

曲がった時空における保存則

青木 慎也

理化学研究所 基礎量子科学研究プログラム



京都大学 基礎物理学研究所 重力量子情報研究センター



基研研究会「素粒子物理学の進展2025(PPP2025)」

Sep. 1 - 5, 2025, 京都大学基礎物理学研究所

0. 序論

量子重力

重力と量子論の融合：現代物理学に残された大問題の 1 つ

超弦理論など様々な提案はあるが、満足のいく量子重力理論はできていない。

もしかしたら、我々の（古典）重力や時空の理解が不十分なため、正しい量子化の道筋が分からないのかもしれない。この講演では、（一般相対性理論を含む）曲がった時空における以下の疑問について考察し、重力や時空についての理解を深め、量子重力の構築へのヒントにしたい。

曲がった時空での保存則？

一般相対論でエネルギーは保存するのか？（曲がった時空におけるエネルギーとは何か？）

時空（重力場）は”エネルギー”を持っているのか？

曲がった時空で（エネルギー以外の）保存量はあるか？

講演の内容

I. 曲がった時空におけるエネルギー非保存

1. 我々はなぜエネルギーが保存すると考えているのか？
2. 一般相対性理論におけるエネルギー非保存の例：膨張宇宙

II. 時空（重力場）は”エネルギー”を運ぶのか？

1. 時空（重力場）のエネルギー？
2. ネーターの第2定理
3. 一般相対性理論におけるネーターの定理

I章とII章の簡単なまとめ

III. (一般相対性理論を含む)曲がった時空における保存量の構築

1. 新しい（普遍的な）保存量の提案と考察

IV. まとめ

References

- S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, “Conserved charge in general relativity”, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021) 2150098.
- S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, “Charge conservation, Entropy Current, and Gravitation”, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021)2150201.
- S. Aoki and T. Onogi, “Conserved non-Noether charge in general relativity: Physical definition vs. Noether’s 2nd theorem”, Int. J. Mod. Phys. A36 (2022) 2250129.
- S. Aoki, “Noether’s 1st theorem with local symmetry”, PTEP 2023(2023)1,013B03.
- S. Aoki, “Colliding gravitational waves and singularities”, IJMPA38 (2023) 21, 2350120.
- S. Aoki and K. Kawana, “Entropy and its conservation in expanding Universe”, Int. J. Mod. Phys. A38 (2023) 2350072.
- S. Aoki, T. Onogi and T. Yamaoka, “Energies and a gravitational charge for massive particles in general relativity”, Int. J. Mod. Phys. A39 (2024) 2450049.
- S. Aoki, Y. Hidaka, K. Kawana and K. Shimada, “Geometric conservation in curved spacetime and entropy”, Eur. Phys. J. C85(2025)4, 419.

I. 曲がった時空におけるエネルギーの非保存

I-1. なぜ我々はエネルギーが保存しているのか？

エネルギーが保存することは「自明」（公理）ではない。

エネルギーは時間並進の生成子として定義される。したがって系（物理法則）が時間並進に対して不変であるなら、ネーターの定理によりエネルギーは保存する。

もし、曲がった時空が時間依存性を持てば、時間並進不変性が無いので、エネルギーは保存しなくても良い。

曲がった時空でのエネルギー運動量テンソル（テンソル）の保存則は

$$\nabla_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) = \partial_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) + \underbrace{\Gamma^{\mu}_{\mu\alpha}(\sqrt{-g}T^{\alpha}_{\nu}) - \Gamma^{\alpha}_{\mu\nu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\alpha})}_{=0} = 0$$

となるが、保存量を定義するのに必要なのは $\partial_{\mu}(\sqrt{-g}T^{\mu}_{\nu}) = 0$

第2項と第3項が保存するエネルギーの定義に対する障害（詳細は後で。）

（保存するかしないかは別として）曲がった時空におけるエネルギーの定義

$$E(x^0) := \int_{\Sigma_{x^0}} d\Sigma_{\mu} T^{\mu}_{\nu} \xi^{\nu} = - \int_{x^0=\text{const.}} d^{d-1}x \sqrt{-g} T^0_0$$

$$\xi^{\mu} := -\delta^{\mu}_0 \quad \text{時間並進を生成するベクトル}$$

エネルギー=時間並進に対応する「電荷」

I-2. 一般相対性理論におけるエネルギー非保存の例：膨張宇宙

フリードマン・ルメートル・ロバートソン・ウォーカー(FLRW)計量

$$ds^2 = -(dx^0)^2 + a^2(x^0)\tilde{g}_{ij}dx^i dx^j$$

(閉じた) 空間: 3次元球面 $\tilde{g}_{ij}dx^i dx^j = d\psi^2 + \sin^2 \psi(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2)$

エネルギー運動量テンソル (完全流体)

$$T^0_0 = -\rho(x^0), \quad T^i_j = P(x^0)\delta^i_j \quad \rho : \text{エネルギー密度} \quad P : \text{圧力}$$

共変的保存則

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = \partial_\mu T^\mu_\nu + \Gamma^\mu_{\mu\alpha} T^\alpha_\nu - \Gamma^\alpha_{\mu\nu} T^\mu_\alpha = 0 \quad \Gamma^i_{0j} = \frac{\dot{a}}{a}\delta^i_j \quad \dot{a}(x^0) := \frac{da(x^0)}{dx^0}$$

$$\nu = 0 \text{ と取ると} \quad \longrightarrow \quad \dot{\rho}(x^0) + 3(\rho(x^0) + P(x^0)) \frac{\dot{a}(x^0)}{a(x^0)} = 0$$

エネルギーの定義 $E(x^0) := - \int d^3x \sqrt{-g} T^0_0$ $\sqrt{-g} = a^3(x^0) \sqrt{\tilde{g}}$

全エネルギー $E(x^0) = \int d^3x \sqrt{\tilde{g}} a^3(x^0) \rho(x^0) = V_3 a^3(x^0) \rho(x^0)$

$$V_3 := \int d^3x \sqrt{\tilde{g}} = 2\pi^2 \quad \text{空間体積}$$

時間微分

$$\dot{E}(x^0) = V_3 a^3(x^0) \left(\dot{\rho}(x^0) + 3 \frac{\dot{a}(x^0)}{a(x^0)} \rho(x^0) \right) = -3V_3 a^2(x^0) \dot{a}(x^0) P(x^0) \neq 0$$

$$\dot{\rho}(x^0) + 3 (\rho(x^0) + P(x^0)) \frac{\dot{a}(x^0)}{a(x^0)} = 0$$

もし $P \neq 0$ ならエネルギーは保存しない！

圧力 $P > 0$ に逆らって宇宙が膨張 ($\dot{a} > 0$) するとエネルギーが減る。逆に宇宙が縮小するとエネルギーは増える。

物質は「宇宙ピストン」に対して正の（負の）「仕事」をして、そのために（内部）エネルギーが減少（増大）している。

II. 時空（重力場）は”エネルギー”を運ぶのか？

ネーターの第2定理と一般相対性理論

S. Aoki and T. Onogi, Int. J. Mod. Phys. A36 (2022) 2250129.

ネーターの第2定理に関しては以下の教科書が詳しい。

内山龍雄「一般相対性理論」（物理学選書15、裳華房）

II-1. 時空（重力場）のエネルギー？

（時間に依存する電磁場の時のように）多くの人は時間に依存する重力場にエネルギーを持たせることでエネルギー保存則を満たせると考えるだろう。

実際、（大域的な）時間並進は一般相対性理論の（局所的な）一般座標変換に含まれるので、ネーターの（第1）定理から保存するエネルギーが作れそうである。

しかしながら、（あまり知られていない）ネーターの第2定理のため、一般相対性理論では共変的にエネルギーを定義するのは困難である。

一般相対性理論の教科書で使われているエネルギーの定義

擬テンソル

伝統的な定義: 共変性を諦める

Einstein

$t^\mu{}_\nu$ 擬テンソル (共変なテンソルでない)を加えて保存則を満たす。重力場のエネルギー?

$$\partial_\mu [\sqrt{-g}(T^\mu{}_\nu + t^\mu{}_\nu)] = 0 \quad \longrightarrow \quad E = \int dV (T^0{}_0 + t^0{}_0)$$

準局所エネルギー

現代的: 「局所的な」エネルギー密度という考えを諦める

Komar, Bondi, Arnowitt-Deser-Misner, Gibbons-Hawking

$$E = \int dV (\text{local energy}) \quad \longrightarrow \quad E = \int_{r \rightarrow \infty} dS (\text{quasi-local energy})$$

局所的なエネルギー密度は考えない

II-2. ネーターの第2定理

ネーターの第1定理の復習

$$\text{作用 } S = \int d^d x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$$

運動方程式 (EOM)

$$0 = \delta S = \int d^d x \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \delta \phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\mu \delta \phi \right] = \int d^d x \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} - \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \right] \delta \phi + \text{surface terms}$$

$$\longrightarrow \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} - \partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} = 0 \quad \text{EOM}$$

大域的対称性 $\theta_0 \delta_G \phi(x)$ θ_0 : 定数パラメタ

$$0 = \theta_0 \int d^d x \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \phi} \delta_G \phi + \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \partial_\mu \delta_G \phi \right] = \theta_0 \int d^d x \partial_\mu \left[\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \delta_G \phi \right]$$

EOMを使った

$$\longrightarrow \partial_\mu N^\mu = 0 \quad N^\mu := \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \partial_\mu \phi} \delta_G \phi \quad \text{ネーター・カレント}$$

ネーター・カレントの保存には EOM を使う必要がある。(従って力学的な保存則)

ネーターの第2定理

局所 (ゲージ) 対称性 $\delta_L \phi = F(\phi, \partial_\mu) \theta(x)$ $\theta(x)$: 局所パラメタ

対称性を使うと運動方程式を使わずに以下の構造が示せる。(導出は省略)

$$0 = \underbrace{\int_M d^d x X(x) \theta(x)}_{\text{微分なし}} + \underbrace{\int_M d^d x \partial_\mu [G^\mu(\phi, \partial) \theta(x)]}_{\text{全微分} \rightarrow \text{表面項}} \quad M \text{ は任意の領域}$$

1. 局所性を使って M の境界 ∂M 上で $\theta(x) = 0$ を満たす任意の $\theta(x)$ を考える。 $\longrightarrow X(x) = 0$

$$\longrightarrow 0 = \int_M d^d x \partial_\mu [G^\mu(\phi, \partial) \theta(x)]$$

2. 次に M の境界 ∂M 上で $\theta(x) \neq 0$ となる任意の $\theta(x)$ を考える。

$$\longrightarrow \partial_\mu J^\mu = 0. \quad J^\mu(x) := G^\mu(\phi, \partial) \theta(x)$$

この保存則は運動方程式とは無関係にいつでも成り立つ。従って、力学的な保存則ではなく、束縛条件にである。

この”保存則”は系の力学的性質 (運動方程式) を反映していない。

この問題は非可換ゲージ理論にも適用される。(保存するカラー電荷とは?)

II-3. 一般相対性理論におけるネーターの第2定理

一般相対性理論 $\theta(x) \longrightarrow \xi^\mu(x)$ 局所的な並行移動

アインシュタイン作用 $\longrightarrow J^\mu[\xi] = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{-g} \nabla_\nu \left[\nabla^{[\mu} \xi^{\nu]} \right] = A^\mu{}_\nu \xi^\nu + B^\mu{}_\nu{}^\alpha \xi^\nu{}_{,\alpha} + C^\mu{}_\nu{}^{\alpha\beta} \xi^\nu{}_{,\alpha\beta}$

この展開は共変でない

$$\partial_\mu J^\mu[\xi] = 0 \quad \longrightarrow \quad \partial_\mu A^\mu{}_\nu = 0 \quad \text{保存}$$

ξ^ν は任意なので

$$A^\mu{}_\nu + \partial_\alpha B^\alpha{}_\nu{}^\mu = 0$$

$$B^\mu{}_\nu{}^\alpha + B^\alpha{}_\nu{}^\mu + 2\partial_\beta C^\beta{}_\nu{}^{\mu\alpha} = 0$$

$$C^\mu{}_\nu{}^{\alpha\beta} + C^\beta{}_\nu{}^{\mu\alpha} + C^\alpha{}_\nu{}^{\beta\mu} = 0$$



$$A^\mu{}_\nu = -\partial_\alpha \tilde{B}^\alpha{}_\nu{}^\mu, \quad \tilde{B}^\alpha{}_\nu{}^\mu := \frac{1}{2} B^{[\alpha}{}_\nu{}^{\mu]} - \frac{1}{3} \partial_\beta C^{[\alpha}{}_\nu{}^{\mu]\beta} \quad \text{反対称な量の全微分で書ける}$$

これらの式は運動方程式を使わずに任意の $g_{\mu\nu}$ で成り立つ。

擬テンソルも准局所エネルギーもこの保存カレントから作られている。

擬テンソル

保存する A^μ_0 (共変でない) に対して、一部、運動方程式を使う。

$$R^{\mu\nu} = \frac{1}{2}g^{\mu\nu}(R - 2\Lambda) + 2\kappa T^{\mu\nu}$$

$$\longrightarrow J^\mu = A^\mu_0 = \sqrt{-g}(T^\mu_0 + t^\mu_0)$$

アインシュタインの擬テンソル $t^\mu_\nu := \frac{1}{2\kappa} \left[R^\mu_\nu + \frac{\delta^\mu_\nu}{2}(R - 2\Lambda) + g^{\mu\alpha}\Gamma_{\beta\nu,\alpha}^\beta - g^{\alpha\beta}\Gamma_{\alpha\beta,\nu}^\mu \right]$

アインシュタインは擬テンソルを重力場のEMTと解釈した
テンソルでないので、座標変換で局所的にゼロに出来る

全エネルギー

$$E_{\text{pseudo}} = - \int_{\Sigma} [d^{d-1}x]_0 \sqrt{-g} (T^0_0 + t^0_0) = \int_{\partial\Sigma} [d^{d-2}x]_{0k} \tilde{B}^k_{0}{}^0$$

準局所エネルギーのように書ける

$$A^\mu_\nu = -\partial_\alpha \tilde{B}^\alpha_{\nu}{}^\mu$$

注：適当に全微分項を加えて表式を変えることが出来るので、文献によって擬テンソルの具体形が異なる。

準局所エネルギー

ξ^μ を含むことでoff-shell (運動方程式を使わない) だが共変な保存カレント密度が定義できる。

$$J^\mu[\xi] = \frac{1}{2\kappa} \sqrt{-g} \nabla_\nu \left[\nabla^{[\mu} \xi^{\nu]} \right] \quad \partial_\mu J^\mu[\xi] = 0$$

準局所保存量(これはエネルギーか?)

$$Q_{\text{quasi}}[\xi] = \int_\Sigma [d^{d-1}x]_\mu J^\mu[\xi] = \frac{1}{2\kappa} \int_{\partial\Sigma} [d^{d-2}x]_{\mu\nu} \sqrt{-g} \nabla^{[\mu} \xi^{\nu]} \quad \text{準局所表示}$$

ξ^μ に取り方によって無限にたくさんの保存量が定義できる。

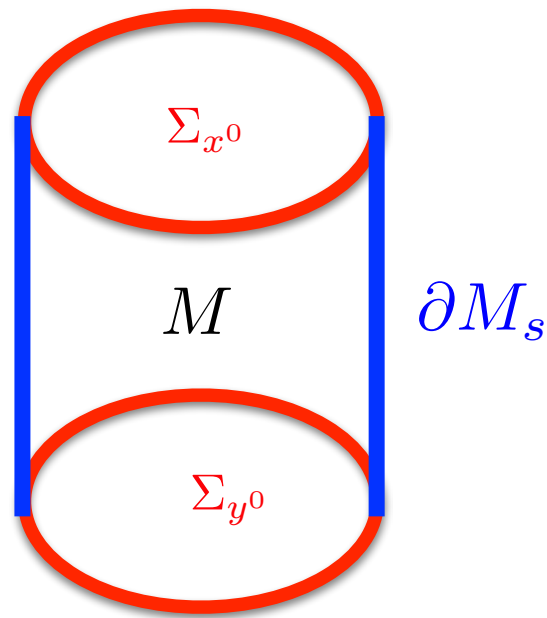
Komar エネルギー, Bondi エネルギー, ADM 質量, Wald エントロピー, 漸近電荷, etc.

第2定理からエネルギーを定義することの問題点

1. 束縛条件なので力学的な保存量ではない。
2. 保存量が”エネルギー”であるかが分からない。

「保存するからエネルギーである」とは言えない。

3. カレントの保存が束縛条件なので、”保存量”（ゼロ成分の空間積分）が必ずしも保存しない。



保存則が物理的ではないので境界項が消えるとは限らない。

$$\int_{\partial M_s} d\Sigma_\mu J^\mu = 0?$$

4. 一般座標変換不変な項ごとに保存する量が定義される。（保存量間のやり取りが無い）
5. 全微分項を足して定義を変えることができるので ξ^μ の任意性ととも、さまざまな保存量が定義できてしまう。

どれが正しい”エネルギー”の定義なのか？

第1定理から得られる保存量をエネルギーとしてはどうか？

第2定理は無視して、一般相対性理論の持つ大域的な時間並進不変性に対する第1定理の保存量をエネルギーとすれば良いのでは？

ところが、簡単なモデルで調べてみると以下の結果を得る。

$$\begin{array}{ccc} & \text{EOM} & E_\phi = 0 \\ & \downarrow & \\ \text{第1定理のネーター・カレント} & N^\mu[\theta] = K^\mu[\theta] - E_\phi F_1^\mu \theta \simeq K^\mu[\theta] & \\ & \uparrow & \\ & \text{第2定理のネーター・カレント} & \end{array}$$

運動方程式を使うと第2定理のカレントと第1定理のカレントは一致してしまう。

したがって、第2定理に関する多くの問題点が残る。

I章とII章のまとめに代えて: 連星のエネルギー損失

2つの異なったしかし等価な見方

標準的な見方 (エネルギーは保存する)

連星は放出する重力波がエネルギーを持ち去るのでエネルギーがどんどん減っていき、その周期がどんどん短くなる。

本講演での見方 (エネルギーは保存しない)

一般相対論のアインシュタイン方程式によると、連星の周期はどんどん短くなる、と同時に重力波を放出する。しかし、一般にエネルギーは保存しなくて良いので重力波にエネルギーを割り当てる必要は無い。

物質のエネルギー $E(x^0) = \int_{\Sigma(x^0)} d\Sigma_\mu T^\mu{}_\nu \xi^\nu$ 共変、エネルギー分布は局所的

ここで $\xi^\mu = -\delta_0^\mu$ は大局的な時間並進の生成ベクトル

次なる疑問 : 一般相対論で真空から星やBHを作れるか (あるいはその逆) ?

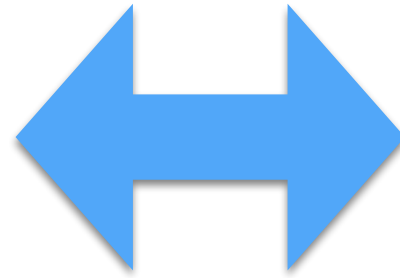
真空

$$T_{\mu\nu} = 0, \quad G_{\mu\nu} = 0$$

$$R_{\mu\nu\alpha\beta} \neq 0,$$

特異点無し

?



物質

$$T_{\mu\nu} \neq 0,$$

特異点含む

星やブラックホール

アインシュタイン方程式

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = 2\kappa T_{\mu\nu}$$

保存則

$$\nabla_\mu T^\mu_\nu = 0,$$

次の章でこのようなことは起こらない (であろう) ことを議論する。

一般相対性理論における (普遍的な) 保存量

III. (一般相対性理論を含む) 曲がった時空での保存量の構築

S. Aoki, T. Onogi and S. Yokoyama, Int. J. Mod. Phys. A36 (2021)2150201.
S. Aoki, Y. Hidaka, K. Kawana and K. Shimada, Eur. Phys. J. C85(2025)4, 419.

III-1. 新しい（普遍的な）保存量の提案と考察

1-1. エネルギー運動量テンソルの展開

以下の形のエネルギー運動量テンソルを考える。

$$T_{\mu\nu} = \varepsilon u_\mu u_\nu + P_{\mu\nu}, \quad P_{\mu\nu} u^\nu = u^\mu P_{\mu\nu} = 0$$

ε : エネルギー密度 u^μ : 時間的な単位ベクトル $P_{\mu\nu}$: 圧力テンソル

$$g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = -1$$

Hawking-Ellis タイプ I と分類されるこのEMTは 3 + 1 次元では古典的な物質に対応する。

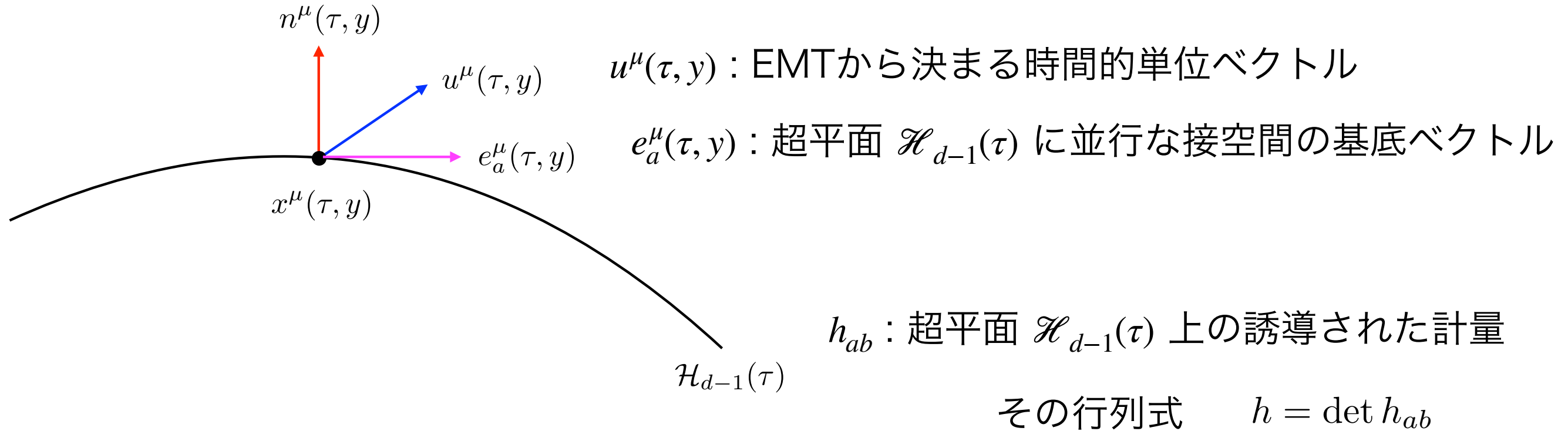
Hawking&Ellis 1973, Martin-Moruno&Visser 2018

運動方程式の結果 $\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0$ が満たされているとする。（力学的な保存則）

時間的な単位ベクトル u^μ が与えられると以下の量が計算できる。

1-2. (準備) $K := \nabla_\mu u^\mu$ の計算

$n^\mu(\tau, y)$: 超平面 $\mathcal{H}_{d-1}(\tau)$ に垂直な時間的な単位ベクトル



これらを使うと以下が示せる。

$$K := \nabla_\mu u^\mu = \partial_\tau \ln[(-n \cdot u)\sqrt{h}]$$

計算は省略。詳細は論文を参照。

時間的ベクトル $u^\mu(x)$ を用いてEMTから次のように保存カレントを構成する。

$$J^\mu(x) := T^\mu{}_\nu(x) \zeta(x) u^\nu(x) = -\varepsilon(x) \zeta(x) u^\mu(x) \\ := \zeta^\nu(x)$$

u^μ がEMTから決まるので、この定義は座標系によらない。

未知関数 $\zeta(x)$ はカレントが保存する条件 $\nabla_\mu J^\mu = 0$ から以下のように決める。

$$K = \nabla_\mu u^\mu$$

$$\nabla_\mu J^\mu(x) = -u^\mu \partial_\mu (\zeta \varepsilon) - \zeta \varepsilon K = -\frac{d}{d\tau} (\zeta \varepsilon) - \zeta \varepsilon K = 0 \quad \frac{dx^\mu}{d\tau} \frac{\partial}{\partial x_\mu} = \frac{d}{d\tau}$$



$$\zeta(\tau, y) \varepsilon(\tau, y) = \zeta(0, y) \varepsilon(0, y) \exp \left[- \int_0^\tau d\eta K(\eta, y) \right] = \zeta(0, y) \varepsilon(0, y) \frac{(n \cdot u) \sqrt{h}(0, y)}{(n \cdot u) \sqrt{h}(\tau, y)} \\ \uparrow \\ K := \nabla_\mu u^\mu = \partial_\tau \ln [(-n \cdot u) \sqrt{h}]$$

従って、保存カレントは以下のように決定される。

$$J^\mu(\tau, y) = -\zeta(0, y) \varepsilon(0, y) n(0, y) \cdot u(0, y) \sqrt{h(0, y)} \frac{u^\mu(\tau, y)}{n(\tau, y) \cdot u(\tau, y) \sqrt{h(\tau, y)}}$$

微分方程式の初期条件

1-4. 初期条件をどのように取るか？

我々の提案を重力相互作用のみをする粒子系に適用すると、以下を得る。

Aoki-Onogi-Yamaoka, IJMPA39 (2024)2450049.

保存カレント

$$J^\mu(x) = \sum_{n=1}^N \frac{\overset{\text{質量}}{\zeta_n m_n}}{\sqrt{-g}} \int d\tau_n \underbrace{u_n(\tau_n)}_{\text{速度}} \delta^{(4)}(x - \underbrace{x_n(\tau_n)}_{\text{座標}})$$

固有時間 τ_n

保存量 (“電荷”)

$$Q = \sum_{n=1}^N \zeta_n m_n$$

初期条件A

$$\forall \zeta_n m_n = 1 \longrightarrow Q = N$$

粒子数

一般の場合は

$$\zeta(0, y) \varepsilon(0, y) = 1 \longrightarrow Q(\tau) = \int_{\mathcal{H}_{d-1}} d^{d-1}y \sqrt{h(0, y)} (-n(0, y) \cdot u(0, y))$$

幾何学的保存電荷 (“重力荷”)

初期条件B

$$\forall \zeta_n = 1 \longrightarrow Q = \sum_{n=1}^N m_n$$

全質量

一般の場合は

$$\zeta(0, y) = 1 \longrightarrow Q(\tau) = \int_{\mathcal{H}_{d-1}} d^{d-1}y \sqrt{h(0, y)} \varepsilon(0, y) (-n(0, y) \cdot u(0, y))$$

全重力質量 (?)

$$Q(\tau) = \int_{\mathcal{H}_{d-1}} d^{d-1}y \sqrt{h(0, y)} \varepsilon(0, y) (-n(0, y) \cdot u(0, y))$$

全重力質量は（保存しない）物質の全エネルギーとは異なる。

$$E(\tau) = - \int d\Sigma_\mu T^{\mu 0} = - \int_{\mathcal{H}_{d-1}} d^{d-1}y \sqrt{h(\tau, y)} n_\mu(\tau, y) [\varepsilon(\tau, y) u^\mu(\tau, y) u^0(\tau, y) + P^{\mu 0}(\tau, y)]$$

作り方から、このような保存カレントの存在は「自明」に見える。しかしながら、**完全流体**に対するEMTにこの定義を適用すると、 $Q = \text{エントロピー}$ ， $\zeta \propto \text{逆温度}$ であることが一般的に言える。

完全流体の場合の議論の詳細は、以下を参照。

S. Aoki, Y. Hidaka, K. Kawana and K. Shimada, Eur. Phys. J. C85(2025)4, 419.

完全流体では

エントロピー密度 $s(x) := \varepsilon(x)\zeta(x) = \frac{g(0, y)}{g(\tau, y)} \qquad g(\tau, y) := n(\tau, y) \cdot u(\tau, y) \sqrt{h(\tau, y)}$

また、これを使うと輻射流体に対するシュテファン・ボルツマン則を導くことができる。

IV. まとめ

物質のエネルギー $E(x^0) := \int_{\Sigma_{x^0}} d\Sigma_\mu T^\mu{}_\nu \xi^\nu$ 一般には保存しない

新しい保存カレント $J^\mu(\tau, y) = -\varepsilon(\tau, y)\zeta(\tau, y)u^\mu(\tau, y)$ 常に存在する

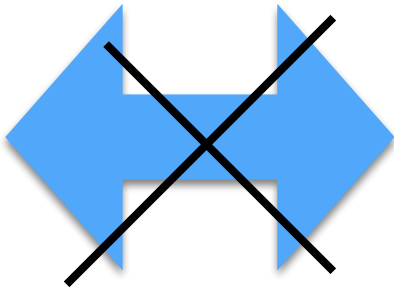
完全流体 J^μ はエントロピー・カレント、 ζ は逆温度

物質が全くない真空から星を作るとは難しい

真空

$$T_{\mu\nu} = 0$$

$$J^\mu = 0$$

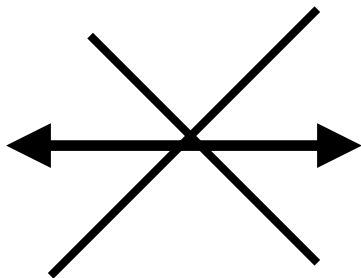


物質

$$T_{\mu\nu} \neq 0,$$

$$J^\mu \neq 0$$

重力波+重力波



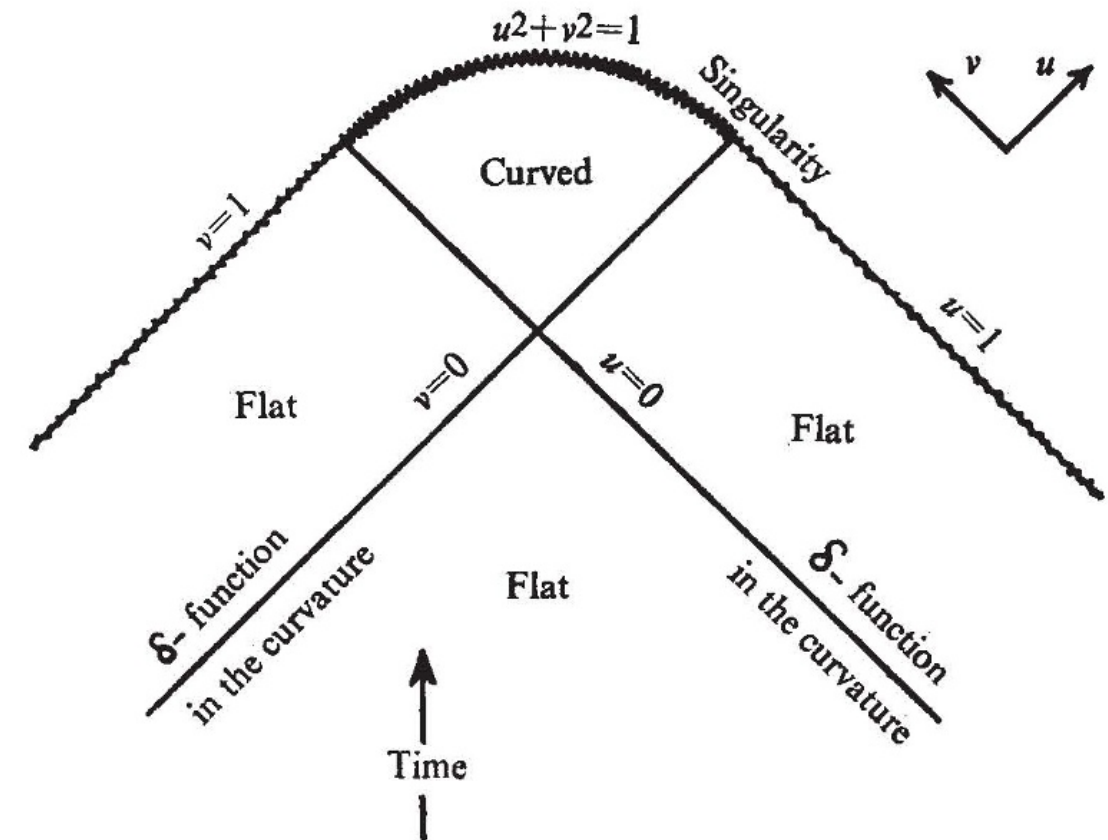
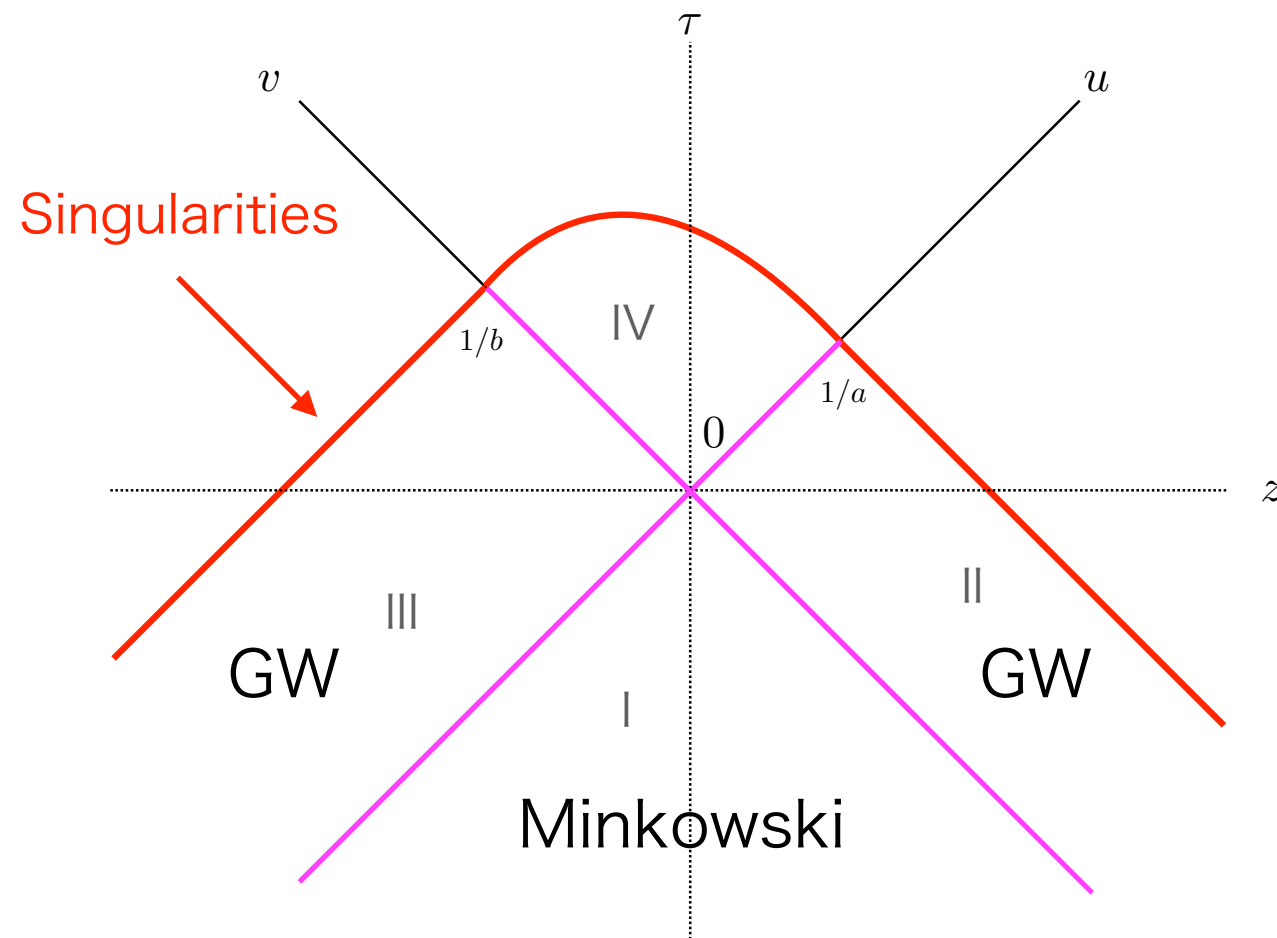
星（ブラックホールも？）

エネルギー条件を破れば、真空から物質（特異点）を作ることやその逆も可能だろう

消滅する宇宙

S. Aoki, IJMPA38 (2023)2350120.

cf. Kahn-Penrose. Nature 229 (1971)185.



Null, Weak, Strong, Dominant エネルギー条件は満たされていない。

これらの知見をもとに一般相対性理論を再解釈すべき

量子重力へのヒント？

1. 一般的なEMTに対する J^μ (“重力カレント”) の物理的意味が量子重力に対するヒントを与えるかもしれない。

2. 重力を量子化する必要があるか？

重力場は古典論では保存カレント J^μ に寄与を与えない。

従って、重力場は物質とは“重力荷”のやりとりをしない(?)

ご清聴ありがとうございました！