生成ＡＩによる
S'_4モジュラーフレーバー模型の解析

西村 皐（九州大学), 大塚 啓（九州大学), 内山 晴貴（九州大学）

arXiv:2503.21432 and arXiv:2504.00944

生成ＡＩによる S'_4モジュラーフレーバー模型の解析

西村 皐（九州大学）, 大塚 啓（九州大学）, 内山 晴貴（九州大学）

arXiv:2503.21432 and arXiv:2504.00944

人工知能 (Artificial Intelligence)

- 言語の理解や推論、問題解決など所謂「知的行動」を人間に代わり、コンピューターに行わせる技術の総称。

- 特に、機械自身が学習する枠組みは「機械学習」と呼ばれる。

機械学習（Machine Learning ⊂ AI）

- コンピュータが反復的にデータを学習する中で、
  隠れたルールやパターンを抽出する技術の総称。

教師あり学習

教師なし学習

強化学習

S. Nishimura, C. Miyao, H. Otsuka,
・JHEP12(2023)021（2304.14176 [hep-ph]）
・2409.10023 [hep-ph]

K. Ishiguro, S. Nishimura, H. Otsuka,
・JHEP08(2024)133（2312.07181 [hep-th]）

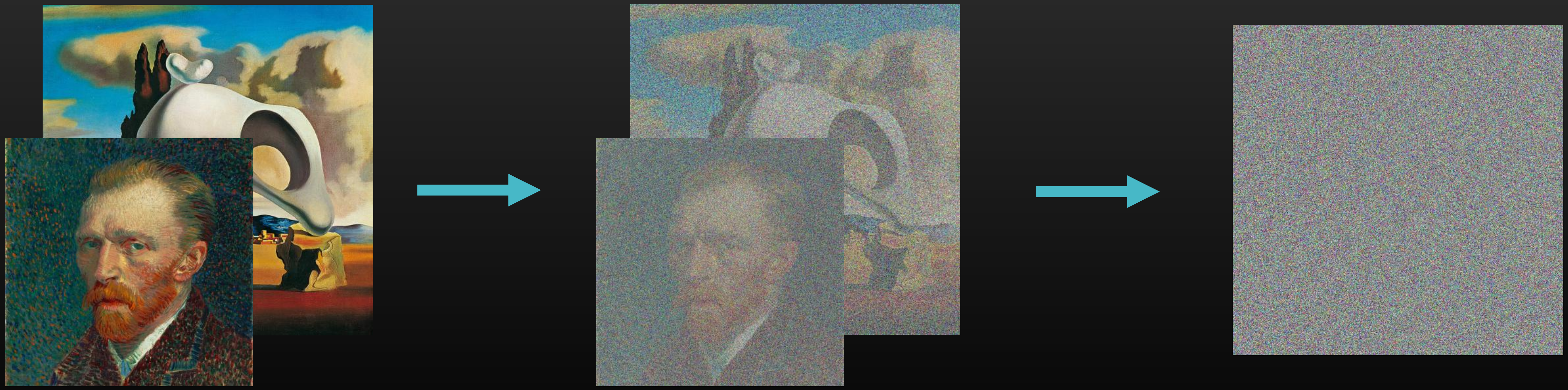
拡散モデル（Diffusion Model：DM）

- 学習に基づいて、新しいデータや情報を生成できる生成ＡＩの一種。画像生成などに応用されている。例）“Stable Diffusion” & “DALL-E in ChatGPT”

- 拡散過程　：データにノイズを付与する
生成過程　：ガウスノイズから適当なノイズを除去する

拡散モデル（DM）

- **拡散過程**　：完全なガウスノイズとなるまで、
  初期画像 G にノイズを加えていく。



拡散モデル（DM）

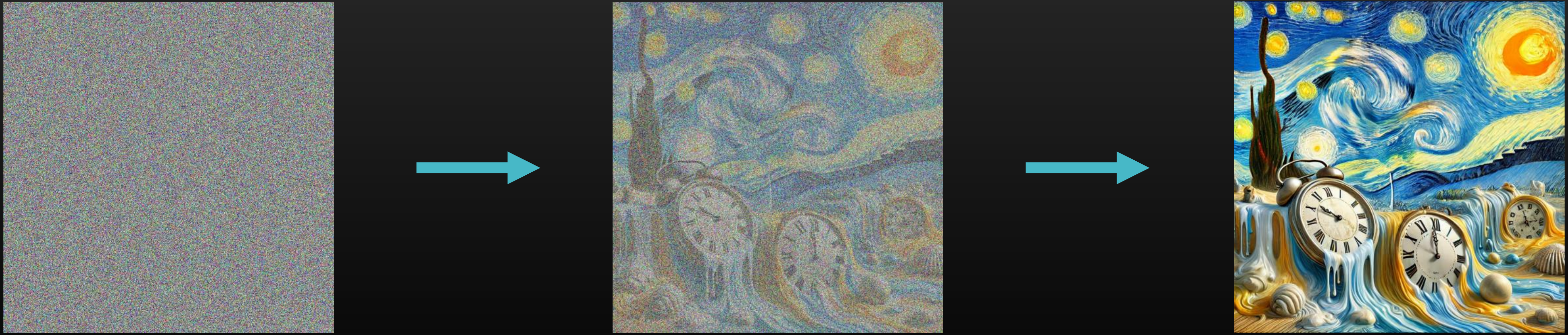
- **生成過程**：ノイズ除去によって画像 G が生成されていく。

例）Make an image with a touch of Salvador Dalí.

拡散モデル（DM）

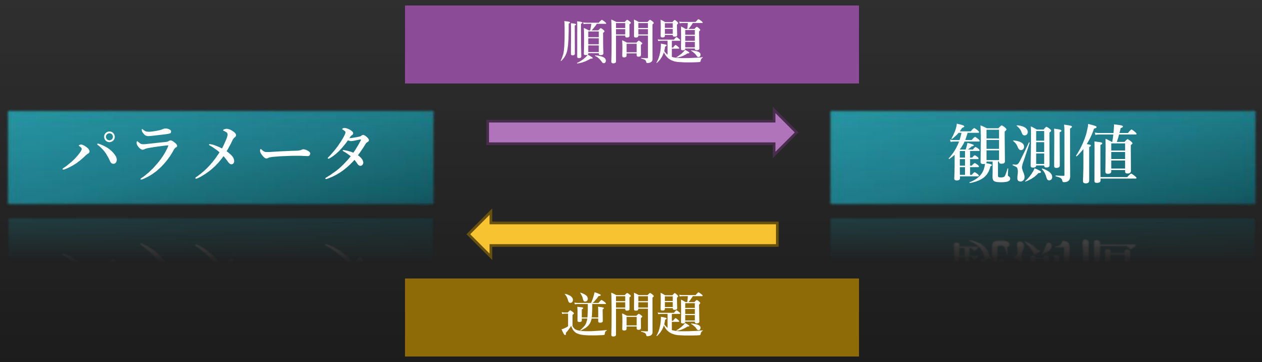
- 条件付き拡散モデル：特定の条件ラベル L に従って画像を生成。

例）Make an image of “The Persistence of Memory” by Salvador Dalí, with a touch of Van Gogh.



要点

- 拡散モデルを、S'_4 モジュラーフレーバー模型の分析に応用した。



- 逆問題的なアプローチによって様々なパラメータ解を発見し、
  S'_4 模型が自発的なＣＰ対称性の破れを導きうることを示した。

標準模型

質量階層性

フレーバー混合の強弱

モジュラーフレーバー模型（1）

- 標準模型の各場がモジュラー対称性に従うとし、
  モジュラー対称性の表現からフレーバー物理に取り組む。
  例）$SL(2,Z)$, $\Gamma_2 \simeq S_3$（3次の対称群）, S'_4（S_4の二重被覆）

- 湯川結合もモジュラーフレーバー対称性の表現となり、
  自由度として残っているパラメータ τ（モジュライ）の値次第で
  質量固有値や混合行列が変化する。

モジュラーフレーバー模型（2）

Y.Abe, T.Higaki, J.Kawamura, T.Kobayashi
Phys.Lett.B 842 (2023) 137977

- S'_4 モジュラーフレーバー模型のSuperpotential

$$W = H_u \left\{ \sum_{a=1}^{2} \alpha_a \left(QY_3^{(k_{ua}+k_Q)} \right)_1 u_a^c + \alpha_3 \left(QY_{\hat{3}}^{(k_{u3}+k_Q)} u_3^c \right)_1 \right\}$$
$$+ H_d \sum_{i=1}^{3} \left\{ \beta_i \left(QY_3^{(k_{di}+k_Q)} d_i^c \right)_1 \right\}$$

- モジュラー変換で $f_i(\gamma\tau) = (c\tau + d)^k \rho_{ij}(\gamma) f_j(\tau)$ と振る舞う特別な関数を、ウェイト k のモジュラー形式という。Y_3^k がウェイト k の 3 表現。α, β は適当な係数。

モジュラーフレーバー模型（3）

- 表現とウェイトが決まると、湯川結合は
  モジュラー形式を用いて以下のように計算される。

$$Y_u = \begin{pmatrix} \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_1 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_1 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_1 \\ \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_3 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_3 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_3 \\ \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_2 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_2 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_2 \end{pmatrix}$$

モジュラーフレーバー模型（4）

	$\boldsymbol{Q}$	$(\boldsymbol{u_1^c}, \boldsymbol{u_2^c}, \boldsymbol{u_3^c})$	$(\boldsymbol{u_1^c}, \boldsymbol{u_2^c}, \boldsymbol{u_3^c})$	$(\boldsymbol{H_u}, \boldsymbol{H_d})$
S'_4	$\mathbf{3}$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \widehat{\mathbf{1}}')$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1}, \mathbf{1})$	$(\mathbf{1}, \mathbf{1})$
Weight	-4	$(0, -4, -3)$	$(0, -2, -4)$	$(0,0)$

$$Y_u = \begin{pmatrix} \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_1 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_1 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_1 \\ \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_3 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_3 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_3 \\ \alpha_1 \left[Y_3^{k_{u1}+k_Q}(\tau)\right]_2 & \alpha_2 \left[Y_3^{k_{u2}+k_Q}(\tau)\right]_2 & \alpha_3 \left[Y_{\hat{3}}^{k_{u3}+k_Q}(\tau)\right]_2 \end{pmatrix}$$

- 実験値を再現するように、９個の定数 α, β や
  モジュライ τ の値を適切に決めなければならない。

モチベーション

- 拡散モデルは「生成ＡＩ」として知られている。
（学習に基づいて、新しいデータや情報を生成できる）

- この性質を上手く活用することで、
  - 現実のフレーバー構造を再現する未知のパラメータを観測値主導で生成 ＝ 逆問題的アプローチ
  - 従来手法のように探索領域に制限を設けずとも、広い範囲のパラメータから様々な候補を自動的に提案。

拡散過程の手順

- 生成対象のフリーパラメータ　$G = \{\tau, \alpha, \beta\}$　（α, βは実数）

  G に対応する物理量ラベル　$L = \left\{\frac{m_u}{m_t}, \frac{m_c}{m_t}, \frac{m_d}{m_b}, \frac{m_s}{m_b}, \left|U_{ij}^{\mathrm{CKM}}\right|, J^q\right\}$

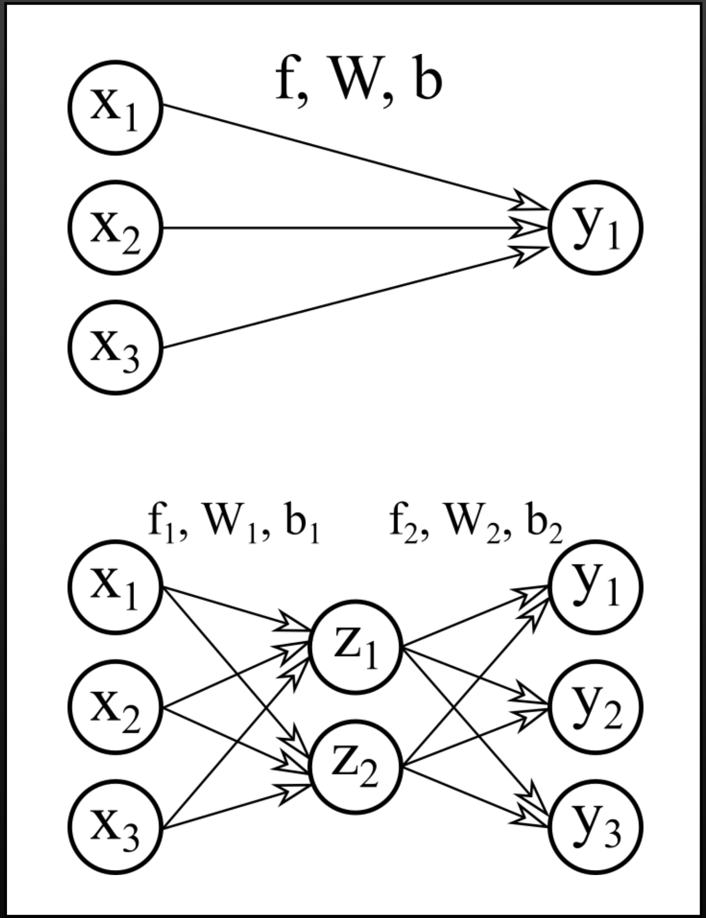
  様々な時刻 $t \in \{1,2,\ldots,T\}$ に対して…

1）ランダムな初期データ G を準備し、対応する L を計算

2）ランダムな摂動 ΔG（ノイズ）を $G_t = \frac{T-t}{T}G + \frac{t}{T}\Delta G$ のように加算

3）G_t & L に基づいて ΔG を予測するようニューラルネットを訓練

ニューラルネットワーク（1）

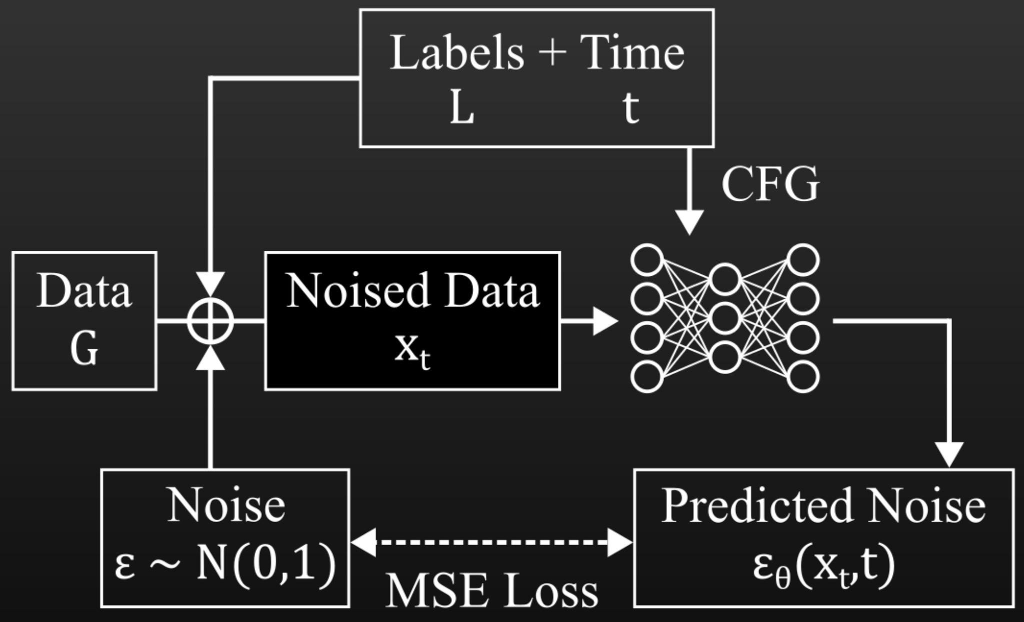


- 生物の脳を模倣した数理モデル
  典型的構成要素：入力層（x）& 出力層（y）

- 入力から出力が計算されていく
  - パラメータ W, b（ウェイト・バイアス）
  - 活性化関数 f

$$y_1 = f(W_1 x_1 + W_2 x_2 + W_3 x_3 + b)$$

ニューラルネットワーク（3）



- 拡散モデルにおいては、

  入力：ノイズデータ＆ラベル情報

  出力：予測ノイズ

- 重み W ＆バイアス b は、
  予測ノイズと、実際の加算ノイズとの
  差が小さくなるように更新されていく。
  この更新作業が「学習」。

生成過程の手順

- 生成対象のパラメータ　$G = \{\tau, \alpha, \beta\}$

実験に基づく物理量ラベル　$L_{\mathrm{exp}} = \left\{\frac{m_u}{m_t}, \frac{m_c}{m_t}, \frac{m_d}{m_b}, \frac{m_s}{m_b}, \left|U_{ij}^{\mathrm{CKM}}\right|, J^q\right\}$

1）ガウス分布に従う完全なノイズデータ G_T を用意

2）予測ノイズ ΔG を $G_t = \frac{T-t}{T} G_{t+1} - \frac{t}{T}\Delta G$ と減算（デノイズ）

3）実際の観測値 L_{exp} に基づく新データ G_0 の生成が完了

計算資源

- 計算には Google Colaboratory でCPUのみ使用（GPU不使用）
- 拡散過程には約 1 時間、
  生成過程で 10^5 個のデータを生成するのも約4.6時間で完了。
- GPUで更なる高速化もできるが、
  拡散モデルは省力的な計算環境でも活用可能。

生成過程の進捗（1）

- 拡散モデルが導いたパラメータから８個の物理量を計算

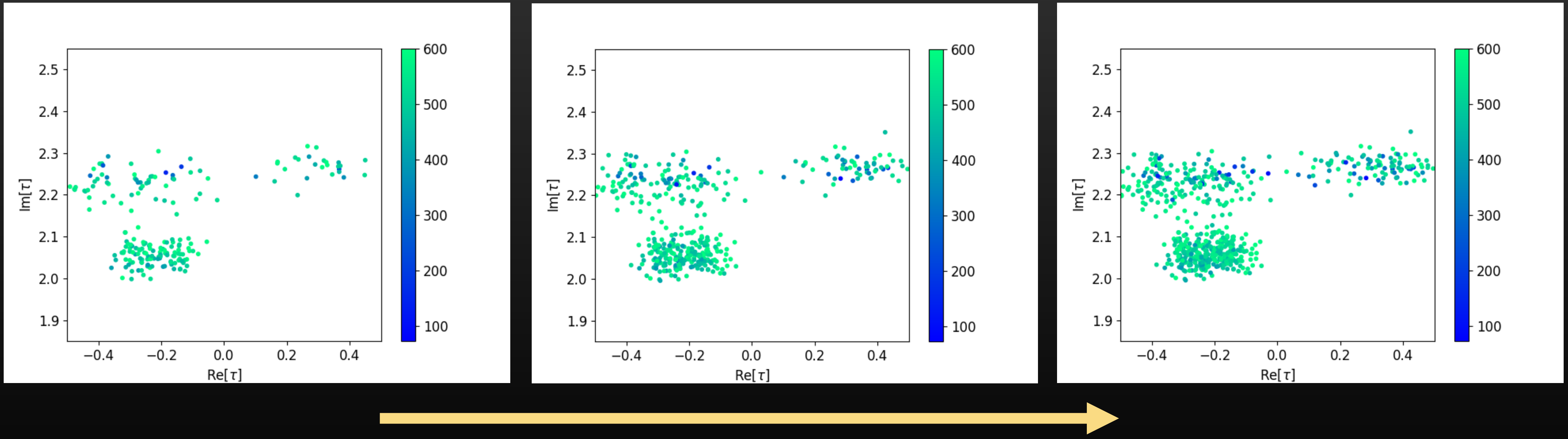
$$\left\{\frac{m_u}{m_t},\frac{m_c}{m_t},\frac{m_d}{m_b},\frac{m_s}{m_b},\theta_{12}^q,\theta_{23}^q,\theta_{13}^q,J^q\right\}$$

- 計算値と実験値（$v_{\mathrm{cal}}, v_{\mathrm{exp}}$）を用いて χ^2 値を定義

$$\chi^2=\sum\chi_i^2=\sum\frac{\left(v_{i,\mathrm{cal}}-v_{i,\mathrm{exp}}\right)^2}{v_{i,\mathrm{error}}^2}$$

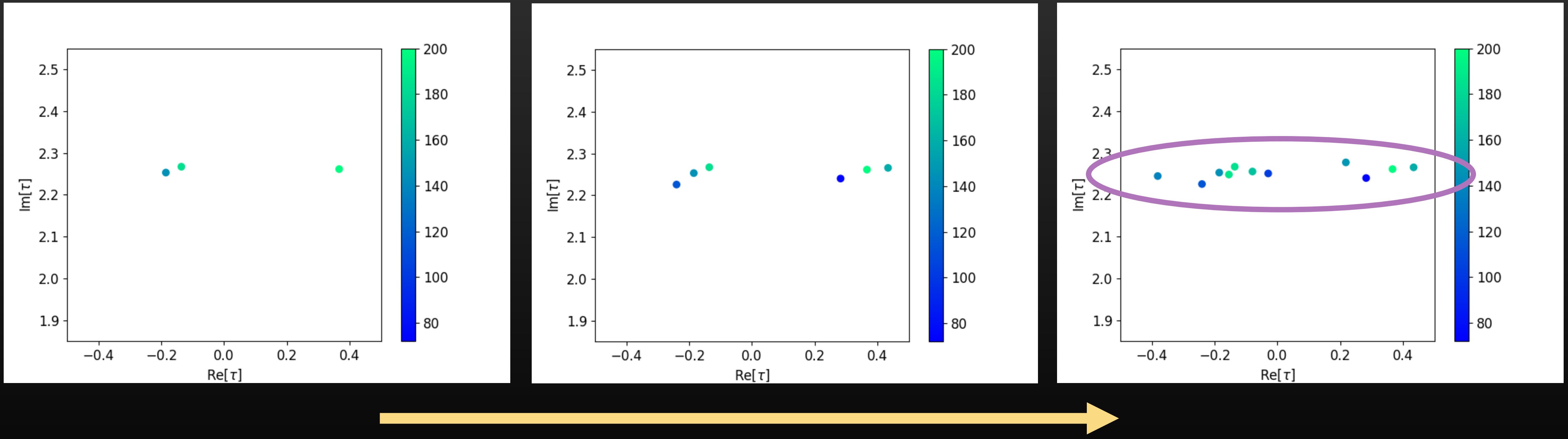
生成過程の進捗（２）

- 高精度に実験値を再現する解におけるモジュライ τ の分布。
  生成データの増加に伴い、色々な候補が次々提案される。



生成過程の進捗（3）

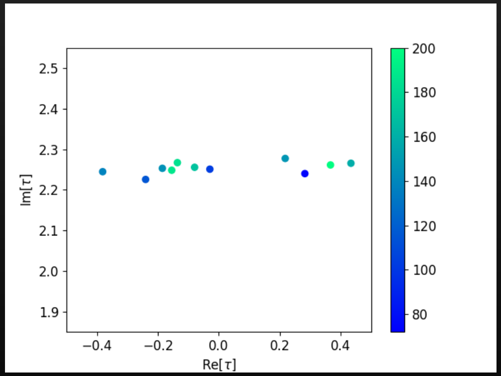
- 高精度に実験値を再現する解におけるモジュライ τ の分布。生成データの増加に伴い、色々な候補が次々提案される。



結果：様々な解の生成（1）

- S'_4 模型のフレーバー構造は $\mathrm{Im}\,\tau$ の値に鋭敏。僅かな値の違いが異なる構造を導くため、適切なパラメータ領域の推定自体が困難。解析的には、大きな $\mathrm{Im}\,\tau$ で容易に再現可能（例：$\mathrm{Im}\,\tau = 2.8$）

- 拡散モデルは探索するパラメータ領域に対して厳しい制限を必要とせず、色々な候補を生成する。比較的小さい $\mathrm{Im}\,\tau \sim 2.2$ で妥当な解を発見できた。



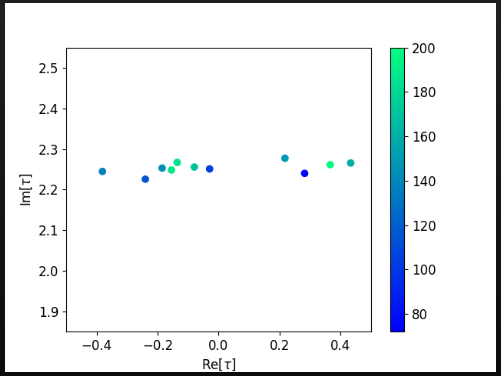
結果：様々な解の生成（２）

- 拡散過程の実行時、学習データは広い定義域で準備される。

$$-\frac{1}{2} \leq \mathrm{Re}\,\tau \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \leq \mathrm{Im}\,\tau \leq 5$$

一方、生成ＡＩは $\mathrm{Im}\,\tau \sim 2.2$ に集中する解を自動的に発見。

- 人間の経験だけからは見当が付きにくい領域でも、拡散モデルは有望な解を探索し、提案してくれる。（人間側で初期値や刻み幅を試行錯誤しなくてよい）



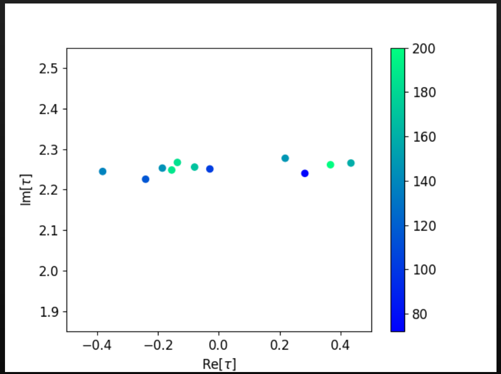
結果：自発的ＣＰ対称性の破れ

- 湯川結合内の係数 α, β が実数である中、$\mathrm{Re}\,\tau$ のみによって Jarlskog 不変量が再現された。＝「自発的ＣＰ対称性の破れ」

$$J_{\mathrm{DM}} \sim 2.49 \times 10^{-5}, \qquad J_{\mathrm{exp}} = 2.87 \times 10^{-5}$$

- 先行研究：ＣＰの破れを再現するためには
  複素係数の導入が必要とされていた。

自発的ＣＰ対称性の破れの導出自体が興味深い。



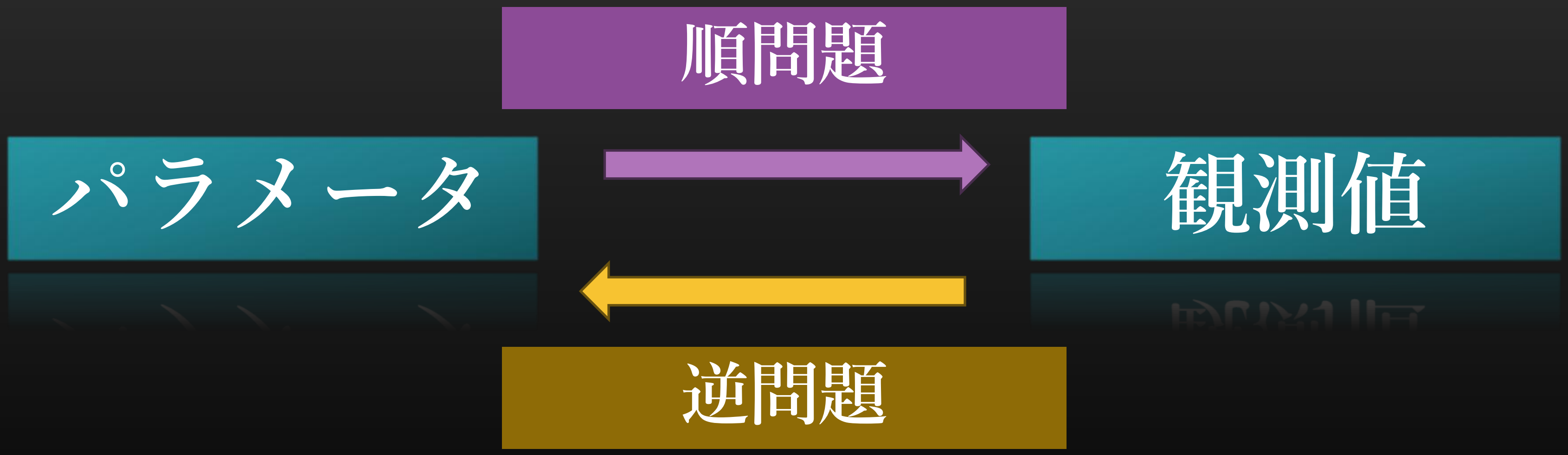
総括：フレーバー物理への拡散モデルの応用

- S'_4 モジュラーフレーバー模型に着目し、
  そのフリーパラメータを拡散モデルによって探索。

- 観測値主導の立場から、クォークセクターのフレーバー構造を
  再現する様々なパラメータを、$\mathrm{Im}\,\tau$ が比較的小さい領域に発見。
  「良い初期値」を探す手間がなく、探索範囲の厳しい制限も不要。
  妥当な解の候補を機械が次々に提案してくれる。

総括：フレーバー物理への拡散モデルの応用

- 湯川結合に含まれる係数が実数であっても、S'_4 模型で自発的ＣＰ対称性の破れを導くパラメータの候補を発見。



展望

- A_4 など異なるモジュラー対称性の下で、自発的ＣＰ対称性の破れは実現するか？一層非自明なパラメータは発見できるか？

- 既に得られている実験値を指定し、所望のフレーバー模型の予言を自動で導き出してくれる枠組みへ。