

熱力学トレードオフ関係における 量子効果・情報量

東京大学
布能 謙

量子力学100周年研究会：量子基礎・量子情報のこれまでとこれから
基礎物理学研究所 Sep. 8-12, 2025

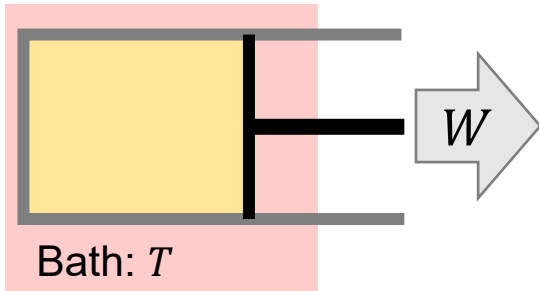
ミクロな系の熱力学

古典（平衡）熱力学

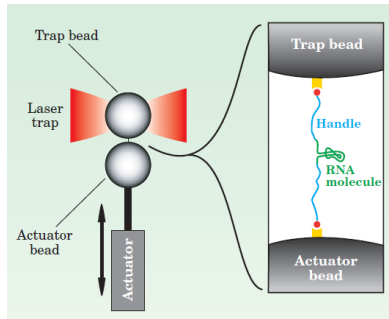


Steam engine

Wikipedia



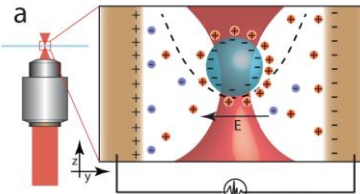
ゆらぎの熱力学



RNA molecules

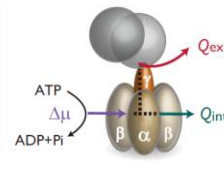
C. Bustamante *et al.*, *Physics Today* (2015)

Colloidal particles



S. Krishnamurthy, *et al.*, *Nat. Commun.* (2023)

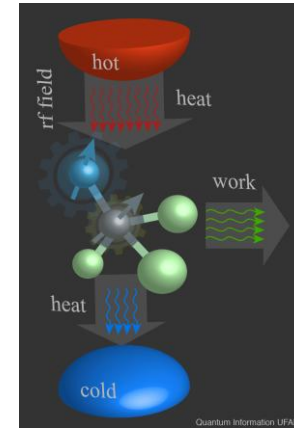
F1-ATPase



S. Toyabe *et al.*, *PRL* (2010)

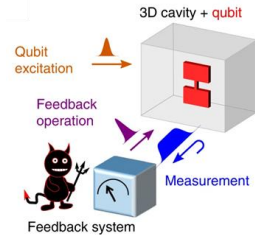
量子熱力学

NMR systems

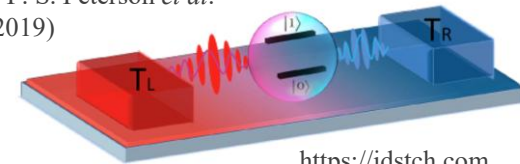


J. P. S. Peterson *et al.* (2019)

Superconducting qubits



Y. Masuyama, *et al.*, *Nat. Commun.* (2018)



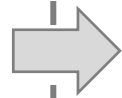
<https://idstch.com>

~m 熱ゆらぎ ~μm 量子効果 μm~nm

Macroscopic

Microscopic

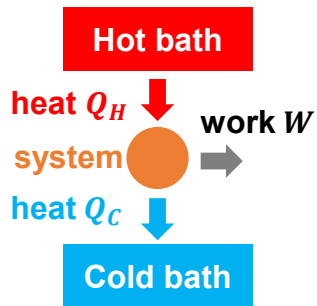
熱平衡・マクロ系の理論 (19世紀)



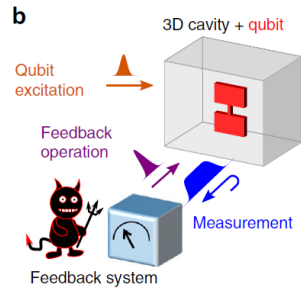
平衡から離れた状況におけるミクロな系の熱力学 (1990s ~)

ゆらぎの熱力学・量子熱力学の応用例

熱機関

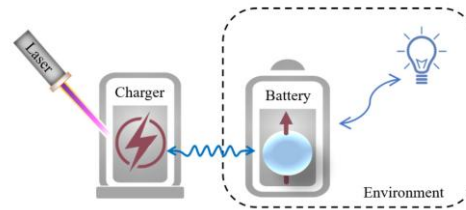


情報熱機関



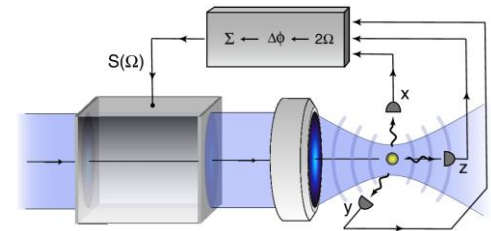
Masuyama, *et al.*, (2018)

量子バッテリー



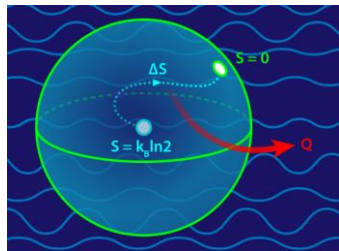
Zakavati, *et al.*, (2021)

フィードバック冷却



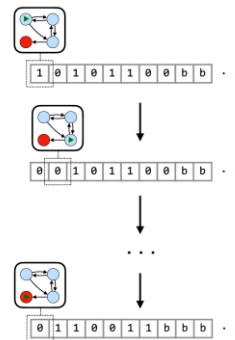
Gieseler, *et al.*, (2012)

情報消去



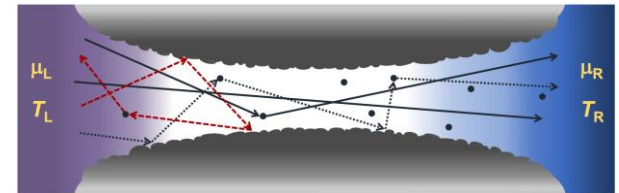
Physics, 11, 49, (2018)

計算の熱力学



Kolchinsky and Wolpert (2020)

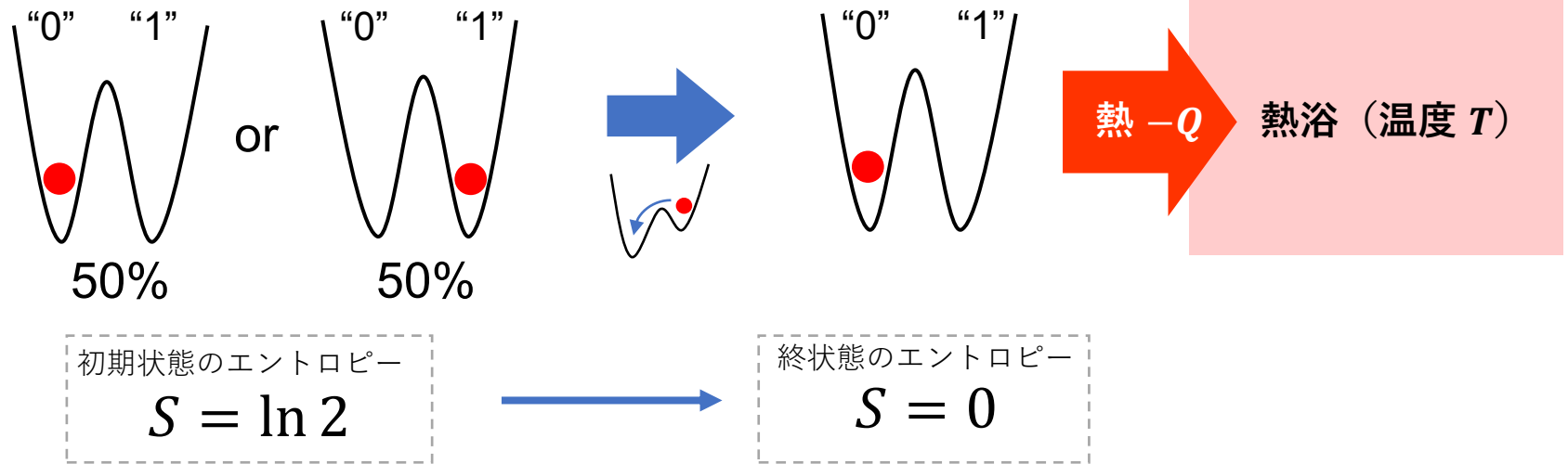
熱の輸送



Pekola and Karimi (2021)

情報消去のエネルギーコスト

■ 情報消去 (メモリーのリセット)



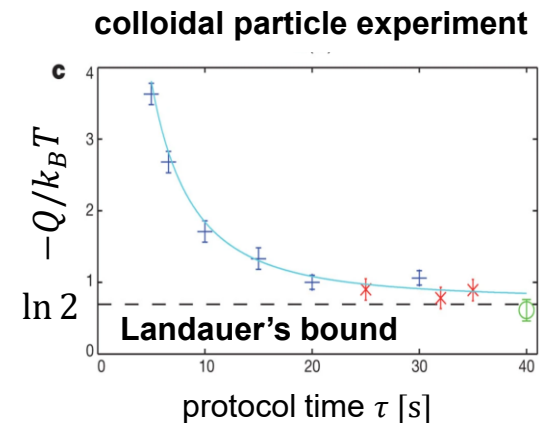
■ ランダウアー限界

R. Landauer (1961)



$$-Q \geq k_B T \ln 2$$

- 情報消去 (情報エントロピーを捨てる)
→ 熱の発生が不可避
- 情報処理に必要な最小のエネルギーコスト



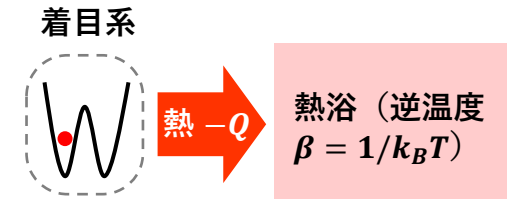
A. Bérut, *et al.*, *Nature* (2012)

エントロピー生成と有限時間のバウンド

■ エントロピー生成 σ (エネルギーコスト)

$$\sigma = \Delta S - \beta Q \geq 0$$

熱力学第二法則
準静極限で等号達成



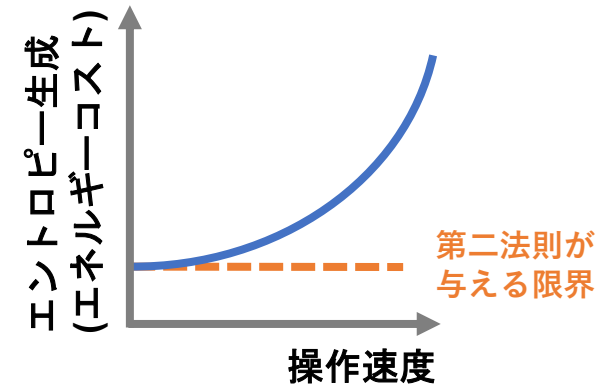
→ 有限時間における熱力学的な限界?

■ 有限時間熱力学トレードオフ関係 熱力学的速度限界、熱力学的不確定性関係(TUR)

$$\frac{L(p_0, p_\tau)}{\tau} \leq \sqrt{2\sigma \bar{A}_{\text{act}}}$$

L1 距離
エントロピー生成
操作時間
アクティビティ(遷移の頻度)

Shiraishi, KF, Saito, PRL (2018)



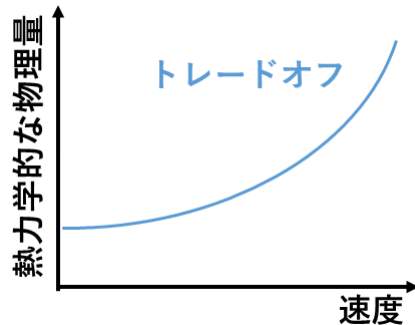
• エネルギーコストと速度の普遍的なトレードオフ関係

- Thermodynamic speed limits: Aurell, et al., PRL (2011), KF, Shiraishi, Saito, NJP (2019), Dechant, Sakurai (2019), Nakazato, Ito, PRR (2021), Van Vu, Saito, PRX (2023)...
- TUR: Barato, Seifert PRL (2015), Gingrich, et al., PRL (2016), Shiraishi, Saito, Tasaki, PRL (2016)...

有限時間におけるトレードオフ関係・制御手法

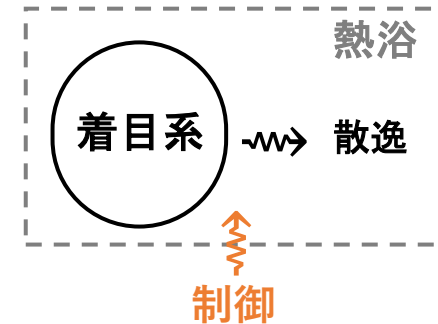
- 有限時間操作に伴う非平衡状態やゆらぎ・散逸の効果を理解し、制御する手法

- 速度の限界を支配する物理量の特徴づけ



量子速度限界・熱力学的速度限界
PRL (2016), PRL (2018), NJP (2019), ...

- 着目系と熱浴の相互作用のデザイン原理・散逸の制御手法



断熱過程のショートカット手法 PRL (2020), PRL (2021)
量子散逸系の理論 PRL (2024), PRR (2025)

- 高速操作かつ低エネルギーコストの実現に向けて

- 量子効果をどこまで活用できるか？ (1つ目の内容)
- 最適なフィードバック制御による冷却？ (2つ目の内容)

H. Tajima, **KF**, PRL **127**, 190604 (2021)
KF & H. Tajima, PRL **134**, 080401 (2025)

Kumasaki, Tojo, Sagawa, **KF**,
arXiv:2508.06174 (2025)

Outline of this talk

- レビュー：ミクロな系の熱力学
- 熱力学トレードオフ関係における量子効果
- フィードバック冷却のトレードオフ関係
- まとめと展望

熱力学における量子効果

■ 高速操作かつ低エネルギーコストを達成するために量子効果は有用？

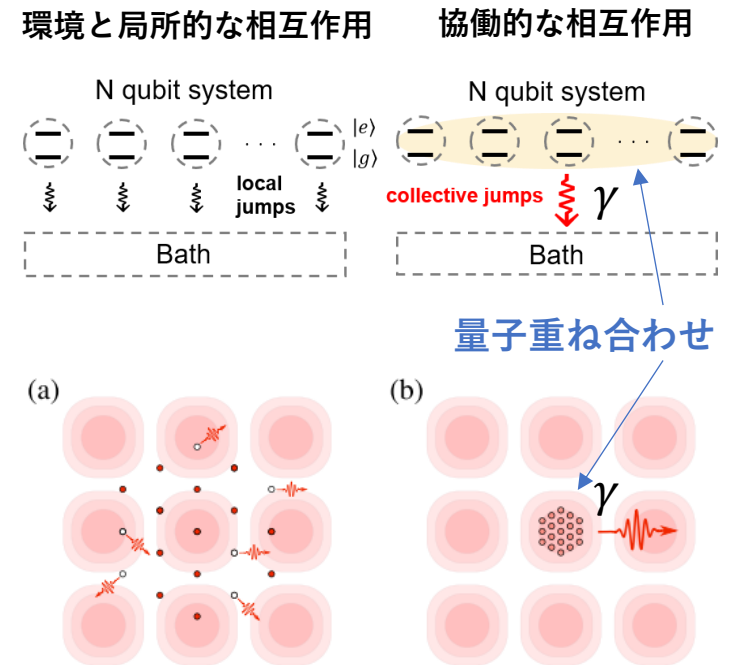
• 超放射現象

Dicke, Phys. Rev. 1954

N 個の量子系が協働的に熱浴と相互作用
 \Rightarrow 緩和レートの増強 $\gamma \propto N$ (高速化)

量子熱力学への応用

- 熱機関 Hardal, Müstecaplıoğlu, Sci. Rep. (2015); Gelbwaser-Klimovsk, *et al.*, Sci. Rep. (2015); Yadin, Morris, Brandner, PRR (2023); Kamimura, *et al.*, PRL (2023) ...
- 情報消去 Rolandi, Abiuso, Perarnau-Llobet, PRL (2023)
- 量子バッテリー Binder, *et al.*, NJP (2015); Campaioli, *et al.*, PRL (2017) ...



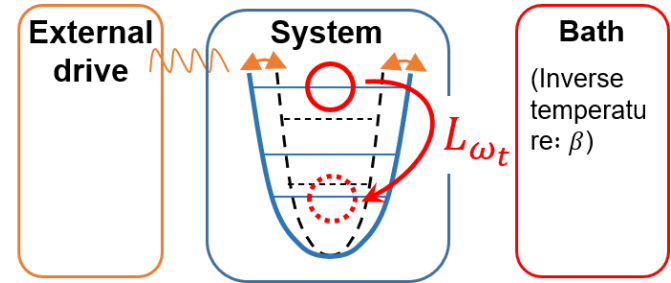
Q: 有限時間操作のトレードオフ関係を量子効果で改善できる限界？

\rightarrow 量子開放系におけるTURの導出 + 対称性の理論的枠組みの構築

セットアップ

■ 量子マスター方程式 (GKLS方程式) (弱結合 + Born-Markov-Secular近似)

$$\partial_t \rho = -i[H, \rho] + \sum_{a, \omega} \gamma_{a, \omega} \left[L_{a, \omega} \rho L_{a, \omega}^\dagger - \frac{1}{2} \{ L_{a, \omega}^\dagger L_{a, \omega}, \rho \} \right]$$



- $L_{a, \omega}$: ジャンプ演算子

あるエネルギー固有状態から ω だけ小さいエネルギー固有状態へのジャンプ

- $\gamma_{a, \omega}$: 緩和/励起レート

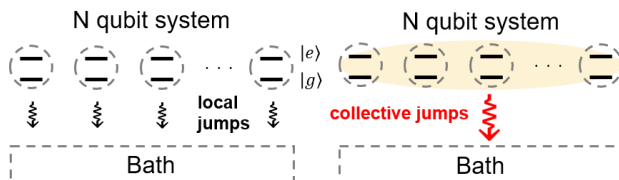
局所詳細つり合い条件: $\gamma_{a, \omega} / \gamma_{a, -\omega} = \exp[\beta \omega]$

- H : ハミルトニアン (縮退あり)

ϵ_k : エネルギー固有状態、 \mathcal{N}_k : k 番目のエネルギーの縮退数

システムと熱浴の結合の仕方・熱浴の性質 (スペクトル密度、温度) によって決まる

Dickeの超放射モデル



縮退している状態の量子重ね合わせ (コヒーレンス) が重要

H. Tajima, KF, PRL 127, 190604 (2021)

■ カレント・散逸トレードオフ関係 (TUR)

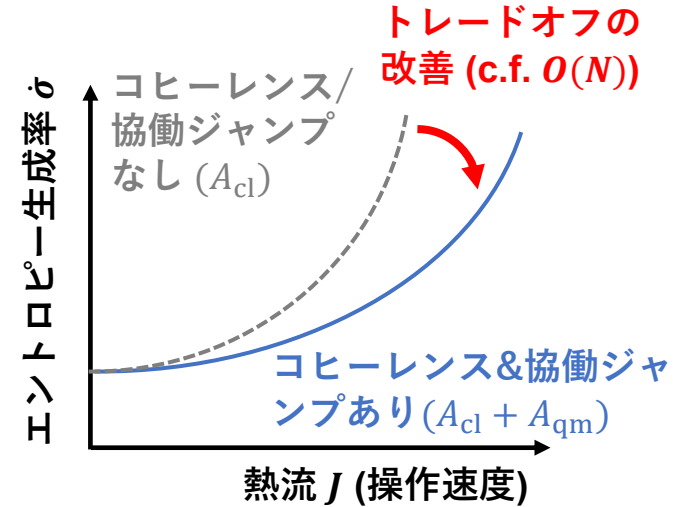
□ コヒーレンスなし
(量子重ね合わせ)

□ コヒーレンスあり
(量子重ね合わせ)

$$\frac{J^2(\rho_{\text{inc}})}{\dot{\sigma}(\rho_{\text{inc}})} \leq \frac{A_{\text{cl}}}{2}$$

$$\frac{J^2(\rho_{\text{coh}})}{\dot{\sigma}(\rho_{\text{coh}})} \leq \frac{A_{\text{cl}} + A_{\text{qm}}}{2}$$

量子効果!

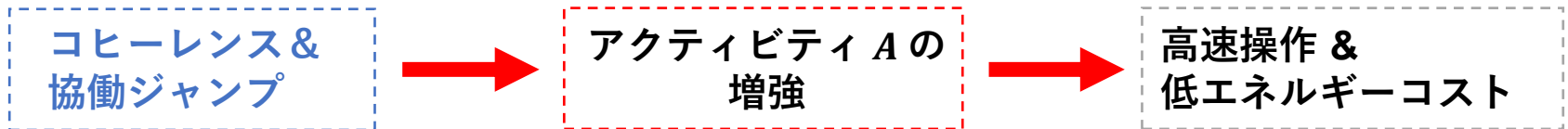
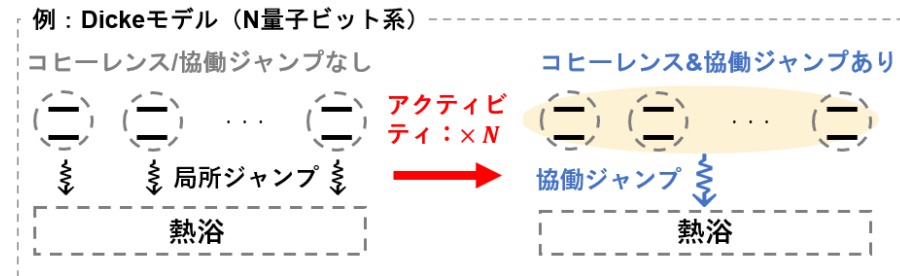


- J : 熱流, $\dot{\sigma}$: エントロピー生成率
- 熱流の瞬間的なゆらぎ (アクティビティ)

$$A = \sum_{\omega} \omega^2 \sum_a \gamma_{a,\omega} \text{Tr} \left[L_{a,\omega}^\dagger L_{a,\omega} \rho \right] = A_{\text{cl}} + A_{\text{qm}}$$

(遷移エネルギー)² 遷移レート

(縮退状態間のコヒーレンス) × (協働ジャンプ)



アクティビティ A の増強の原理的な限界?

対称性の理論的枠組み

- アイディア：（縮退状態間の）コヒーレンスが対称性によって護られる

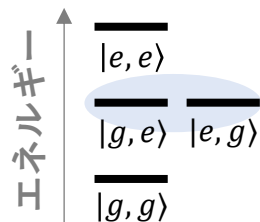
Review: D. A. Lidar, Adv. Chem. Phys. (2014)

- 例：対称ノイズ（各量子ビットに同じランダムな位相 ϕ が作用）

$$|g\rangle_j \rightarrow |g\rangle_j, \quad |e\rangle_j \rightarrow \underline{e^{i\phi}} |e\rangle_j$$

$$\begin{aligned} |g, g\rangle &\rightarrow |g, g\rangle \\ |g, e\rangle &\rightarrow e^{i\phi} |g, e\rangle \\ |e, g\rangle &\rightarrow e^{i\phi} |e, g\rangle \\ |e, e\rangle &\rightarrow e^{2i\phi} |e, e\rangle \end{aligned}$$

同じ位相を獲得



デコヒーレンス・
フリー部分空間

対称性をベースとした理論的枠組み

KF & H. Tajima, PRL 134, 080401 (2025)

- ハミルトニアン の対称性： $[H, V_g] = 0$ for all $g \in G$

- リュビリアンの対称性 B. Buča, T. Prosen, NJP (2012)

弱い対称性条件 (Weak symmetry)

$$\mathcal{L}(V_g x V_g^\dagger) = V_g \mathcal{L}(x) V_g^\dagger$$

for any operator x and for all $g \in G$

時間発展が量子状態 ρ の対称性を保つ

(今回はこの弱い条件を仮定)

強い対称性条件 (Strong symmetry)

$$[V_g, L_{a,\omega}] = 0, \quad [H, V_g] = 0$$

for all $g \in G$

時間発展が異なる対称性のセクターの
ブロックへと分解される



KF & H. Tajima, PRL 134, 080401 (2025)

アクティビティ A の上限

- 任意の密度行列 ρ とジャンプ演算子 $\{L_{a,\omega}\}$ に対して以下が成立 :

$$A(\rho, \{L_{a,\omega}\}) \leq \sum_{\omega} \omega^2 \sum_k p_k \mathcal{N}_k c_k(L_{a,\omega})$$

占有率 \mathcal{N}_k ジャンプ演算子のノルム

- $p_k = \text{Tr}[\Pi_k \rho]$
- $c_k(L_{a,\omega}) := \mathcal{N}_k^{-1} \sum_a \gamma_{a,\omega} \text{Tr}[L_{a,\omega}^\dagger L_{a,\omega} \Pi_k]$

- ✓ 縮退数 \mathcal{N}_k がアクティビティ A の増強の原理的境界を与える

等号達成条件

□ 対称状態 ρ^{sym}

□ 対称ジャンプ演算子 $\{L_{a,\omega}^{\text{sym}}\}$

$$V_g \rho_k^{\text{sym}} = \rho_k^{\text{sym}} V_g^\dagger = \rho_k^{\text{sym}} \text{ for all } g \in G$$

$$V_g L_{a,\omega}^{\text{sym}} = L_{a,\omega}^{\text{sym}} V_g^\dagger = L_{a,\omega}^{\text{sym}} \text{ for all } g \in G$$

$$\rho_k^{\text{sym}} \propto \Pi_k \rho^{\text{sym}} \Pi_k$$

V_g の操作によって変化しない

- ✓ 最適な等号達成条件が対称性によって特徴づけられる

* 簡単のため、与えられた H に対して自然な V_g を選んだ場合を議論 (一般の場合は論文参照)

結果 2 : アクティビティの上限と対称性の条件

KF & H. Tajima, PRL 134, 080401 (2025)

アクティビティ A の上限

- 任意の密度行列 ρ とジャンプ演算子 $\{L_{a,\omega}\}$ に対して以下が成立 :

$$A(\rho, \{L_{a,\omega}\}) \leq \sum_{\omega} \omega^2 \sum_k p_k \mathcal{N}_k c_k(L_{a,\omega})$$

占有率 p_k 縮退数 \mathcal{N}_k ジャンプ演算子のノルム c_k

- $p_k = \text{Tr}[\Pi_k \rho]$
- $c_k(L_{a,\omega}) := \mathcal{N}_k^{-1} \sum_a \gamma_{a,\omega} \text{Tr} [L_{a,\omega}^\dagger L_{a,\omega} \Pi_k]$

- ✓ 縮退数 \mathcal{N}_k がアクティビティ A の増強の原理的境界を与える

等号達成条件

□ 対称状態 ρ^{sym}

$$V_g \rho_k^{\text{sym}} = \rho_k^{\text{sym}} V_g^\dagger = \rho_k^{\text{sym}} \quad \text{for all } g \in G$$

$$\rho_k^{\text{sym}} \propto \Pi_k \rho^{\text{sym}} \Pi_k$$

□ 対称ジャンプ演算子 $\{L_{a,\omega}^{\text{sym}}\}$

$$V_g L_{a,\omega}^{\text{sym}} = L_{a,\omega}^{\text{sym}} V_g^\dagger = L_{a,\omega}^{\text{sym}} \quad \text{for all } g \in G$$



- 弱い対称性条件

$$\mathcal{L}(V_g x V_g^\dagger) = V_g \mathcal{L}(x) V_g^\dagger$$

for any operator x and for all $g \in G$

- 強い対称性条件

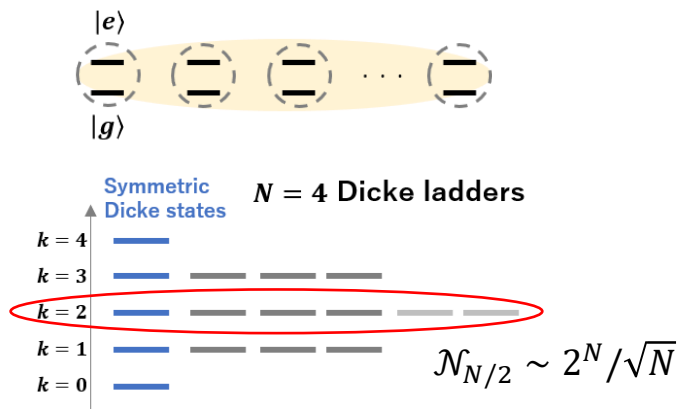
$$[V_g, L_{a,\omega}] = 0, \quad [H, V_g] = 0$$

for all $g \in G$

具体例: 置換不変な量子ビット系

置換対称性を満たす量子ビット系

- ハミルトニアン: $H = \frac{\omega}{2} \sum_{i=1}^N \sigma_i^z$
- V_g : 各量子ビットのラベル i の置換
- $\mathcal{N}_k = {}_N C_k$: 縮退数 (k 番目のエネルギー準位)
 $\rightarrow k = N/2$ の縮退数は指数的に増大: $\mathcal{N}_{N/2} = {}_N C_{N/2} \sim 2^N / \sqrt{N}$



等号達成条件

□ 対称状態 $\rho_k^{\text{sym}} = |\psi_k^{\text{sym}}\rangle\langle\psi_k^{\text{sym}}|$

$$|\psi_k^{\text{sym}}\rangle = \mathcal{N}_k^{-1/2} \sum_g V_g |e\rangle^{\otimes k} \otimes |g\rangle^{\otimes N-k}$$

k個の励起状態の重ね合わせ

- 対称Dicke状態と一致

□ 対称ジャンプ演算子 $L_{a,\omega}^{\text{sym}}$

$$L_{a,\omega}^{\text{sym}} = \sum_{n=0}^{[N/2]-1} \sum_{g \in S_N} V_g \underbrace{\sigma_1^- \cdots \sigma_{n+1}^- \sigma_{n+2}^+ \cdots \sigma_{2n+1}^+}_{(2n+1)\text{体ジャンプ}} V_g^\dagger$$

- 多体量子ビットの非線形&協働ジャンプ

c.f. 弱い対称性条件

$$\{L_{a,\omega}\} = \{\sigma_i^-\} \quad \text{局所ジャンプ}$$

c.f. 強い対称性条件

$$L_{a,\omega} = \sum_i \sigma_i^- \quad \text{協働ジャンプ (超放射)}$$

置換対称性を満たす系のAのスケーリング

ジャンプ演算子に対するAのスケーリング

$k = N/2$ の対称Dicke状態に固定

$$|\psi_{N/2}^{\text{sym}}\rangle = \mathcal{N}_{N/2}^{-1/2} \sum_{g \in S_N} V_g |e\rangle^{\otimes N/2} \otimes |g\rangle^{\otimes N/2}$$

■ 対称ジャンプ演算子 (最適な対称性)

$$L_{\omega}^{\text{sym}} = \sum_{m=0}^{N/2} \underbrace{\sum_{g \in S_N} V_g \sigma_1^- \cdots \sigma_{m+1}^- \sigma_{m+2}^+ \cdots \sigma_{2m+1}^+ V_g^\dagger}_{\text{多体量子ビットの非線形&協働ジャンプ}}$$

$$\rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = \mathcal{N}_{N/2} \sim 2^N / \sqrt{N} \quad (\text{指数乗})$$

■ 3体ジャンプ近似

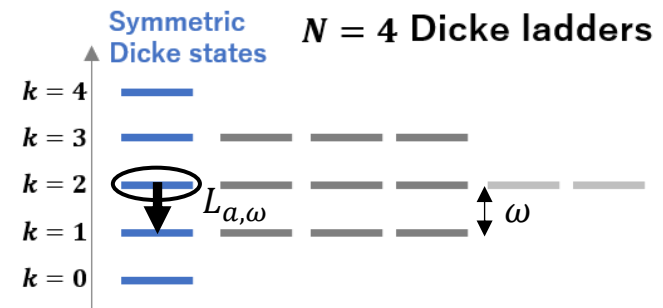
$$L_{\omega}^{3\text{-ap}} = \sum_i \sigma_i^- + \underbrace{\sum_{(i<j) \neq l} \sigma_i^- \sigma_j^- \sigma_l^+}_{\text{3体協働ジャンプ}} \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = O(N^3)$$

■ 超放射のジャンプ演算子 (強い対称性)

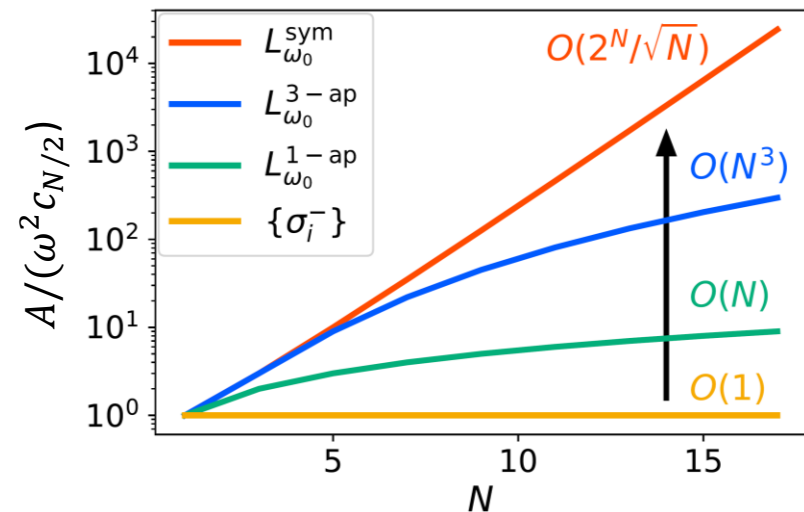
$$L_{\omega}^{1\text{-ap}} = \underbrace{\sum_i \sigma_i^-}_{\text{1体協働ジャンプ}} \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = O(N)$$

■ 局所ジャンプ (弱い対称性)

$$\{L_{a,\omega}^{\text{loc}}\} = \{\sigma_i^-\} \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = 1$$



Aのスケーリング



$c_{N/2}(L_{a,\omega})$: ジャンプ演算子のノルム

置換対称性を満たす系のAのスケーリング

ジャンプ演算子に対するAのスケーリング

$k = N/2$ の対称Dicke状態に固定

$$|\psi_{N/2}^{\text{sym}}\rangle = \mathcal{N}_{N/2}^{-1/2} \sum_{g \in \mathcal{S}_N} V_g |e\rangle^{\otimes N/2} \otimes |g\rangle^{\otimes N/2}$$

■ 対称ジャンプ演算子 (最適な対称性)

$$L_{\omega}^{\text{sym}} = \sum_{m=0}^{N/2} \sum_{g \in \mathcal{S}_N} V_g \sigma_1^- \cdots \sigma_{m+1}^- \sigma_{m+2}^+ \cdots \sigma_{2m+1}^+ V_g^\dagger$$

多体量子ビットの非線形&協働ジャンプ

$$\rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = \mathcal{N}_{N/2} \sim 2^N / \sqrt{N} \quad (\text{指数乗})$$

■ 3体ジャンプ近似

$$L_{\omega}^{3-ap} = \sum_i \sigma_i^- + \sum_{(i < j) \neq l} \sigma_i^- \sigma_j^- \sigma_l^+ \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = O(N^3)$$

3体協働ジャンプ

■ 超放射のジャンプ演算子 (強い対称性)

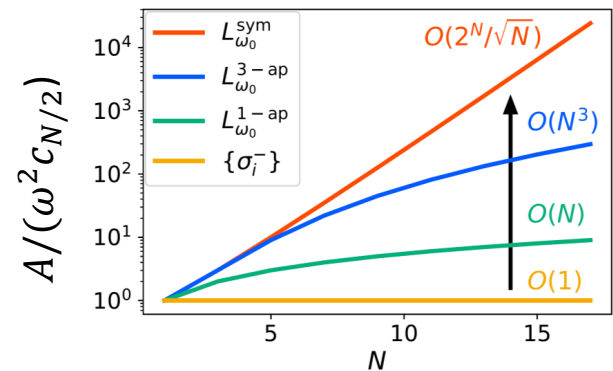
$$L_{\omega}^{1-ap} = \sum_i \sigma_i^- \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = O(N)$$

1体協働ジャンプ

■ 局所ジャンプ (弱い対称性)

$$\{L_{a,\omega}^{\text{loc}}\} = \{\sigma_i^-\} \rightarrow A / \omega^2 c_{N/2} = \mathbf{1}$$

✓ ジャンプ演算子の対称性がより最適条件に近づくほどAのスケーリングがよくなる



最適な対称性条件

$$V_g L_{\omega}^{\text{sym}} = L_{\omega}^{\text{sym}} V_g^\dagger = L_{\omega}^{\text{sym}}$$

強い対称性条件

$$[V_g, L_{\omega}^{n-ap}] = 0$$

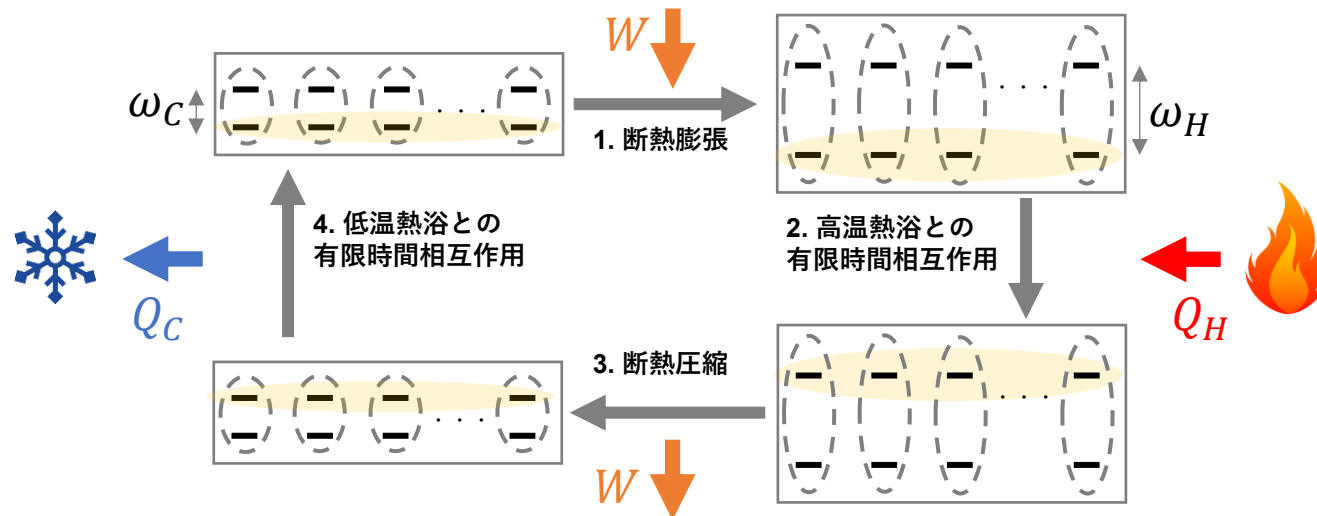
弱い対称性条件

$$\mathcal{L}(V_g x V_g^\dagger) = V_g \mathcal{L}(x) V_g^\dagger$$

量子熱機関への応用

- 置換対称性を満たす N 量子ビット系を用いた有限時間量子オットー熱機関

$$H = \frac{\omega}{2} \sum_i \sigma_i^z$$



- 熱機関の性能

- **効率** : $\eta = W/Q_H$
熱・仕事変換効率

- **パワー** : $P = W/\tau$

単位時間当たりに取り出す仕事

τ : 1エンジンサイクルを完了する時間

- 熱機関の効率とカルノー効率

$$\eta = \eta_{\text{Otto}} = 1 - \frac{\omega_C}{\omega_H} \leq \eta_{\text{Car}} = 1 - \frac{\beta_H}{\beta_C}$$

オットー効率

カルノー効率
(理想効率)

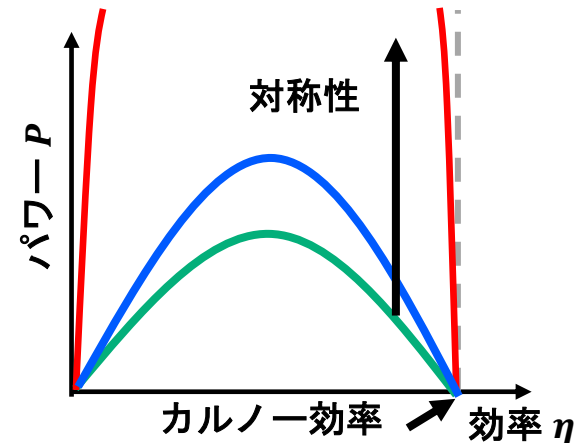
パワー・効率トレードオフ関係と対称性

■ パワー・効率トレードオフ関係

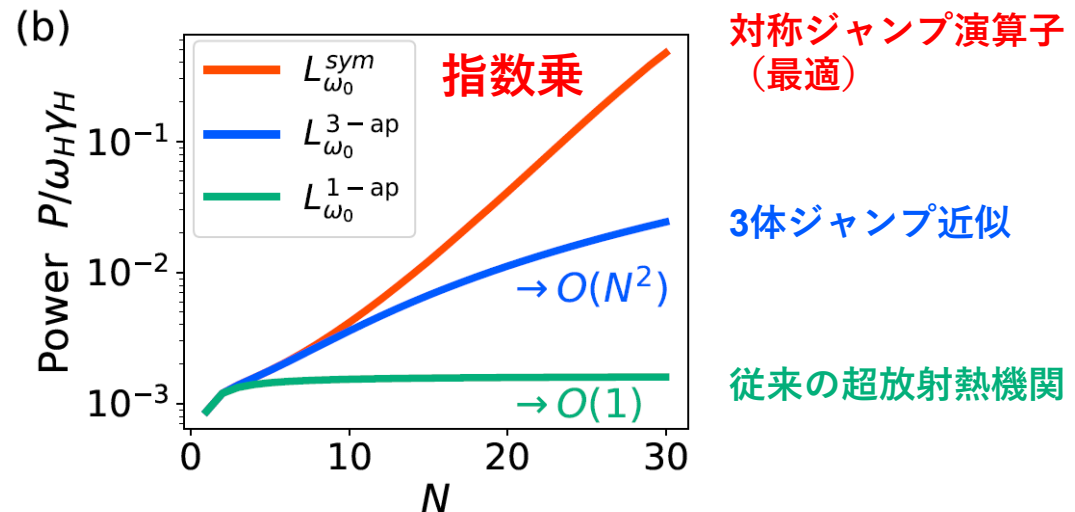
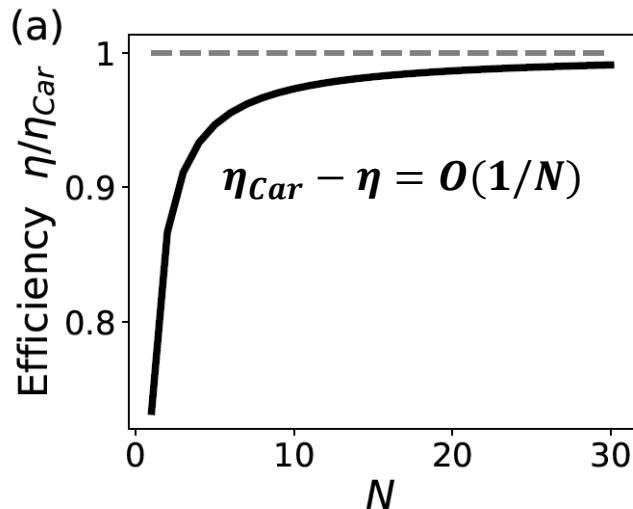
$$P \leq b\bar{A}\eta(\eta_{\text{Car}} - \eta)$$

Shiraishi, Saito, Tasaki, PRL (2016);
Shiraishi, Saito, J. Stat. Phys (2019);
Tajima & KF, PRL (2021)

- 定数ファクター: $b = 2(2 - \eta_{\text{Car}})^2 / \beta_C$
- $\bar{A} = \tau^{-1} \int_0^\tau dt A(\rho(t), \{L_{a,\omega}\})$
時間平均 アクティビティ



■ 置換対称性を満たす N 量子ビット熱機関



✓ カルノー効率に漸近的に近づきつつ、 $N^2 \sim$ 指数乗のパワーのスケールング

Outline of this talk

- レビュー：ミクロな系の熱力学
- 熱力学トレードオフ関係における量子効果
- フィードバック冷却のトレードオフ関係
- まとめと展望

情報熱力学

■ マクスウェルの悪魔

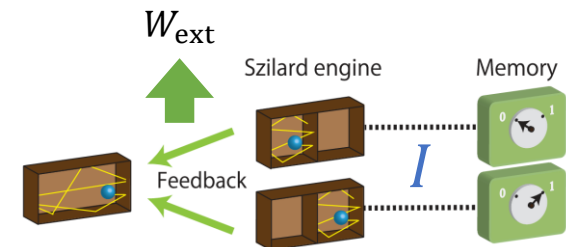
フィードバック過程における拡張された第二法則

$$W_{\text{ext}} \leq -\Delta F + k_B T I$$

通常の第二法則

相互情報量 (離散測定 & フィードバック)

情報流・移動エントロピー (連続測定 & フィードバック)



着目系とメモリの相関の分だけ通常の第二法則の限界を超えて仕事を取り出せる

Sagawa & Ueda PRL (2008), (2012)
Parrondo, Horowitz, Sagawa, *Nat. Phys.* (2015)

■ フィードバック冷却

- 連続測定 & フィードバックにより着目系のゆらぎを削減し、冷却を行う (c.f. オプトメカニカル系、ナノ粒子系)

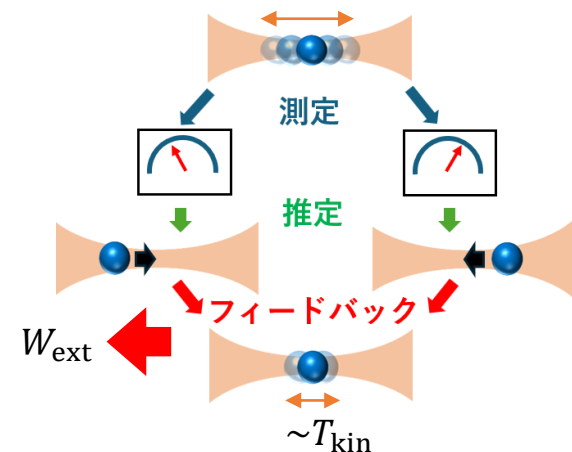
フィードバック冷却の情報熱力学的なバウンド

$$\dot{W}_{\text{ext}} \leq -T_{\text{kin}} \dot{I}_v$$

運動論的温度 情報流

$$(\text{=} m \langle v^2 \rangle)$$

$-\dot{I}_v \geq 0$: 情報を消費して
フィードバックを行う状況



Kumasaki, Tojo, Sagawa, **KF**, arXiv:2508.06174 (2025)

定常状態の時、移動エントロピーを用いた表式に帰着 : Horowitz and Sandberg, *NJP* **16** 125007(2014)

フィードバック冷却の効率とパワーの限界

フィードバック冷却の冷却パワーと冷却効率の限界は？

■ フィードバック冷却におけるTUR

$$\frac{\dot{W}_{\text{ext}}}{T_{\text{kin}}} \leq \frac{\gamma T}{m^2} \underbrace{\|v_v - \tilde{v}_v^{\text{irr}}\|^2}_{\text{フィードバックゲイン } G \text{ の大きさ}} \underbrace{\varepsilon_I (1 - \varepsilon_I)}_{\text{冷却効率}}$$

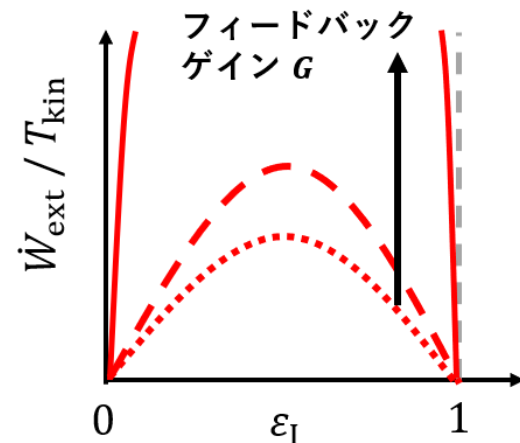
冷却パワー

(エントロピー減少レート)

フィードバック
ゲイン G の大きさ

冷却効率：

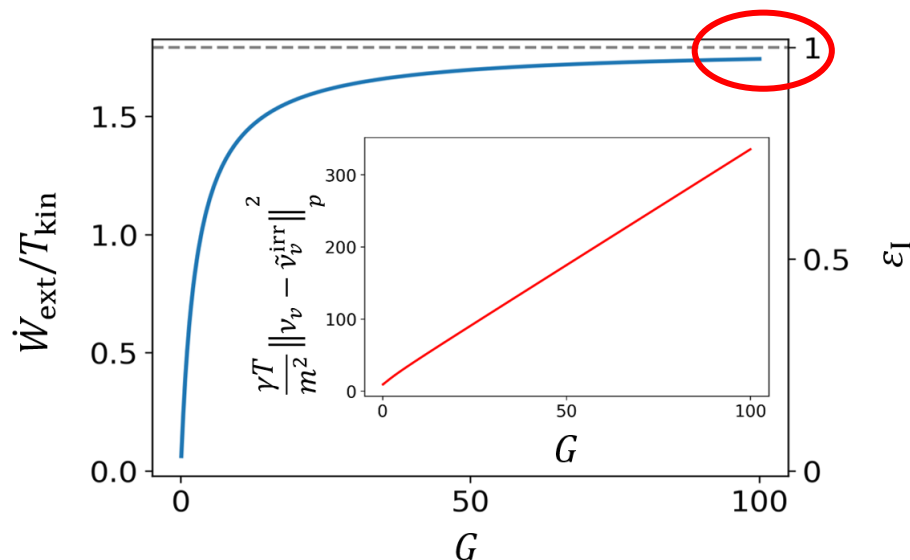
$$\varepsilon_I = \left| \frac{\dot{W}_{\text{ext}}}{T_{\text{kin}} \dot{I}_v} \right| \leq 1$$



最適な推定 + フィードバックゲイン $G \rightarrow \infty$
(カルマンフィルタ)



最大効率 & 有限パワーが漸近的に達成



Outline of this talk

- レビュー：ミクロな系の熱力学
- 熱力学トレードオフ関係における量子効果
- フィードバック冷却のトレードオフ関係
- まとめと展望

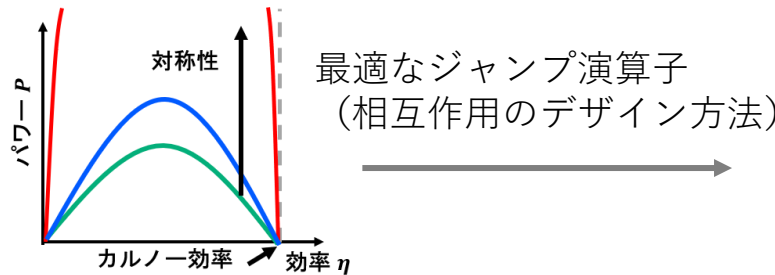
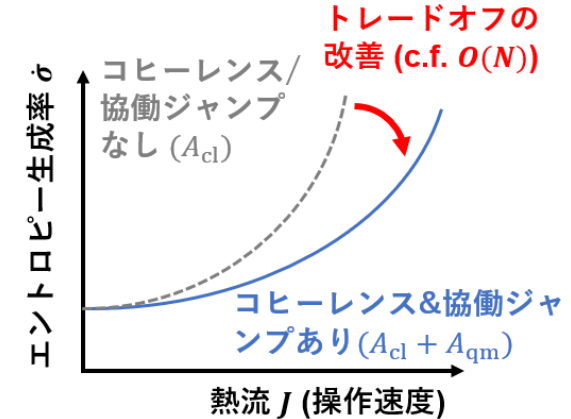
高速操作かつ低エネルギーコストの実現に向けて

- 量子効果によるトレードオフの改善

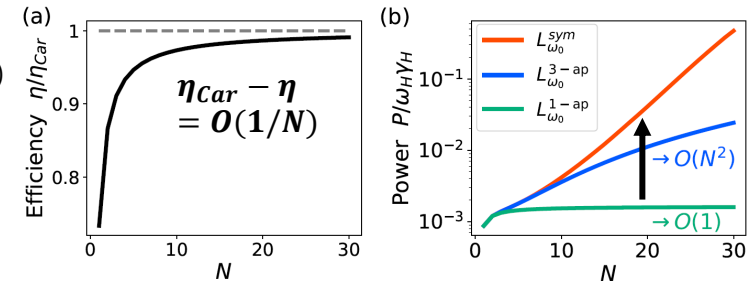
H. Tajima & KF, PRL **127**, 190604 (2021)

- 対称性による理論的枠組

KF & H. Tajima, PRL **134**, 080401 (2025)

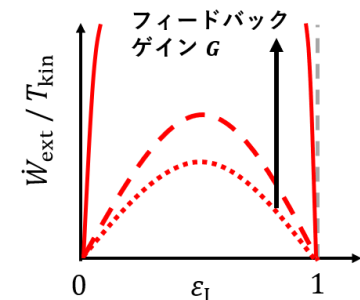


有限パワー & 最大効率が漸近的に達成



- フィードバック冷却のTURの導出 (古典系)

- ✓ 最大冷却効率 & 有限冷却パワーが漸近的に達成



K. Kumasaki, K. Tojo, T. Sagawa, KF, arXiv:2508.06174 (2025)

Example: Permutation-invariant N qubit systems

Optimal condition

□ **Symmetric state** $\rho_k^{sym} = |\psi_k^{sym}\rangle\langle\psi_k^{sym}|$

$$|\psi_k^{sym}\rangle = \mathcal{N}_k^{-1/2} \sum_g V_g |e\rangle^{\otimes k} \otimes |g\rangle^{\otimes N-k}$$

superposition of all states with k -excitation

- symmetric Dicke states

□ **Symmetric jump operator** L_ω^{sym}

$$L_\omega^{sym} = \sum_{n=0}^{\lfloor N/2 \rfloor - 1} \sum_{g \in S_N} V_g \underbrace{\sigma_1^- \cdots \sigma_{n+1}^- \sigma_{n+2}^+ \cdots \sigma_{2n+1}^+}_{(2n+1)\text{-body jump operators}} V_g^\dagger$$

- multi-qubit nonlinear and collective jump

■ System-bath picture

$$H_{int} = \underline{S} \otimes \underline{B}$$

system operator bath operator

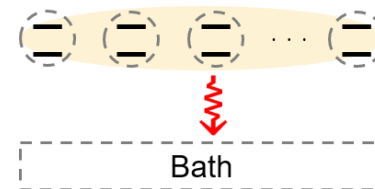
$$\underline{S} = a_1 J_x + a_3 J_x^3 + a_5 J_x^5 + \dots$$

- $J_x = \sum_i \sigma_i^x$: collective spin operator
- a_n : coefficients

- c.f. linear coupling → conventional super-radiance model

$$S = J_x = \sum_i \sigma_i^x \longrightarrow L_{a,\omega} = \sum_i \sigma_i^-$$

linear collective jump



nonlinear system-bath coupling