨ur Informatik, 2023) arXiv:2207.10250.]

◆大きな量子系(n量子ビット)において、局所ハミルトニアン

$$\boldsymbol{H} = \sum_i \boldsymbol{H}_i, \quad ||\boldsymbol{H}_i|| \leq \boldsymbol{1}$$

の基底状態のエネルギーをO(1/n$^{\#}$)の精度で計算するのは、QMA困難。

◆しかし、真の基底状態とO(1)の内積を持つ状態(ガイド状態)が既知であれば、上記の問題はBQP困難で、量子計算機の多項式時間で解ける。

◆さらに、要求するエネルギーの精度をO(1)とすると、BPP困難になり、古典計算機でも多項式時間で解ける。

これをAdS/CFT対応の問題にあてはめると、

◆通常、ベースとなる漸近AdSの時空(Pure AdSやAdS BH)があり、それをアインシュタイン方程式を解いて、変形した時空から物理量を計算する。

ガイド状態（通常、虚時間解で構築）

◆古典重力近似のAdS/CFT対応において、物理量に関して期待できる精度は、O(N^2)であり、O(1)のエラーを許容する。

➡ 前述の量子計算理論の結果と比較すると確かにBPPの状況に類似している。そうだとすれば驚くことはないだろう。

QMA→BPPの「古典化」と、CFT→AdSの「古典化」は類似？

⑧ おわりに

従来の物理学の考え方

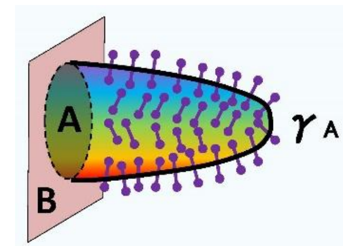
顕微鏡・加速器

物質 ＝ 素粒子の集まり

創発

最近の発展

「情報量＝面積」の式はBHに限らず、実は一般の宇宙で成立！



新しい方向性？

ホログラフィー原理

重力理論は、"最速の量子コンピューター"？

➔量子物質の解析、量子計算・暗号へ新しい知見

宇宙 ＝ 量子情報(量子ビット=弦？)の集まり？

創発

重力理論の時空は量子ビットの集合体？

➔量子重力理論を解明するための鍵

ご清聴ありがとうございました！