

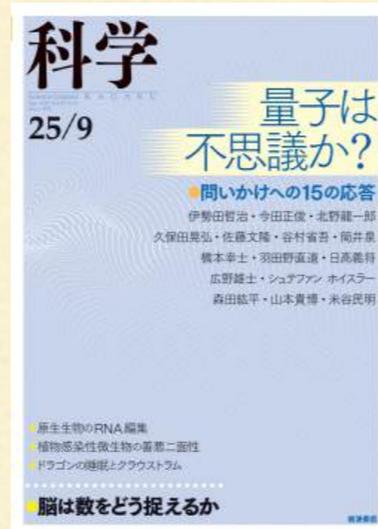
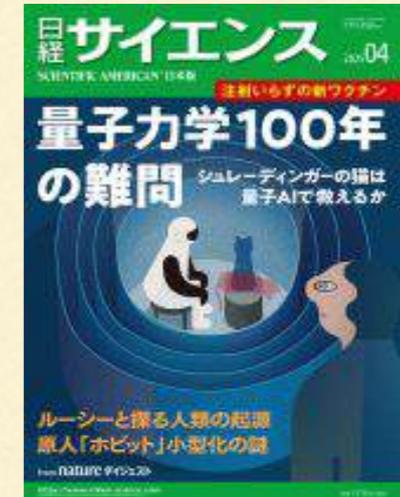
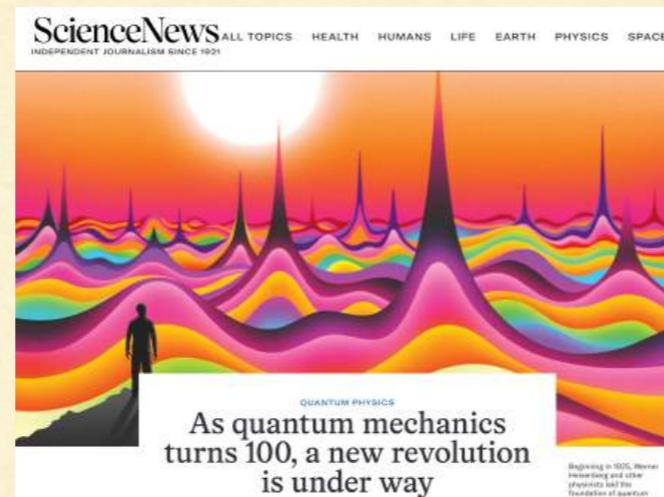
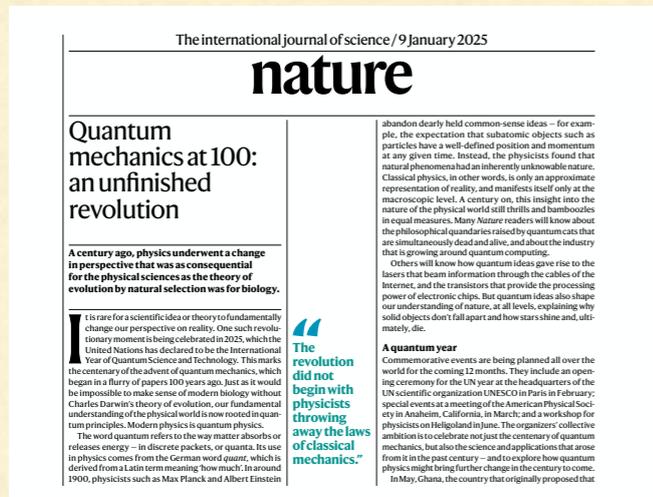
量子性の根源を求めて
— 量子異常から量子物理量へ —

筒井 泉

日本大学理工学部・
高エネルギー加速器研究機構

今年は量子力学の建設から100年

- 国連：2025年を国際量子科学技術年と宣言
- 科学雑誌の記念号



- 日本物理学会の記念イベント



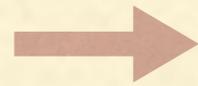
量子力学の建設過程での日本での受容や導入状況はどうだったのだろうか？

量子力学建設への道のり

1900	プランク	エネルギー量子	←-----	黒体輻射
1905	アインシュタイン	光量子 (光子)	←-----	光電効果 (その他)
1913	ボーア	水素原子模型	←-----	原子スペクトル
1915	ゾンマーフェルト、 ウィルソン、石原	量子化条件	----->	正準交換関係
1916	アインシュタイン	遷移確率と誘導放射	----->	確率・レーザー
1922	シュテルン・ゲルラッハ	「空間量子化」の検証	----->	「スピン」
	コンプトン	光量子説の検証	----->	光 (X線) の粒子性
1923	ド ブロイ	物質波	----->	物質粒子の波動性
1924	ボーア・クラマース・ スレーター	仮想輻射場と遷移	----->	光の分散と原子構造
1925	ハイゼンベルク・ ボルン・ジョルダン	行列力学	}	量子力学の完成
1926	シュレーディンガー	波動力学		
1926	ボルン	波動関数の確率解釈		

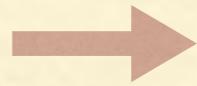
(前期) 量子論から量子力学建設に至る過程での課題

- ・ 黒体輻射のプランク分布の物理的背景の探究



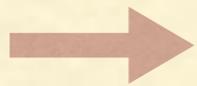
電磁波の輻射エネルギーの量子化・光量子概念の導入・遷移確率・光子気体の統計性・固体の低温での比熱

- ・ 原子（や分子の）離散スペクトルの説明



原子構造・エネルギーの量子化・分子構造と化学反応の理解・量子化条件の定式化

- ・ スペクトル強度と光の分散の性質：波動と粒子の2重性

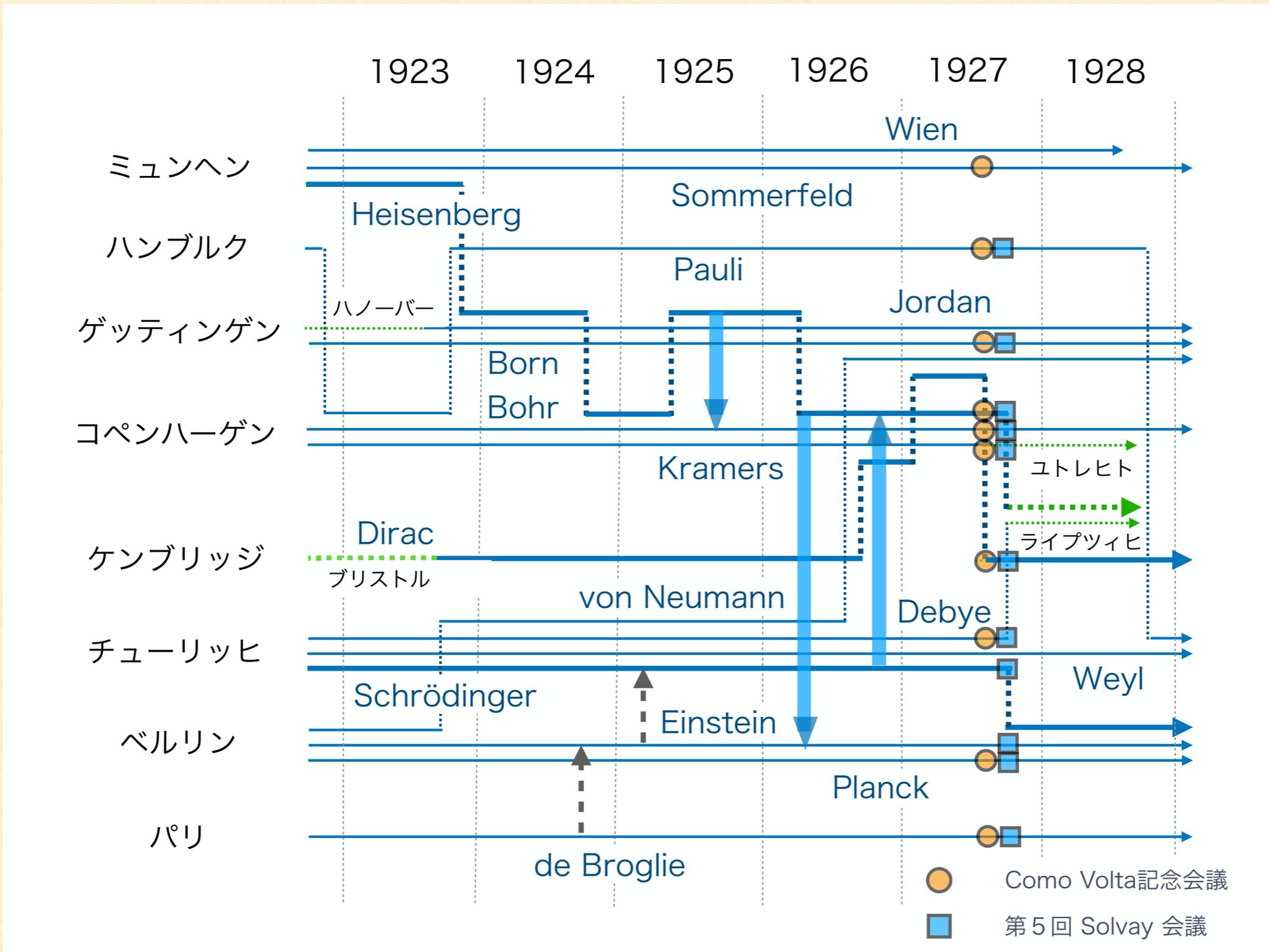


原子内の電磁相互作用（古典電磁気理論との整合性）・光の粒子性と分散現象の連続性・量子 - 古典の対応・物質波概念



これらの課題に系統的に答えることのできる新たな力学
「量子力学 (Quantum Mechanics)」を模索

量子力学建設時の交流



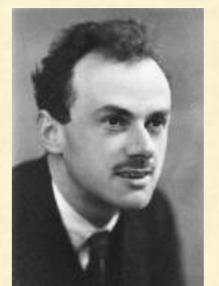
Niels Bohr
(1885 – 1962)



Louis de Broglie
(1892 – 1987)



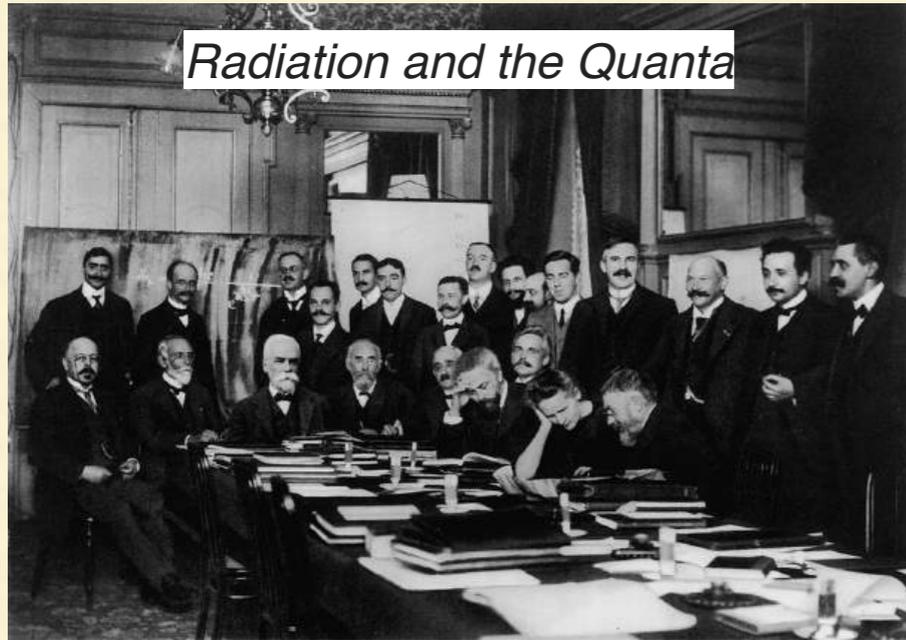
Wolfgang Pauli
(1900 – 1958)



Paul Dirac
(1902 – 1982)

第1回 Solvay 会議

・ 1911年11月



日本では：長岡半太郎

・ 1911年6月 心理学会 講演

・ 同年8月 『哲學雜誌』

「クワンテン假説 (Quanten hypothesis) に就いて」

電気 (電荷) の量子化を重要視



訳語 「量子」

日本で最初の量子論研究者：石原純

・ 1911年 「光量子論への寄与」

・ 1915年 「作用量子の普遍的意味」

(Sommerfeld, Wilson, Ishiwara の量子化条件)

・ 1923年 東北帝国大学辞職

・ 1931年 岩波『科學』編集主任



まず、このような意義深い研究会を組織し、実行した世話人の方々に深く感謝
但し、ここからは（ツマラナイ）私の話：偏った研究歴とヘソ曲がりゆえの偏見

内容

I. 量子化に見る非古典性 1985 ~ 2005

1. 場の量子論と量子異常
2. 非同値量子化
3. 物理量演算子の不定性

II. 量子相関と物理量 2005 ~

1. 量子もつれの豊かさ：相関
2. 量子物理量：弱値
3. 不確定性関係 → 李さんの講演

I. 量子化に見る非古典性

1. 場の量子論と量子異常 quantum anomaly

a) 大域的対称性の破れ

ゼロ質量 $m=0$ のディラック場と電磁場（外場）との相互作用

$$\mathcal{L} = \bar{\psi} i\gamma^\mu D_\mu \psi, \quad D_\mu = \partial_\mu - ieA_\mu$$

・ 古典論

ベクトル型 (vector) $U(1)_V$ 位相変換

ネーターの定理 (場の古典論)

$$\psi(x) \rightarrow e^{-i\theta} \psi(x) \quad \dots \rightarrow \quad \mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L}_0 \quad \text{対称性} \quad \dots \rightarrow \quad \text{保存則} \quad j^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$$

軸型 (axial) $U(1)_A$ 位相変換 $\gamma^5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$

$$\partial_\mu j^\mu = 0$$

$$\psi(x) \rightarrow e^{-i\theta\gamma^5} \psi(x) \quad \dots \rightarrow \quad \mathcal{L}_0 \rightarrow \mathcal{L}_0 \quad \text{対称性} \quad \dots \rightarrow \quad \text{保存則} \quad j_5^\mu = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \psi$$

$$\partial_\mu j_5^\mu = 0$$

・量子論 $\partial_\mu j^\mu = 0$ と (正則化) すると

$$\partial_\mu j_5^\mu = -\frac{e^2}{16\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} F_{\mu\nu} F_{\rho\sigma}$$

カイラル量子異常 (chiral anomaly)

Adler, Bell & Jackiw (1969)

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

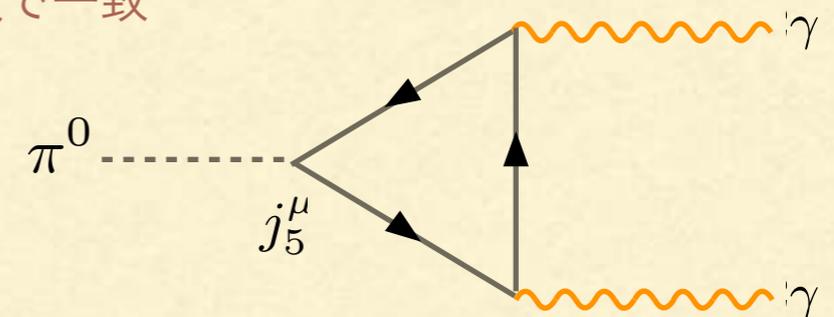
→ 軸型変換の生成子は非保存 $Q_5 = \int d\mathbf{r} \psi^\dagger \gamma_5 \psi \dots \rightarrow \frac{dQ_5}{dt} \neq 0$

π^0 中間子の崩壊は量子異常の存在から説明

崩壊幅 $\Gamma^{\text{th}}(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) \simeq 1.11 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$

測定値 $\Gamma^{\text{exp}}(\pi^0 \rightarrow 2\gamma) \simeq 1.19 \times 10^{16} \text{ s}^{-1}$

量子異常により
良い近似で一致



量子レベルでの対称性の破れの経路積分量子化での理解

$$Z[A] = \int \underline{\mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi} e^{i \int d^4x \mathcal{L}}$$

ディラック場の経路積分の軸性変換に対する非不変性

$$\mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi \longrightarrow \mathcal{D}\bar{\psi}'\mathcal{D}\psi' = \mathcal{D}\bar{\psi}\mathcal{D}\psi \exp\left\{i \int dx \alpha(x) \left(\frac{-1}{16\pi^2}\right) \text{tr} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta}\right\}$$

b) 局所的対称性の破れ

カイラルゲージ理論： 例) 左巻きフェルミオンのみゲージ場と相互作用

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu D_\mu \psi_L \quad D_\mu = \partial_\mu + A_\mu \quad A_\mu = -igA_\mu^a L^a \quad \psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)\psi$$

局所的ゲージ変換 $U(x) = e^{-i\theta^a(x)L^a}$

$$\left. \begin{aligned} \psi_L(x) &\rightarrow U(x) \psi_L(x) \\ A_\mu(x) &\rightarrow U(x) A_\mu(x) U^{-1}(x) + U(x) \partial_\mu U^{-1}(x) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{場の古典論では} \\ \dots \rightarrow \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{L} \text{ 保存則} \\ D_\mu J_L^\mu = \partial_\mu J_L^\mu + [A_\mu, J_L^\mu] = 0 \end{array}$$

場の量子論では

$$(D_\mu J_L^\mu)^a = -\frac{1}{24\pi^2} \partial_\mu \epsilon^{\mu\nu\rho\sigma} \text{tr} L^a \left(A_\nu \partial_\rho A_\sigma + \frac{1}{2} A_\nu A_\rho A_\sigma \right)$$

局所ゲージ対称性の量子論的な破れ：ゲージアノマリー

→ ゲージ場の量子論の整合性に支障

- 繰り込み可能性 \times
- ユニタリティ \times
- 物理空間の指定 \times

素粒子の標準理論ではクォーク・レプトンの表現をアノマリーが相殺されるように選択

経路積分量子化では

有限なカイラル変換に対する経路積分測度の変化 (ここでの記法 $g = U$)

$$d\psi d\bar{\psi} = d\psi^g d\bar{\psi}^g \exp[i\alpha(A, g^{-1})] \quad \psi_L \rightarrow \psi_L^g = g^{-1}\psi_L, \quad \bar{\psi}_L \rightarrow \bar{\psi}_L^g = \bar{\psi}_L g$$

$$Z \equiv \int d\psi d\bar{\psi} \underline{dA}_\mu \exp(iI[\psi, \bar{\psi}, A])$$

ゲージ固定無し

$$= \int d\psi d\bar{\psi} \underline{DA}_\mu dg \exp\{iI[\psi, \bar{\psi}, A] + i\alpha_1(A, g^{-1})\}$$

ゲージ固定有

新たな自由度の出現

K. Harada - I.T.,
Phys. Lett. B (1987)

量子化に伴う局所対称性の破れ → 物理的自由度の増加と対称性の回復！

2. 非同値量子化 inequivalent quantization

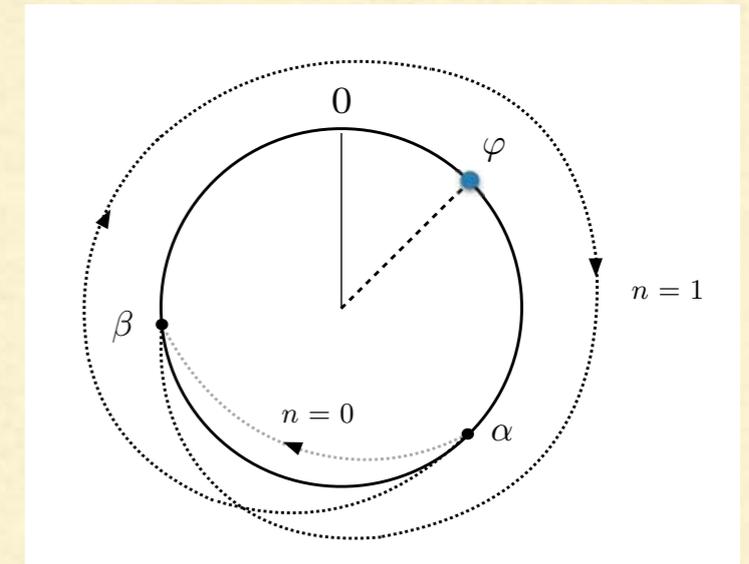
a) 円周上の粒子 配位空間 $Q = S^1$

経路積分量子化

$$K(\beta, T; \alpha, 0) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\theta} K_n(\beta, T; \alpha, 0)$$

重ね合わせの重みの任意性 巻き数 n の遷移の確率振幅

任意パラメーター $\theta \in [0, 2\pi)$ 非同値量子化

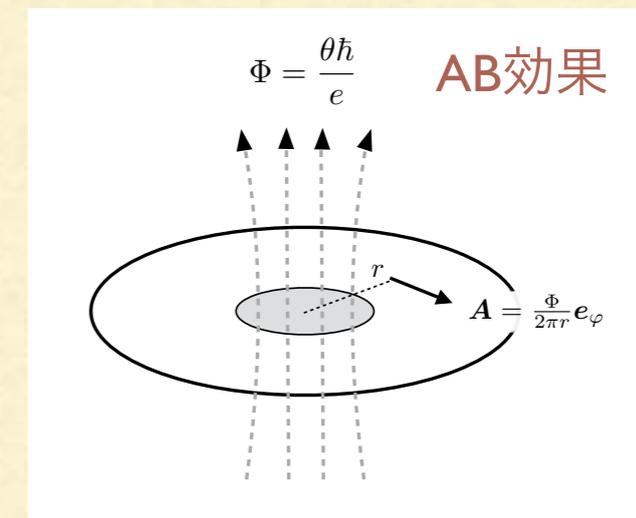


巻き数 $w[\varphi] = \frac{1}{2\pi} \int_0^T dt \dot{\varphi} - \left(\frac{\beta - \alpha}{2\pi} \right)$ 及び $A = \frac{\theta}{2\pi e} \hbar$ を導入して位相部分を書き直すと

$$K(\beta, T; \alpha, 0) = e^{i\delta} \int_{\alpha}^{\beta} \mathcal{D}\varphi(t) e^{(i/\hbar) S_{\text{eff}}[\varphi]}$$

$$\delta = \frac{\theta(\alpha - \beta)}{2\pi}$$

$$S_{\text{eff}}[\varphi] = \int_0^T dt \left(\frac{m}{2} \dot{\varphi}^2 + eA \dot{\varphi} - V(\varphi) \right)$$

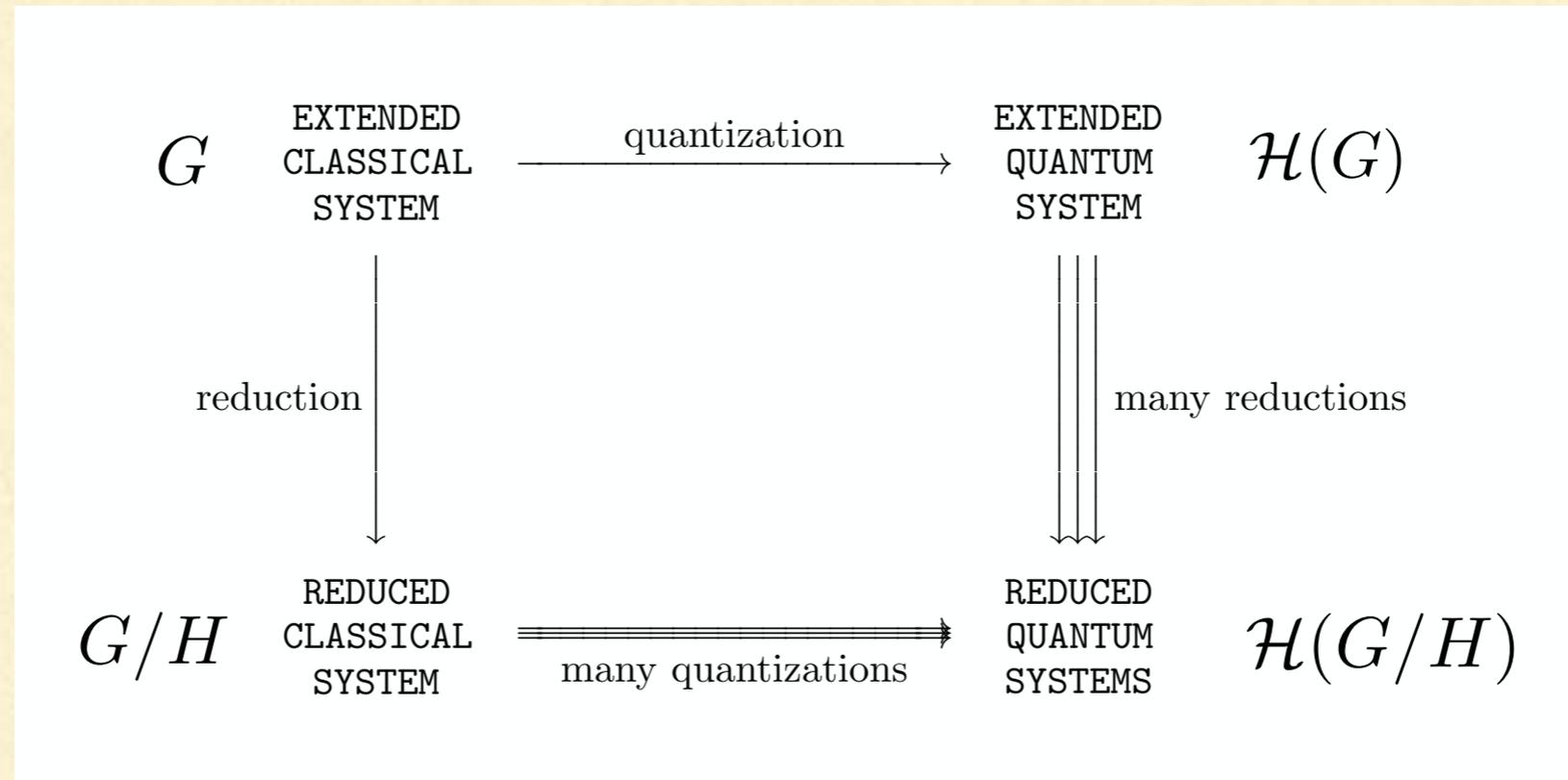


一般に

b) 剰余空間 G/H 上の粒子 配位空間 $Q \simeq G/H$

例：
 $S^1 \simeq \mathbb{R} / \mathbb{Z}$
 $S^n \simeq \text{SO}(n+1) / \text{SO}(n)$

量子化の実行



Diracの拘束条件つき量子化

部分群 H の生成子 $\{R_i, R_j\} = f_{ij}^k R_k,$

$$\longrightarrow \begin{cases} \text{対称性の拘束条件} & \phi_s = \text{Tr } T_s(R - K) = 0 \\ \text{ゲージ固定条件} & \xi_s = 0 \end{cases}$$

H の表現を定める任意定数

経路積分量子化の結果

$$Z = \int \mathcal{D}g \delta(\xi_s) \det|\{\phi_s, \xi_{s'}\}| \exp\left(i \int_0^T dt L_{\text{tot}}\right)$$

D. McMullan - I.T.,
Phys. Lett. B (1994)

$$L_{\text{tot}} = \frac{1}{2} g_{\alpha\beta}(q) \dot{q}^\alpha \dot{q}^\beta - \text{Tr} K(h^{-1} \dot{h}) - \text{Tr}(h K h^{-1} A_\alpha(q)) \dot{q}^\alpha$$

G/H 上の自由粒子 H スピン自由度

外部ゲージ場との相互作用 (AB効果) $A := \sigma^{-1} d\sigma|_{\mathfrak{h}} = A_\alpha dq^\alpha$ H -接続と呼ばれるゲージ場

例: $S^4 \simeq \text{Spin}(4)/\text{Spin}(3) \longrightarrow H$ -接続はBPST インスタントン

非自明な配位空間上の量子化 \longrightarrow 物理的 (スピン) 自由度と外場の誘起!

(註) 非可換ゲージ理論での非同値量子化 ($Q = S^1$ の場合に類似)

AB効果: Strong CP問題

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = \frac{1}{2g^2} \text{tr}(F_{\mu\nu} F^{\mu\nu}) - \frac{\hbar\theta}{32\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr}(F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta})$$

3. 物理量演算子の不定性

self-adjoint extension

例 1 : 半直線上の自由粒子

・ 古典論

$$H = \frac{p^2}{2m}$$

古典系を特徴づける長さパラメーターが無い

→ 粒子は任意の速度を持つことができる :

スケール対称性

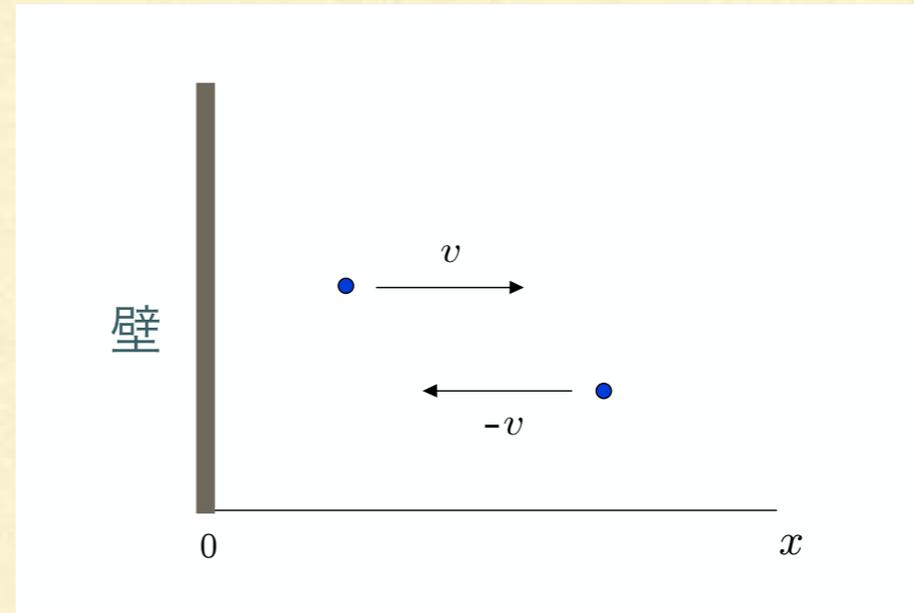
・ 量子論

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2}$$

位相のずれは壁での反射に依存

境界条件

$$\psi(0) + L \frac{d\psi}{dx}(0) = 0$$



$$\psi(x, t) = \psi_k(x) e^{-iE_k t/\hbar} \quad E_k = \frac{(\hbar k)^2}{2m}$$

$$\psi_k(x) = e^{-ikx} + e^{i\delta} e^{ikx}$$

入射波 反射波

↑
位相のずれ

L : 長さの次元を持つ不定パラメーター

特殊な場合：

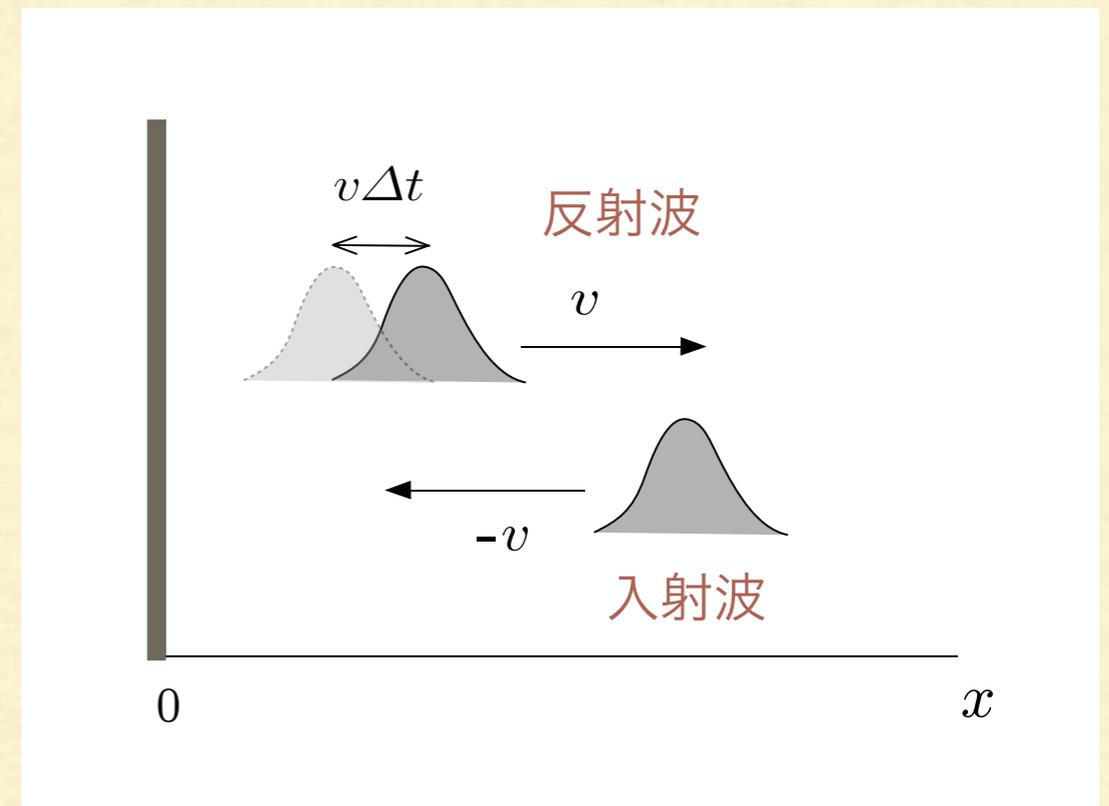
$$\begin{cases} L = 0 & \text{-----} \rightarrow \psi(0) = 0 \\ L = \infty & \text{-----} \rightarrow \frac{d\psi}{dx}(0) = 0 \end{cases}$$

一般の場合：境界条件の解 $\longrightarrow e^{i\delta} = \frac{ikL - 1}{ikL + 1}$

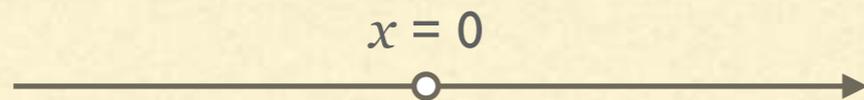
物理的効果 反射時間のずれ

$$\Delta t = \frac{2mL}{\hbar k_0 [1 + (k_0 L)^2]}$$

スケール対称性の破れ (量子異常) による反射時間のずれ



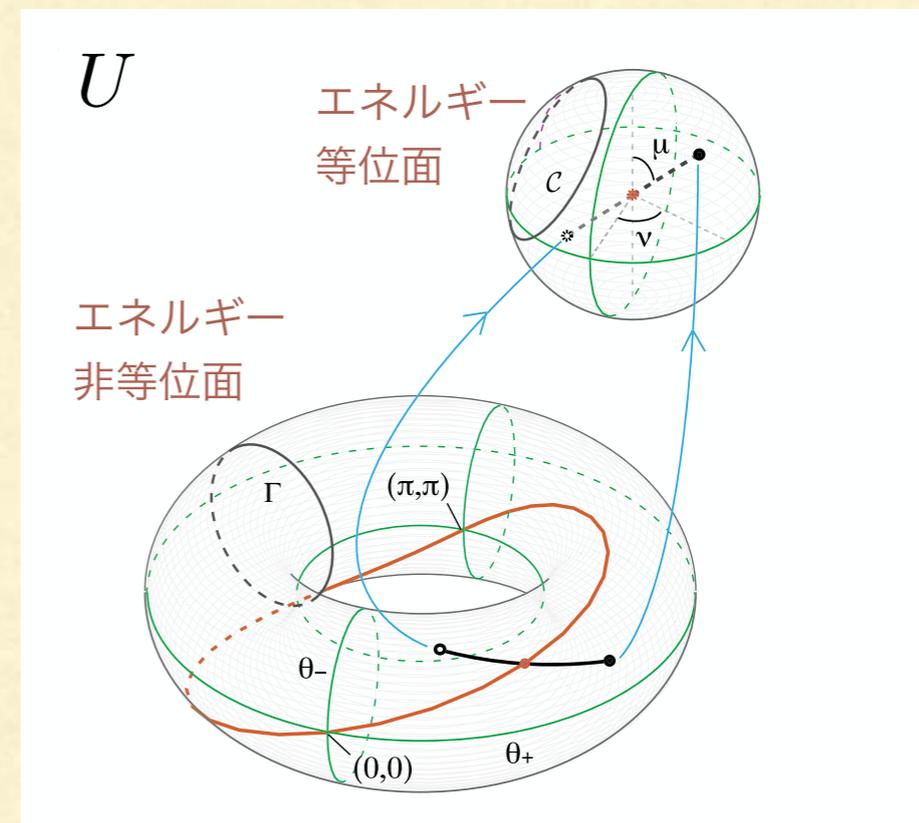
例2：直線上の自由粒子と特異点



境界条件 $(U - I)\Phi + iL_0(U + I)\Phi' = 0$

$$U \in U(2) \quad \Phi := \begin{pmatrix} \varphi(0_+) \\ \varphi(0_-) \end{pmatrix}, \quad \Phi' := \begin{pmatrix} \varphi'(0_+) \\ -\varphi'(0_-) \end{pmatrix}$$

I.T. - T. Fulop, T. Cheon, Ann. Phys. (2002)



演算子とは \hat{A}

- i) 四則算や微分等の演算の規定
- ii) 定義域（演算の対象とする状態空間）の規定

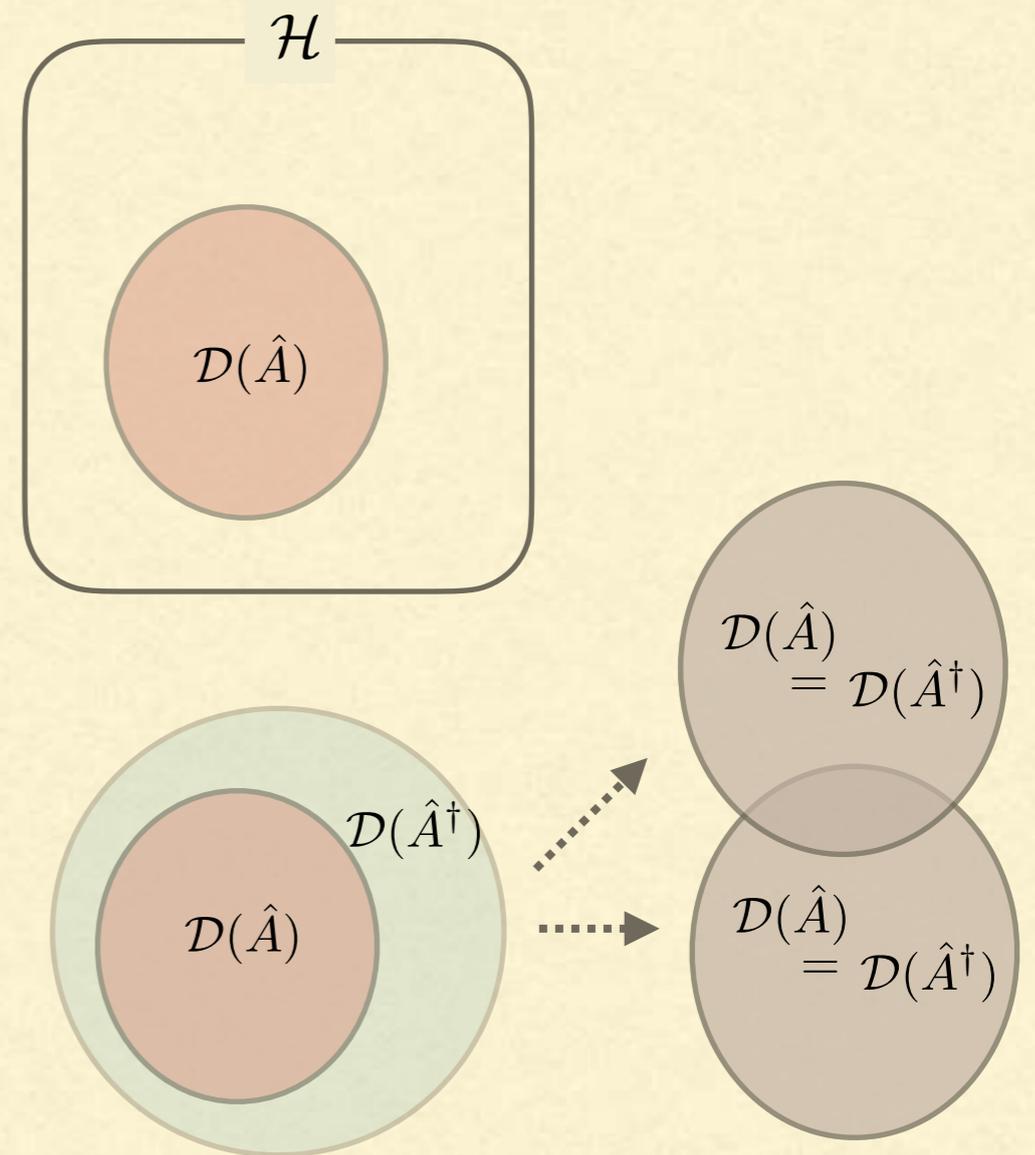
↑
状態（波動関数）に対する境界条件等で設定

境界条件の任意性 → 古典論での対称性の破れ
(自己共役拡大の任意性)

量子「異常」 → 量子論的対称性の破れ

quantum mechanical symmetry breaking

Jackiw (1990)



(Aの) 自己共役拡大による定義の不定性
様々な境界条件が許される

観点の変化：

古典系（主）：量子系（従） → 量子系（主）：古典系（従）

II. 量子相関と物理量

1. 量子もつれの豊かさ：相関

quantum entanglement

・量子ゲーム理論

古典確率による戦略 → 量子状態（確率振幅）による戦略

$$|\alpha, \beta; \gamma\rangle = J(\gamma)|\alpha\rangle_A|\beta\rangle_B$$

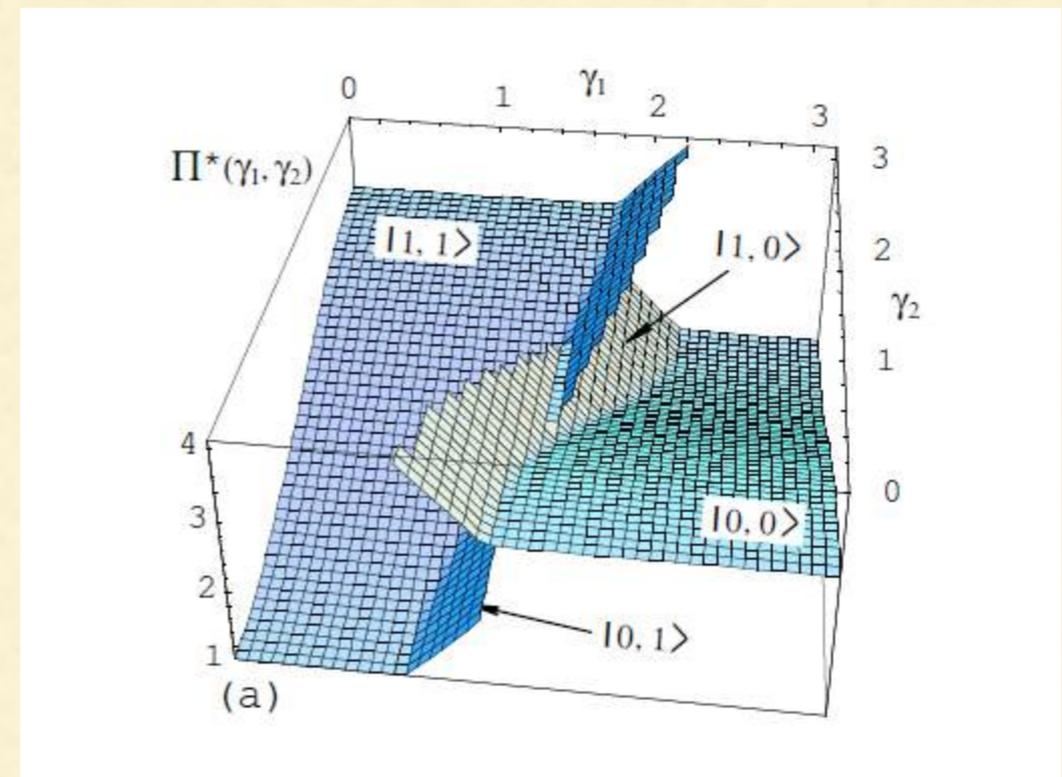
↑
量子もつれ

T. Cheon - I.T.,
Phys. Lett.A (2006)

例：囚人のディレンマ

		Bob	
		黙秘	自白
Alice	黙秘	(3, 3) → (0, 5)	(5, 0) → (1, 1)
	自白		

量子戦略では、相手の戦略との相関により、古典的ディレンマの解消可能性



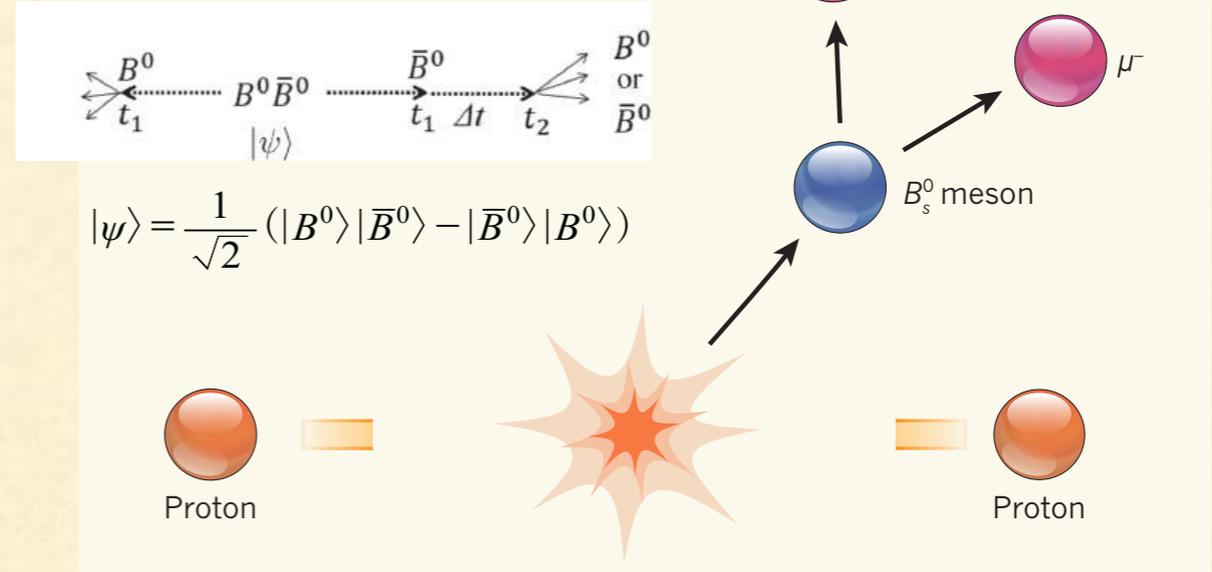
・ 高エネルギー物理でのベル検証

辻川さんのポスター (11日)

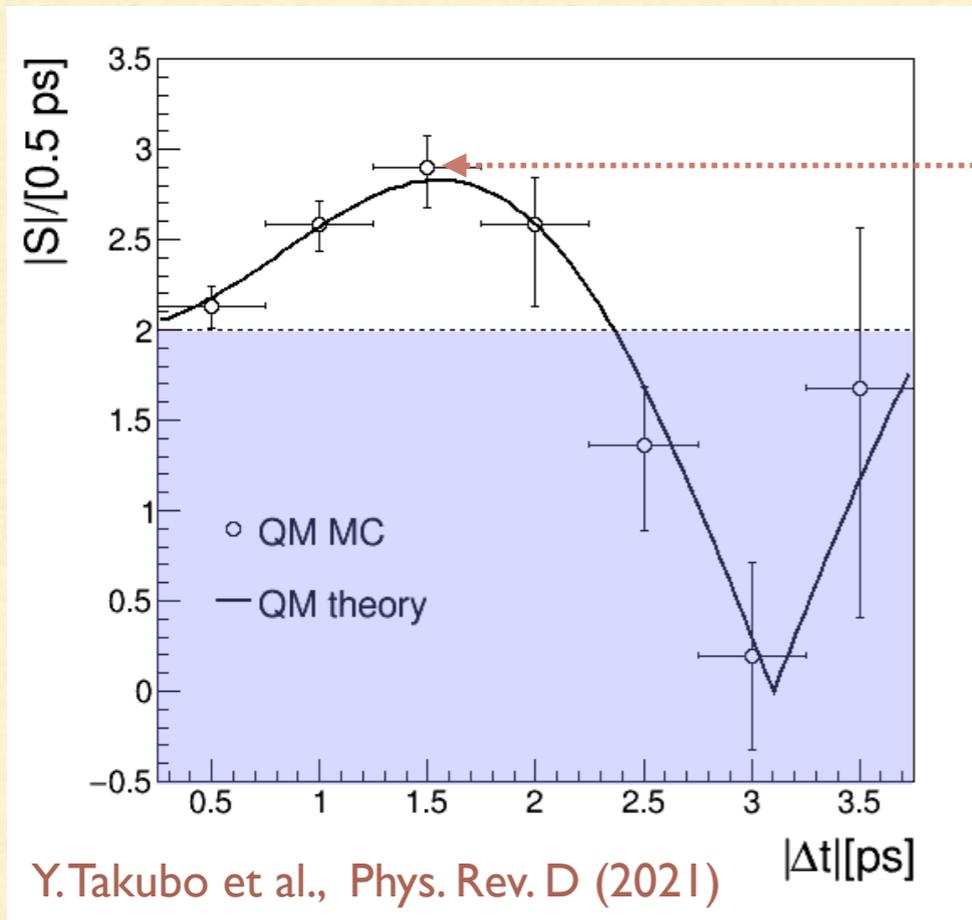
- ・ B中間子の崩壊
ATLAS 実験
(CERN)



B中間子対：フレーバー空間での量子もつれ状態



Bell不等式の相関 (MC シミュレーション)



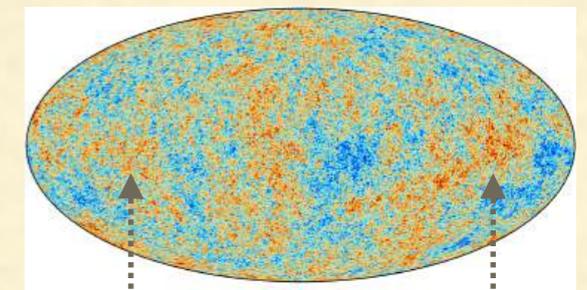
$\Delta t = \pi/4\Delta M \approx 1.55 \text{ ps}$
 $(\Delta M = 3.334 \times 10^{-10} \text{ MeV})$

Bell 不等式の最大の破れ

局所性の抜け穴を塞ぎ、
完全なBellテストへ

LHC Run3で数年以内に結果が
期待される

・ 宇宙背景輻射の揺らぎ



A B

相関？

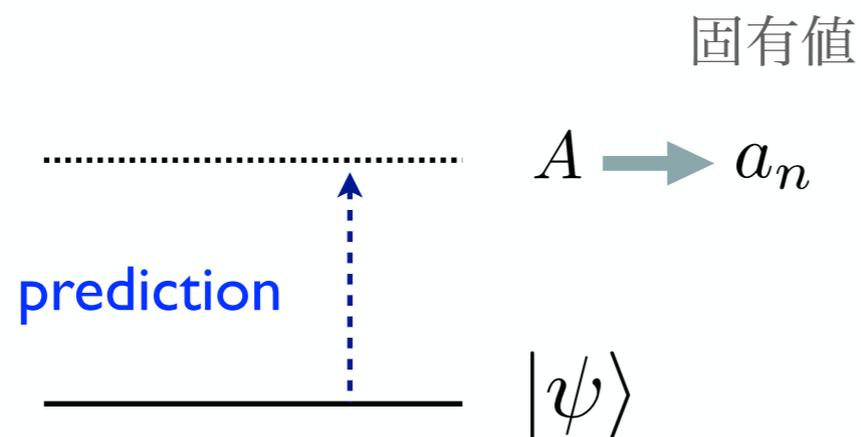
Bell不等式の破れ？

情報因果律の破れ？

2. 量子物理量：弱値

weak value

標準的な形式での量子力学

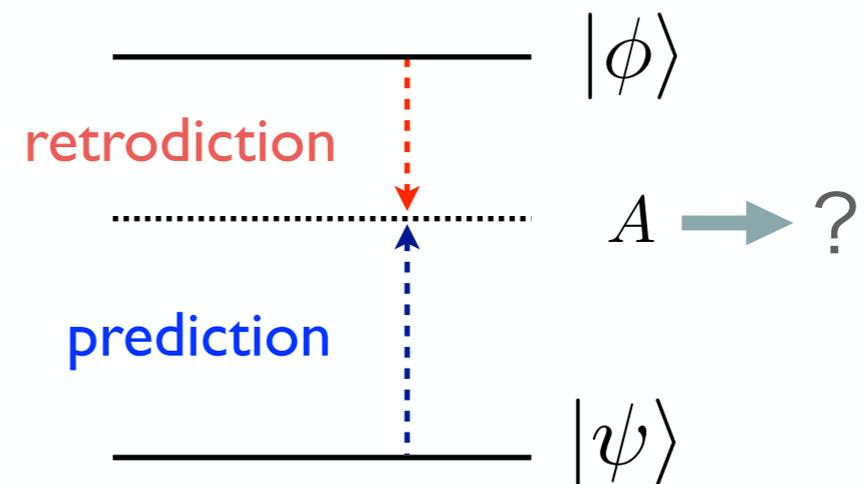


物理量のスペクトル分解 $A |a_n\rangle = a_n |a_n\rangle$

$$A = \sum_n a_n E_n \quad E_n = |a_n\rangle \langle a_n|$$

時間対称形式での量子力学

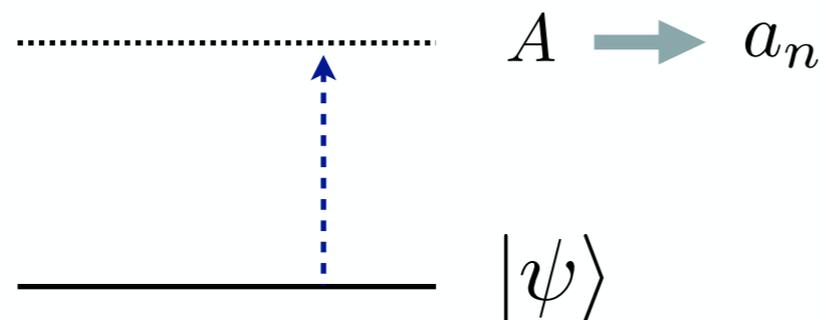
Y. Aharonov, et al. (1964)



状態の指定は、それ以後の時刻だけでなく、それ以前において何が起きるかについても影響を及ぼす ...

標準的な形式での量子力学

強く測定



測定確率

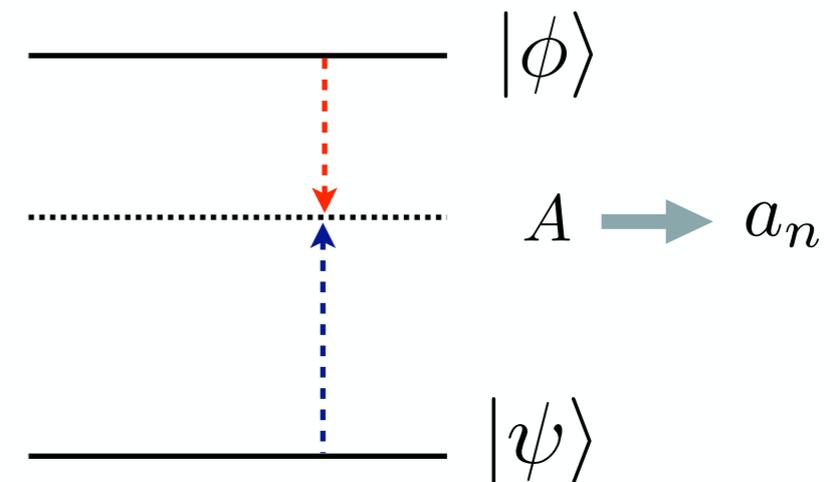
$$p(A = a_n | \psi) = |\langle a_n | \psi \rangle|^2$$

$$= \langle \psi | E_n | \psi \rangle$$

$$E_n = |a_n\rangle\langle a_n| \quad \text{Born rule}$$

時間対称形式での量子力学

強く測定



測定確率

$$p(A = a_n | \psi, \phi) = \frac{|\langle \phi | a_n \rangle|^2 |\langle a_n | \psi \rangle|^2}{\sum_i |\langle \phi | a_i \rangle|^2 |\langle a_i | \psi \rangle|^2}$$

$$= \frac{|\langle \phi | E_n | \psi \rangle|^2}{\sum_i |\langle \phi | E_i | \psi \rangle|^2}$$

$$\text{Aharonov-Bergmann-Lebowitz (ABL) rule}$$

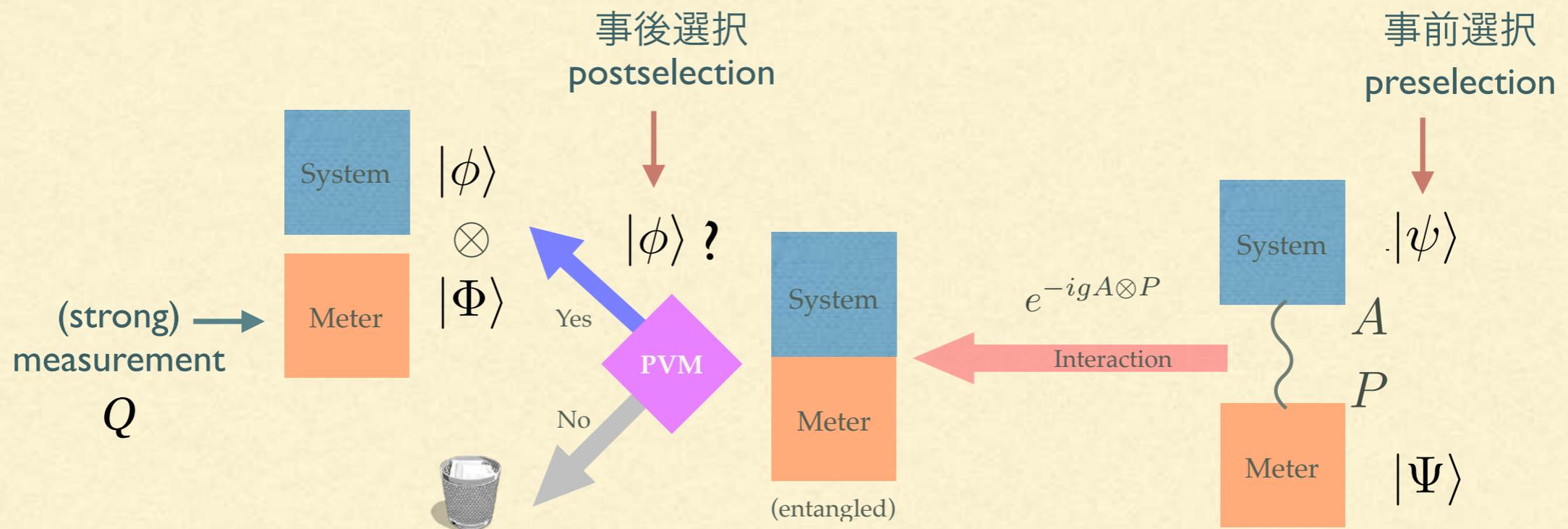
弱値：量子論的物理量

Y.Aharonov, et al. (1988)

$$A_w := \frac{\langle \phi | A | \psi \rangle}{\langle \phi | \psi \rangle}$$

一般に複素数

$$\begin{aligned} |\Phi\rangle &= \langle \phi | e^{-igA \otimes P} | \psi \rangle | \Psi \rangle \simeq \langle \phi | [1 - igA \otimes P] | \psi \rangle | \Psi \rangle \\ &= \langle \phi | \psi \rangle \left[1 - ig \frac{\langle \phi | A | \psi \rangle}{\langle \phi | \psi \rangle} P \right] | \Psi \rangle \\ &= \langle \phi | \psi \rangle [1 - ig A_w P] | \Psi \rangle \simeq \langle \phi | \psi \rangle e^{-ig A_w P} | \Psi \rangle \end{aligned}$$



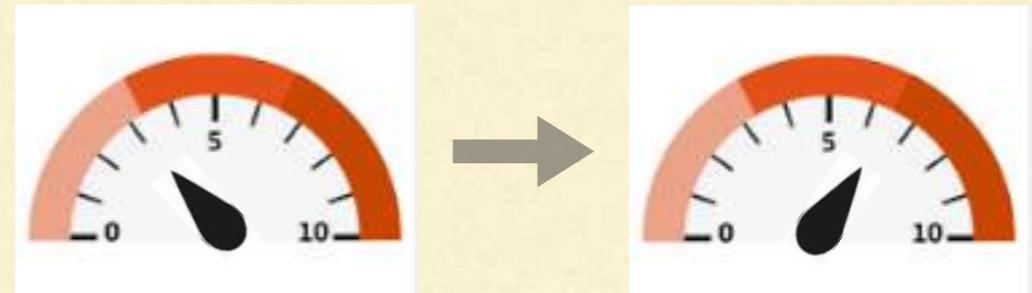
弱値の実部と虚部の間接測定

測定器の針の位置 (期待値)

$$\text{Ex}_X(\Psi) := \langle \Psi | X | \Psi \rangle / \|\Psi\|^2 \quad X = Q, P$$

弱測定の前後での針の位置の変化

$$\Delta_X = \text{Ex}_X(\Phi) - \text{Ex}_X(\Psi)$$



$$\Delta_Q = g [\text{Re}A_w + C(\Psi) \cdot \text{Im}A_w] + \mathcal{O}(g^2)$$

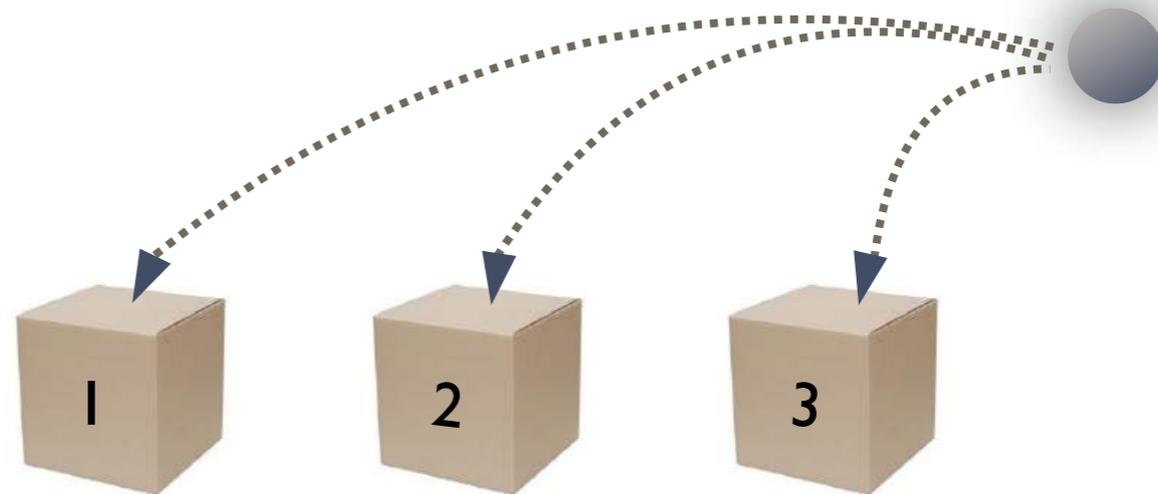
$$\Delta_P = 2g \text{Var}_P(\psi) \cdot \text{Im}A_w + \mathcal{O}(g^2)$$

$$C(\Psi) := \text{Ex}_{\{Q,P\}}(\Psi) - 2\text{Ex}_Q(\Psi) \cdot \text{Ex}_P(\Psi)$$

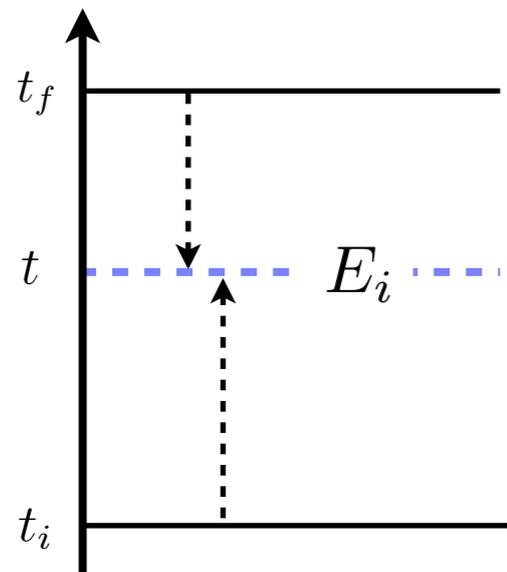
$$\text{Var}_P(\psi) := \text{Ex}_{P^2}(\psi) - (\text{Ex}_P(\psi))^2$$

Three-Box Paradox

Y. Aharonov & L. Vaidman
JPA (2001)



どの箱にも等確率 $1/3$ で球が存在する状況



$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1\rangle + |2\rangle - |3\rangle)$$

$E_i := |i\rangle\langle i|$: 箱 $|i\rangle$ への射影演算子 $i = 1, 2, 3$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle)$$

- 強い (射影) 測定: ABL rule

$$p(E_1 = 1 | \psi, \phi) = \frac{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle + \langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2} = 1$$

$= 0$

$$p(E_2 = 1 | \psi, \phi) = \frac{|\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle + \langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2} = 1$$

$= 0$

$$p(E_3 = 1 | \psi, \phi) = \frac{|\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle + \langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2} = \frac{1}{5}$$

$\neq 0$



prob = 1



prob = 1



prob = 1/5

paradox?

測定の状況を精確に指定すると

probability of getting $A = a_n$ when measured with B, C, \dots

$$\Pr(A = a_n | A, B, C, \dots)$$

a) 各々の箱を個別に開いたとき

$$p(E_1 = 1 | \psi, \phi) =: \Pr(E_1 = 1 | E_1, 1 - E_1) = 1$$

$$p(E_2 = 1 | \psi, \phi) =: \Pr(E_2 = 1 | E_2, 1 - E_2) = 1$$

$$p(E_3 = 1 | \psi, \phi) =: \Pr(E_3 = 1 | E_3, 1 - E_3) = \frac{1}{5}$$

確率の和が1にならない

b) すべての箱を同時に開いたとき

$$\Pr(E_1 = 1 | E_1, E_2, E_3) = \frac{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2} = \frac{1}{3}$$

$$\Pr(E_2 = 1 | E_1, E_2, E_3) = \frac{|\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2} = \frac{1}{3}$$

$$\Pr(E_3 = 1 | E_1, E_2, E_3) = \frac{|\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2}{|\langle \phi | 1 \rangle \langle 1 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 2 \rangle \langle 2 | \psi \rangle|^2 + |\langle \phi | 3 \rangle \langle 3 | \psi \rangle|^2} = \frac{1}{3}$$



prob = 1/3



prob = 1/3



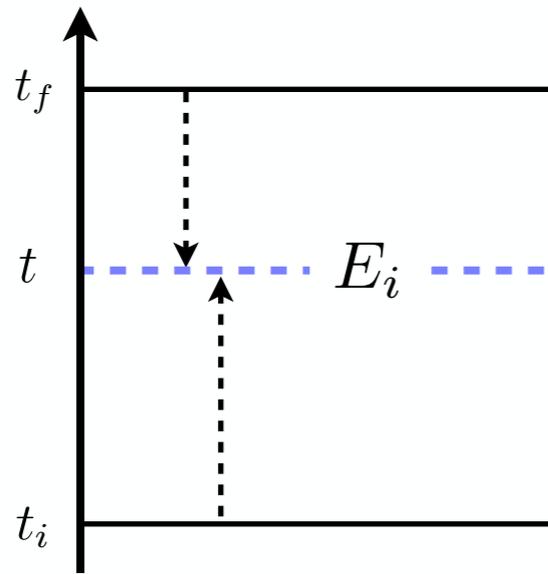
prob = 1/3

確率の和が 1

No paradox

a) , b) の差は状況依存性 (contextuality) ?

• 弱測定では？



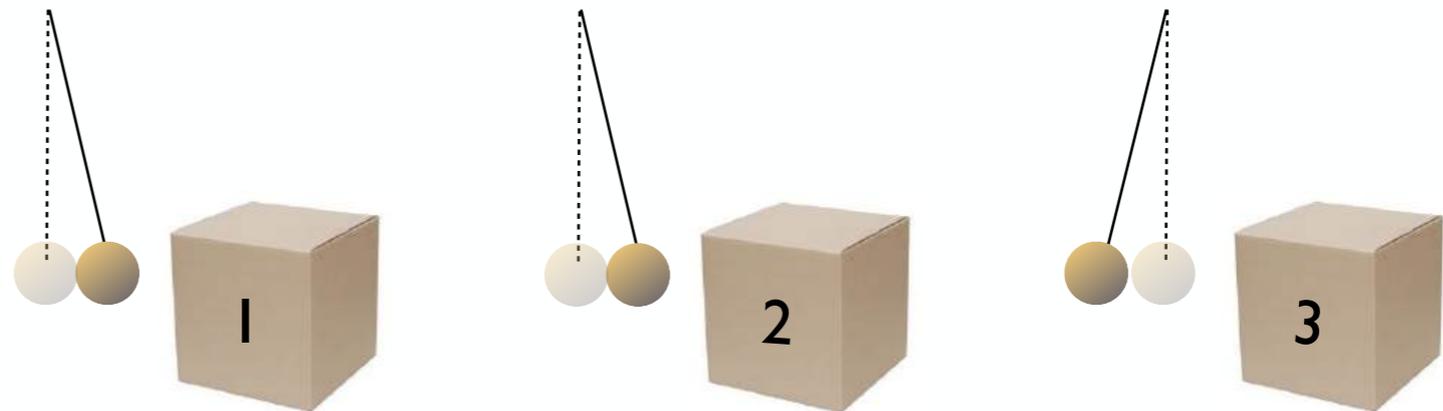
$$|\phi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1\rangle + |2\rangle - |3\rangle)$$

$$(E_i)_w \quad i = 1, 2, 3$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|1\rangle + |2\rangle + |3\rangle)$$

→ $(E_1)_w = 1, \quad (E_2)_w = 1, \quad (E_3)_w = -1$ 確率の和が 1

測定値の物理的意味
Aharonov



弱値の一般的性質

1) 固有状態のとき

$$|\psi\rangle = |a_n\rangle \quad \text{or} \quad |\phi\rangle = |a_n\rangle \quad \longrightarrow$$

$$A_w = \frac{\langle\phi|A|\psi\rangle}{\langle\phi|\psi\rangle} = a_n$$

期待値と
同じ性質

2) 期待値との関係 $\{|\phi_i\rangle; i = 1, 2, \dots\}$ 任意の完全系 $\sum_i |\phi_i\rangle \langle\phi_i| = 1$

$$\sum_i |\langle\psi|\phi_i\rangle|^2 \frac{\langle\phi_i|A|\psi\rangle}{\langle\phi_i|\psi\rangle} = \langle\psi|A|\psi\rangle$$

遷移確率

遷移確率での平均が期待値を与える：
弱値の虚数部分は寄与しない

3) 位相 (大域的ゲージ) 変換不変性

$$|\phi\rangle \rightarrow e^{i\varphi} |\phi\rangle$$

$$|\psi\rangle \rightarrow e^{i\theta} |\psi\rangle$$

$$A_w = \frac{\langle\phi|A|\psi\rangle}{\langle\phi|\psi\rangle} \longrightarrow \frac{\langle\phi|A|\psi\rangle}{\langle\phi|\psi\rangle}$$

期待値と
同じ性質

弱値の応用：精密測定

$$A_w = \frac{\langle \phi | A | \psi \rangle}{\langle \phi | \psi \rangle} \xrightarrow{\langle \phi | \psi \rangle \rightarrow 0} \text{大}$$

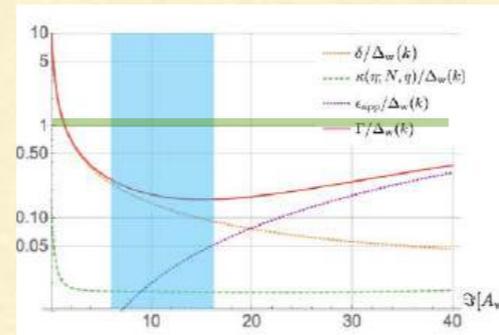
weak value amplification

$$\Delta_Q = g [\text{Re}A_w + C(\Psi) \cdot \text{Im}A_w] + \mathcal{O}(g^2)$$

調整可能 (増幅による拡大)

- 弱測定 of 誤差評価

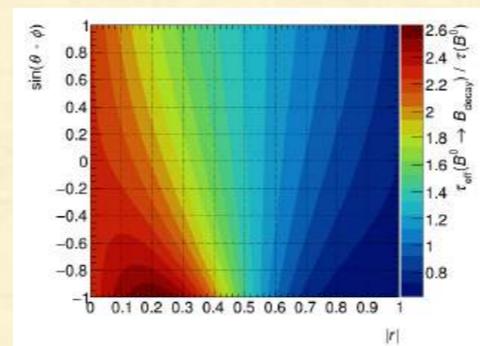
$$\epsilon_{\text{op}}(n) \leq \epsilon_{\text{int}}(n) + \epsilon_{\text{st}}(n) + \epsilon_{\text{mod}} + \epsilon_{\text{app}}$$



Y. Mori, J. Lee and I.T., J. Phys. B (2019)

- CPの破れ測定

Belle II 実験での評価



S. Higashino et al., Phys. Rev. D. (2021)

- 共鳴現象への適用

$$\text{Pr}_{\pm \rightarrow \pm}^{\text{Ramsey}}(\epsilon) \simeq \text{Pr}_{\pm \rightarrow \pm}^{\text{Ramsey}}(0) (1 - \epsilon T \text{Im} \sigma_3^W)$$

感受性としての弱値：中性子EDM測定？

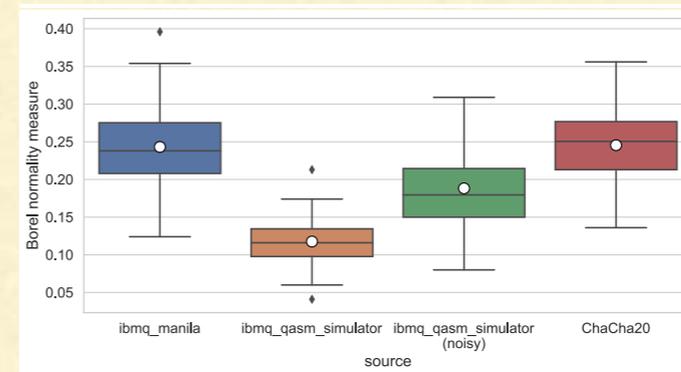
D. Ueda and I.T., Phys. Scr. (2025)

今後の課題（私見）

（方針）今はまだ量子力学の限界が見えていないから、その正しさに信頼して、その咀嚼（理解）法の改善に努めよう

📍 量子の世界を規定する基本的な物理要素

- 物理量：弱値（複素数として）の物理的解釈
- 状態遷移：確率振幅の（一体的な）解釈
- 量子乱数：乱数性の定義の精密化、量子乱数の優位性の確証
- 偶然性vs相関：量子の偶然性と相関の整合性



T. Tsurumaru et al., Phys. Rev.A (2024)



📍 量子力学の基礎概念を用いた物理現象の分析

- (非局所) 量子相関と物理 物性物理、素粒子論、量子重力、高エネルギー物理、宇宙物理、量子情報

古典的自然観
(実数的・局所的自然哲学)



量子的自然観
(複素数的・大域的自然哲学)

歴史的転換？