

LHC-ATLAS実験での世界最高エネルギーを用いたベル不等式の検証可能性について

'26 8/7 田窪洋介(新居浜高専)

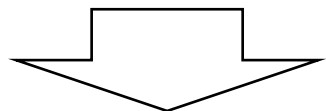
市川翼 (東大理), 東野聡 (神戸大理),
森雄一郎 (産総研), 長野邦浩 (KEK), 筒井泉 (日大, KEK)

研究結果は[[Phys. Rev. D 104, 056004](#)]に掲載されています

局所隠れた変数理論

量子力学に対するアインシュタインの見解

- 量子力学は完全な理論の統計的記述である
- ミクロな系でもマクロな系と同様に局所性が成り立ち、位置や運動量(実在の要素)が決まっている(隠れた変数 λ で制御されている)



局所隠れた変数理論

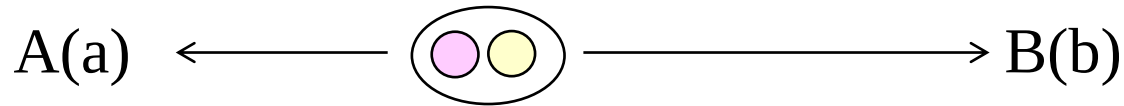
局所隠れた変数理論の前提

- 実在の要素に対応する因子(隠れた変数)の存在
- 局所性: 一方の粒子の測定が遠方に影響を与えない

ベルは局所隠れた変数理論の満たすべき相関の上限を定式化した

ベル不等式 (1)

- $A(a), B(b)$: ある測定条件 a/b (例: 偏光板の角度) で測定したときに得られる2粒子の固有値 (例: スピン)



- $A(a)$ と $B(b)$ の相関:
$$C(a, b) = \sum_{A, B} AB P_{ab}(A, B)$$

$$\uparrow$$

 $A(a)B(b)$ の確率密度

- 局所隠れた変数理論では、固有値 (A, B) を制御する変数 λ が存在する:

$$P_{ab}(A, B) = \int P_a(A, \lambda) P_b(B, \lambda) P(\lambda) d\lambda$$

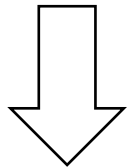
$$\Rightarrow C(a, b) = \int \sum_A A P_a(A, \lambda) \sum_B B P_b(B, \lambda) P(\lambda) d\lambda$$

自由選択性

局所性

ベル不等式 (2)

$$E_a(\lambda) \equiv |\sum_A \textcolor{blue}{A} P_a(A, \lambda)| = \underbrace{|P_a(A = 1, \lambda) - P_a(A = -1, \lambda)|}_{\textcolor{blue}{P}_a(A, \lambda) \text{は確率密度なので1以下}} \leq \textcolor{red}{1}$$



↑
スピン: ± 1

$P_a(A, \lambda)$ は確率密度なので1以下

$$C(a, b) = \int E_a(\lambda) E_b(\lambda) P(\lambda) d\lambda$$

$$|\textcolor{red}{C(a, b) + C(a', b) + C(a, b') - C(a', b')}|$$

$$\leq |C(a', b) - C(a', b')| + |C(a, b) + C(a, b')|$$

$$= \int [|E_{a'}(\lambda) \{E_b(\lambda) - E_{b'}(\lambda)\}| + |E_a(\lambda) \{E_b(\lambda) + E_{b'}(\lambda)\}|] P(\lambda) d\lambda$$

$$\leq \int [|E_{a'}(\lambda)| |E_b(\lambda) - E_{b'}(\lambda)| + |E_a(\lambda)| |E_b(\lambda) + E_{b'}(\lambda)|] P(\lambda) d\lambda$$

$$\leq \int [|E_b(\lambda) - E_{b'}(\lambda)| + |E_b(\lambda) + E_{b'}(\lambda)|] P(\lambda) d\lambda \leq \textcolor{red}{2}$$

ベル不等式 (CHSH不等式)

$$|S| = |\textcolor{red}{C(a, b) + C(a', b) + C(a, b') - C(a', b')}| \leq 2$$

もし局所隠れた変数理論が正しければ、 $|S| \leq 2$ になる

ベル不等式とループホール

完全なベル不等式の検証には、測定で満たすべき条件がある：

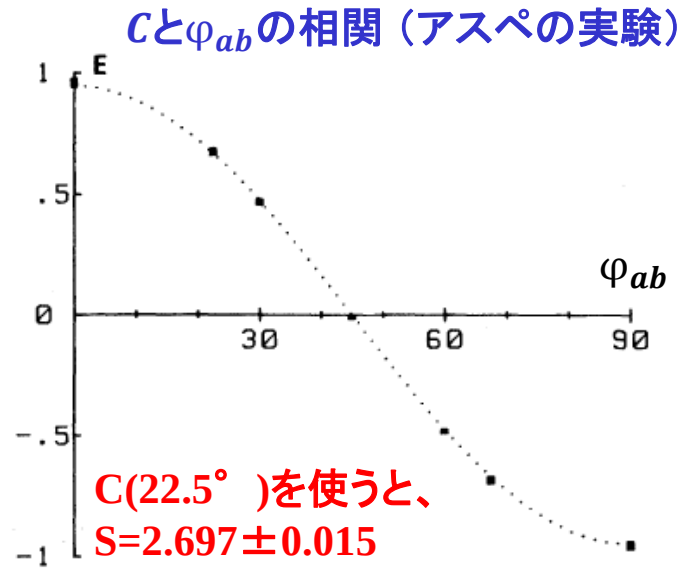
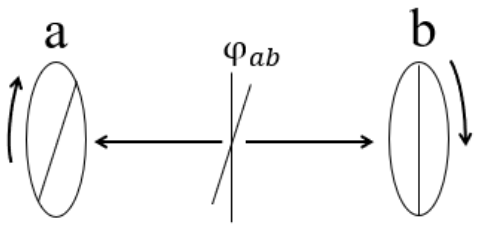
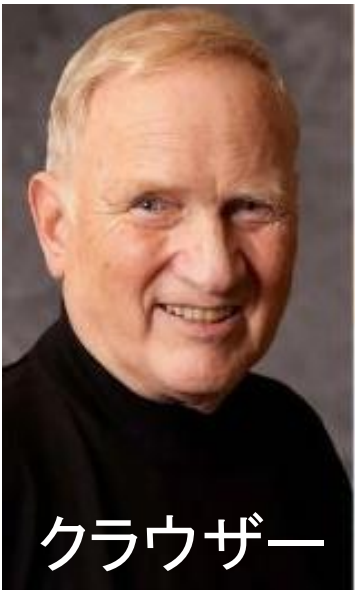
- 自由選択性：測定者が自由に測定条件を選択できる
- 局所性：測定が局所的(2粒子の測定の時空点が空間的)であること
- 検出効率：CHSH不等式を使用する場合には、検出効率が82.8% ($2\sqrt{2} - 2$) 以上であること
 - [[Phys. Rev. D35, 3831 \(1987\)](#)]、 [[Phys. Rev. A57, 3304 \(1998\)](#)]
 - もし、満たせない場合はFair sampling assumptionで回避
 - これらが満たされていないと、抜け穴(ループホール)となる
 - ベルは局所性を満たすことが最低条件であると考えていた

ベル不等式の検証の歴史

ノーベル賞
(2022年)

ループ
ホールなし

		自由選択性(偏 光板の設定)	局所性(偏光 板の距離)	検出効率
[	1972	[クラウザー]	×	×
	1982	[アスペ]	×	△
]	2015	[Hensen et al]	○	○
	2015	[Giustina et al]	○	○
	2015	[Shalm et al]	○	○



中間子フレーバのベル不等式

中間子のフレーバ混合

- B^0 中間子は質量固有状態(B_H, B_L)とフレーバの固有状態($B^0, \bar{B}^0$)があり、以下のような対応関係がある

$$|B^0\rangle = \frac{|B_H\rangle + |B_L\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |\bar{B}^0\rangle = \frac{|B_H\rangle - |B_L\rangle}{\sqrt{2}}$$

(CPは保存していると仮定)

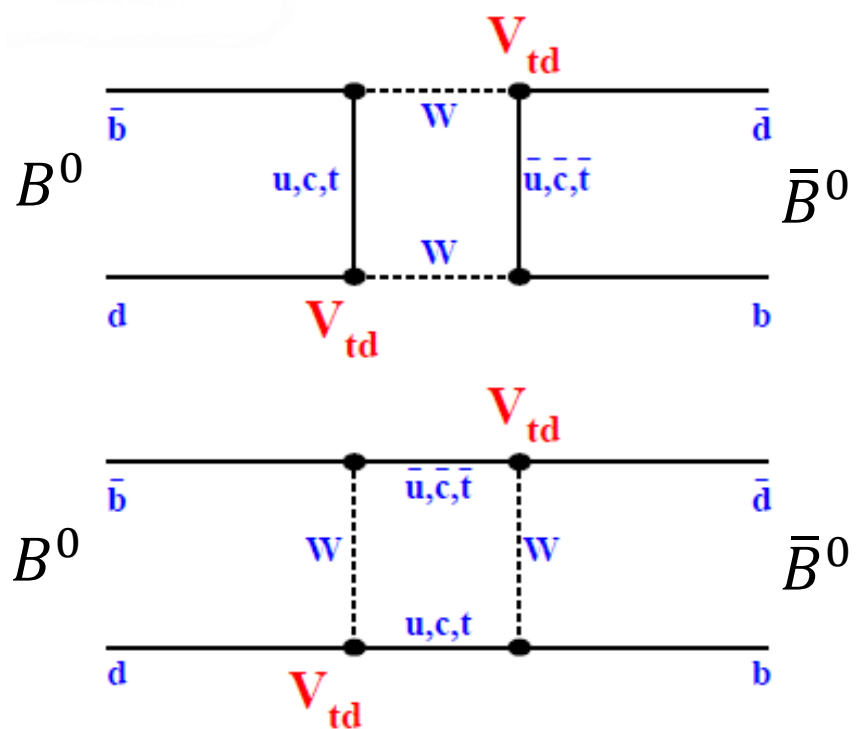
- 時間発展によって B^0 と $\bar{B}^0$ は混合する

$$(\Delta M = M_H - M_L, \Gamma = \Gamma_H = \Gamma_L)$$

$$P(B^0 \rightarrow B^0, t) = \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 + \cos \Delta M t)$$

$$P(B^0 \rightarrow \bar{B}^0, t) = \frac{e^{-\Gamma t}}{2} (1 - \cos \Delta M t)$$

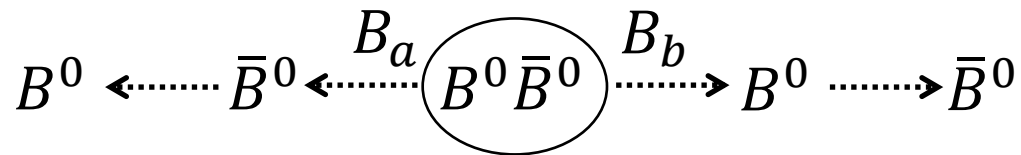
$$(\Delta M = 3.334 \times 10^{-10} \text{ MeV})$$



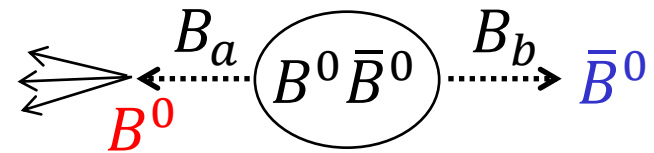
もつれ状態のフレーバ混合

- 量子力学では、Y(4S)やグルオンからの $B^0\bar{B}^0$ ペアはもつれ状態にある → 一方が B^0 なら、もう一方は $\bar{B}^0$

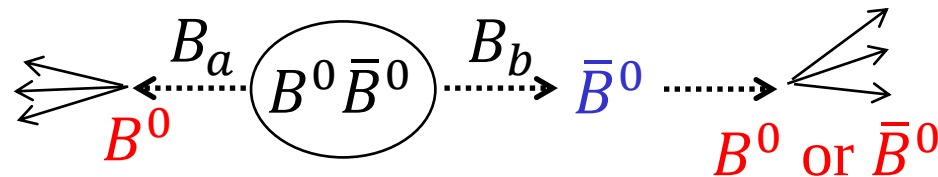
$$\psi(t_a, t_b) = \frac{1}{\sqrt{2}} (|B^0(t_a)\rangle|\bar{B}^0(t_b)\rangle - |\bar{B}^0(t_a)\rangle|B^0(t_b)\rangle)$$



- B_a が B^0 の固有状態に崩壊した場合、その時点での B_b の状態は $\bar{B}^0$ (その逆も然り)



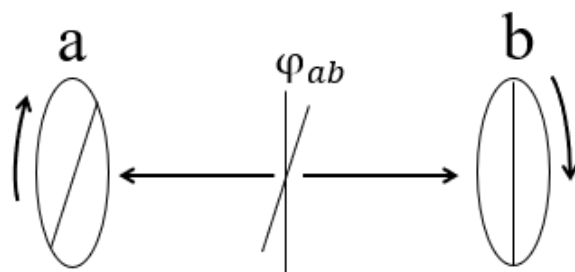
- B_b はその後フレーバ混合をしながら進み、ある時点で崩壊してフレーバが確定する(フレーバの固有状態に崩壊した場合)



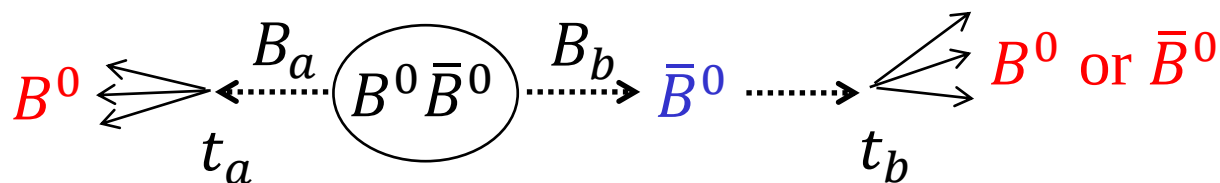
スピン測定と中間子フレーバ測定のアナロジー

- スピンのアップダウンを中間子フレーバに、測定軸(φ_{ab})を崩壊時間に($t_{a/b}$)置き換える [[Am. J. Phys. 69, 264 \(2001\)](#)]

スピン測定



フレーバ測定



アナロジーの不完全な部分

- 粒子崩壊で状態ベクトルのノルム収縮 [[Am. J. Phys. 69, 264 \(2001\)](#)]
- 本当に隠れた変数に依存せずにランダムに測定軸を選ぶか
 - 慣習的に量子乱数を用いることで対処

フレーバ相関 (1)

$B_{a/b}$ の崩壊時($t_{a/b}$)のフレーバが(A, B)である確率:

$$P_{t_a, t_b}^Q(A, B) = \frac{1}{4} (1 - AB \cos(\Delta M \Delta t))$$

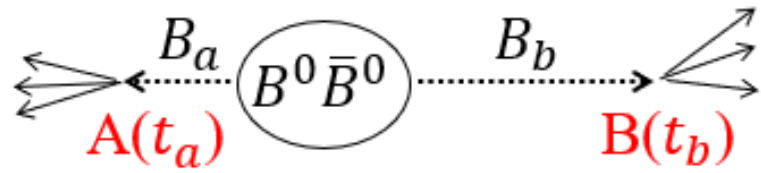
$\leftarrow t_a - t_b$

$$= \frac{N_{(t_a, t_b)}^{AB}}{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 B^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 \bar{B}^0} + N_{(t_a, t_b)}^{B^0 \bar{B}^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 B^0}}$$

$\leftarrow$ 2つのB中間子が(A, B)に崩壊した事象数

全てのフレーバ・ペアの事象数

$$C^Q(t_a, t_b) = \sum_{A, B} AB P_{t_a, t_b}^Q(A, B)$$
$$= -\cos(\Delta M \Delta t)$$



$$= \frac{\boxed{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 B^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 \bar{B}^0}} - \boxed{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 \bar{B}^0} - N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 B^0}}}{\boxed{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 B^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 \bar{B}^0}} + \boxed{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 \bar{B}^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 B^0}}}$$

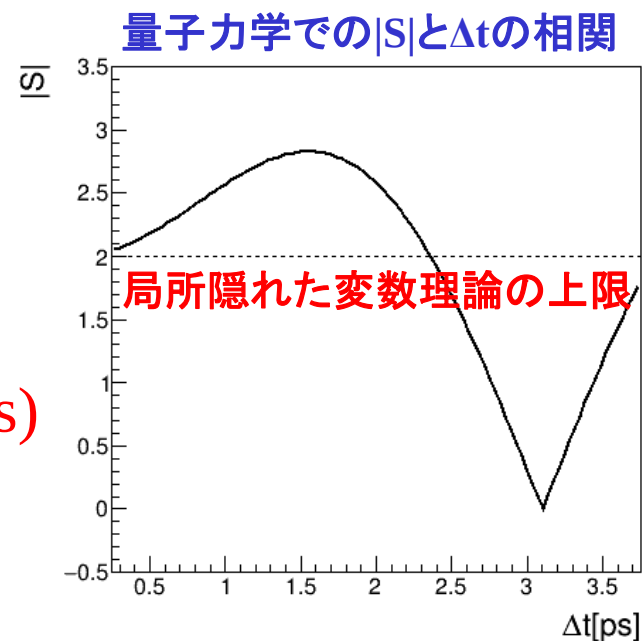
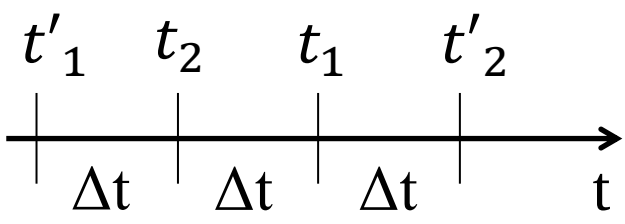
同じフレーバ

逆のフレーバ

フレーバ相関 (2)

$t_2 - t'_1 = t_1 - t_2 = t'_2 - t_1 = \Delta t$ とすると、

$$\begin{aligned} |S^Q(\Delta t)| &= |C^Q(t_1, t_2) + C^Q(t'_1, t_2) + C^Q(t_1, t'_2) - C^Q(t'_1, t'_2)| \\ &\quad \begin{matrix} -\cos(\Delta M \Delta t) & -\cos(\Delta M \Delta t) & -\cos(\Delta M \Delta t) & -\cos(3\Delta M \Delta t) \end{matrix} \\ &= | -3\cos(\Delta M \Delta t) + \cos(3\Delta M \Delta t) | \end{aligned}$$

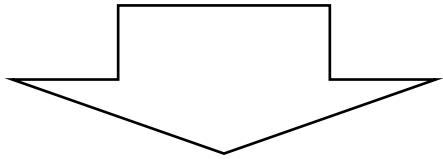


量子力学では、|S|の最大値は $2\sqrt{2}$ ($\Delta t = 1.55$ ps)

⇒ 量子力学では、中間子フレーバのベル不等式も破れる

中間子フレーバを用いたベル測定の実験的優越性

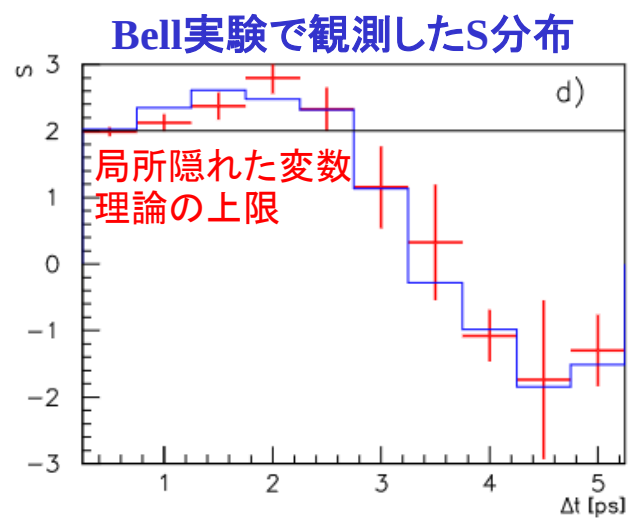
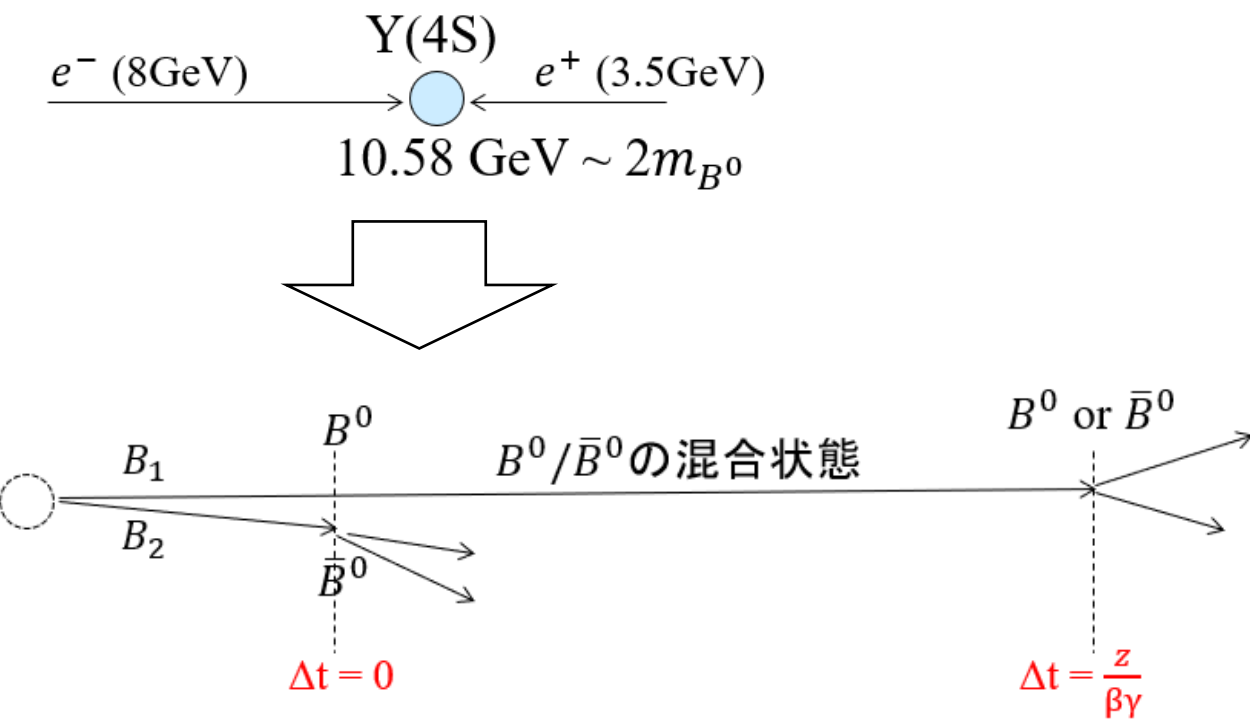
- 低エネルギー領域ではなく高エネルギーの領域での検証
- 無質量でゲージ粒子といった特殊な素粒子である光子などではなく、有限の(かなり大きな)質量を持つ物質粒子(クォーク)から成る中間子を用いた検証



局所隠れた変数理論を否定する実験領域を、従来の光子を用いた領域から一気に拡大できる

B中間子を用いたベル測定の実況 (1)

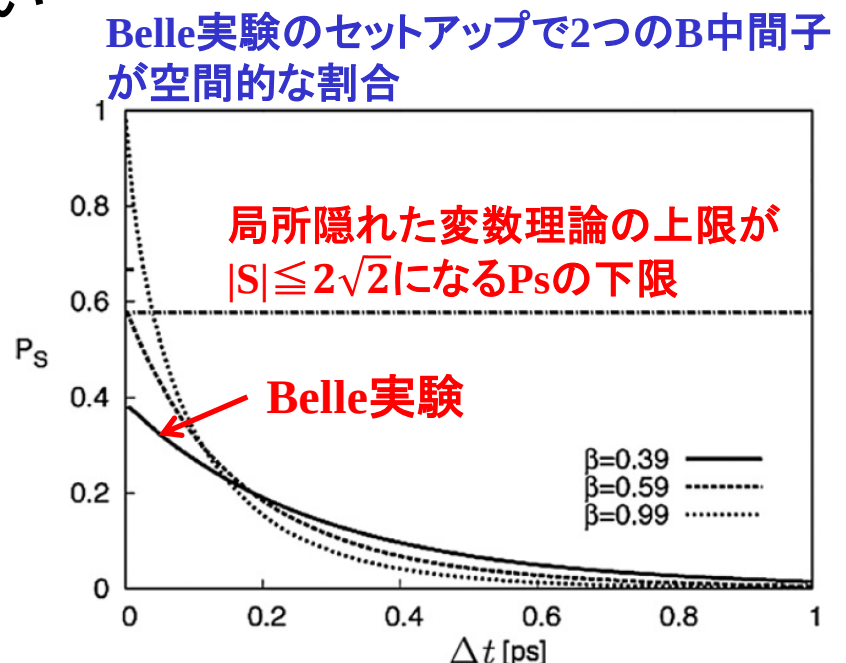
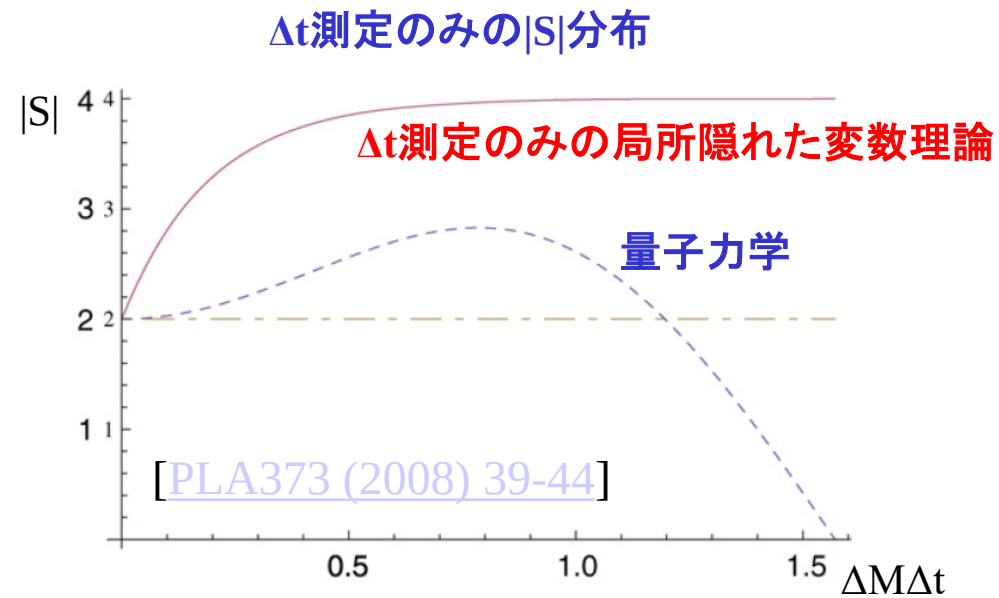
- Belle実験で、初めてB中間子を用いたベル測定を実施 [\[arXiv:0310192 \(2003\)\]](#)
- Belle実験は、B中間子のCP非保存を証明した実験
- B中間子フレーバについて、 $|S| > 2$ を 3σ で観測



B中間子を用いたベル測定の実況 (2)

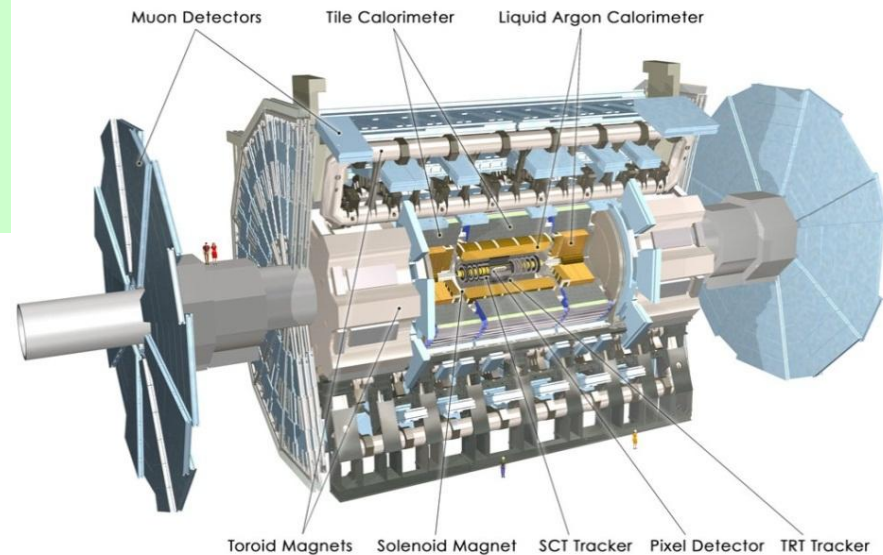
Belle実験の問題点

- ビーム長に幅があるため、電子・陽電子の衝突点が決まらない。そのため、 (t_a, t_b) が個別に測定できず、 Δt のみの測定。
→ 局所隠れた変数理論で $|S|$ の上限が4となり、量子力学を含む
- 2つの中間子が空間的である事象が少なく、局所隠れた変数理論の前提である局所性が確保されていない



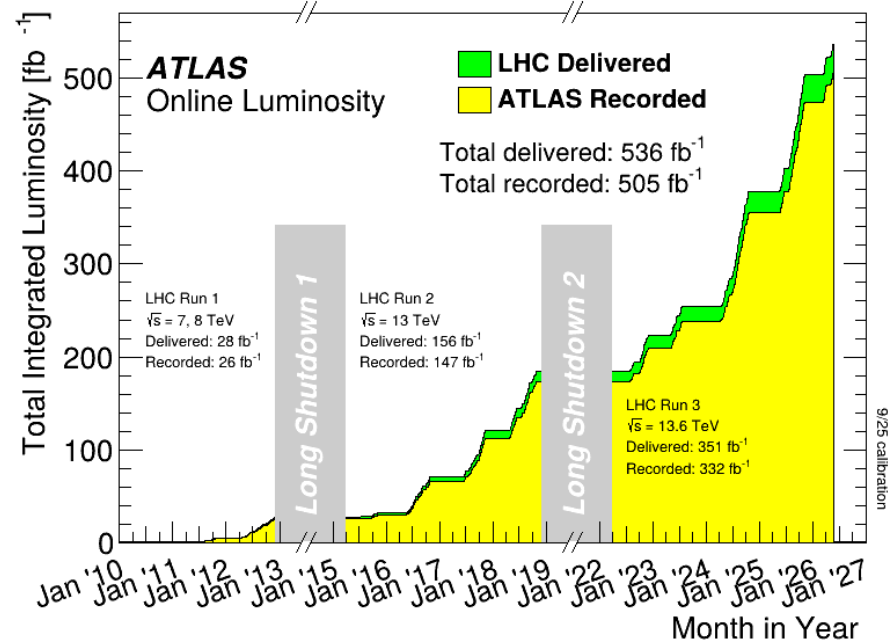
ATLAS実験におけるB中間子 を用いたベル測定

ATLAS実験



- 大型ハドロン加速器(LHC)の陽子・陽子衝突を用いた世界最高エネルギーの素粒子実験
 - Run 3(‘22~’26年)では、重心エネルギー13.6 TeVを達成
- 2012年にヒッグス粒子を発見
- 2026年5月にLHCでのデータ取得を終了
- 2031年以降に高輝度LHCでのデータ取得を開始予定

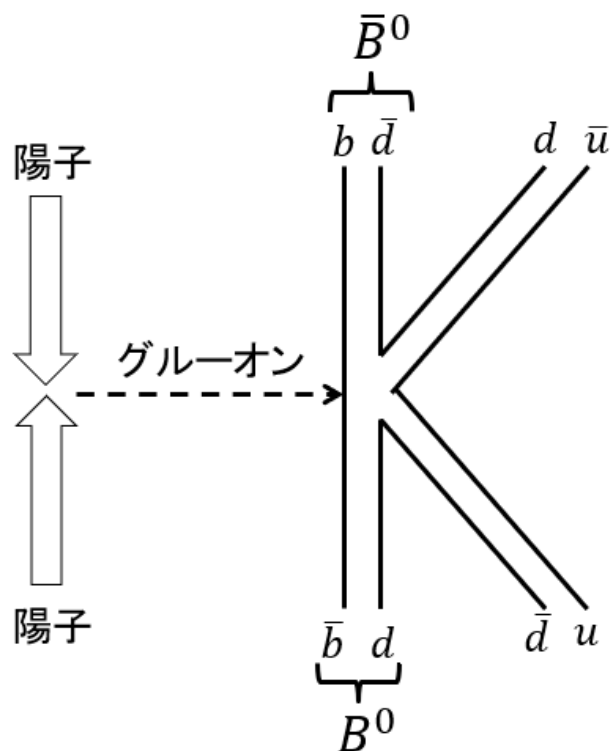
積分ルミノシティの推移



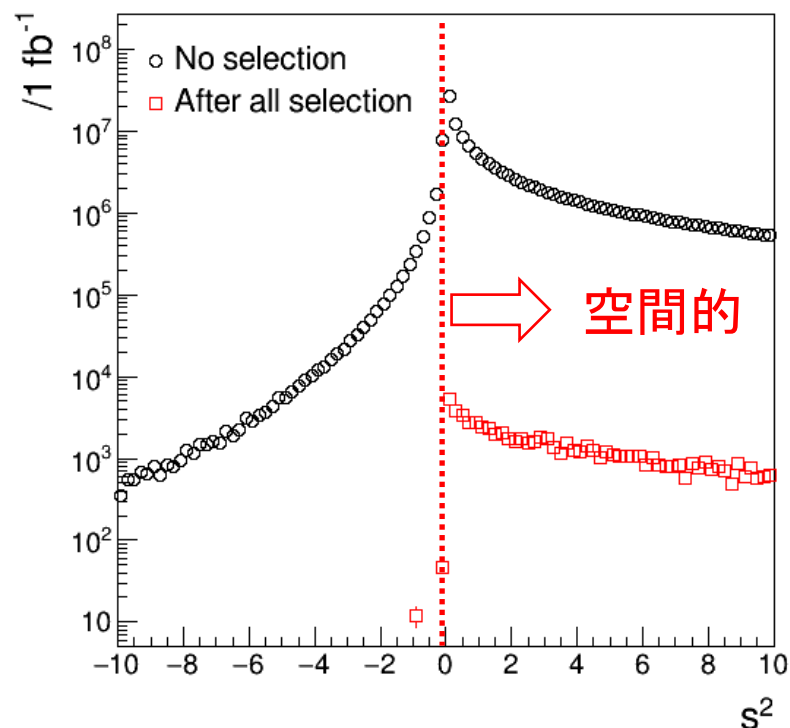
ATLAS実験でのB中間ペアの生成

- 陽子・陽子衝突からのグルーオンによって $b\bar{b}$ ペアを生成可能
- 14TeVを仮定すると、事象選択後(後述)に $B^0\bar{B}^0$ は99%以上が空間的

→ 局所性が保証されている

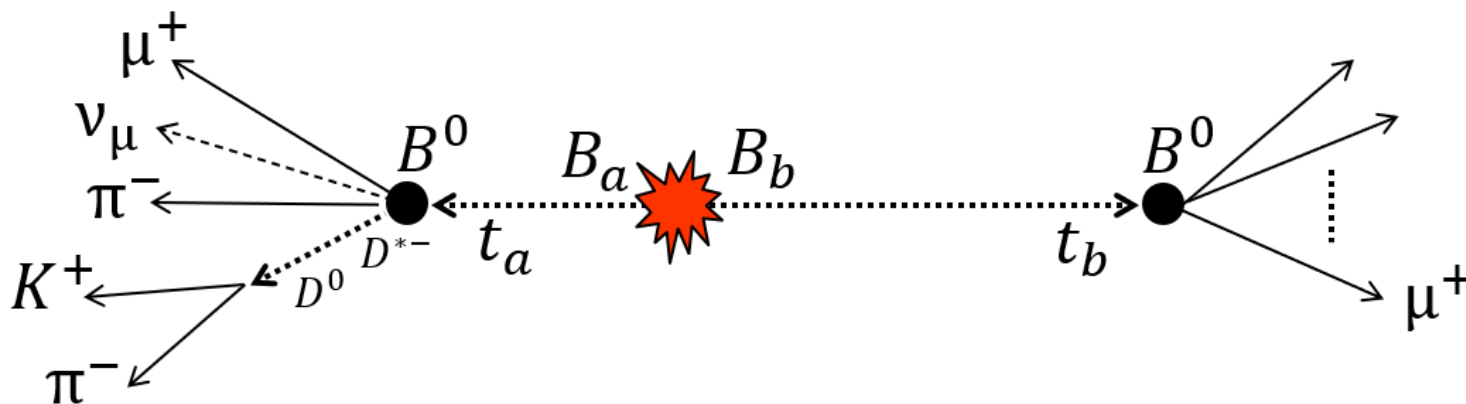


$B^0\bar{B}^0$ 対の不変距離(proper distance)分布



シミュレーション

- PYTHIA8.245を用いて、truthレベルのシミュレーン解析を行った
- ビーム条件はlow- μ ($\mu \sim 1$) ランで、積分ルミノシティ 1 fb^{-1} を仮定
 - Low- μ ランは、陽子・陽子衝突における反応が1つ程度のラン
- 「 $B^0 \rightarrow D^{*-} \mu^+ \nu$ ($D^{*-} \rightarrow D^0 \pi^-$, $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$)」事象を選択
 - 荷電粒子の電荷を用いて、崩壊時のB中間子フレーバを特定可能
 - 崩壊時間 (t_a, t_b) は、 μ^+ と D^{*-} 崩壊からの π^- でバーテックスを再構成して測定 ($\sigma_t \sim 0.79 \text{ ps}$)



信号事象数

信号事象数の見積り

生成断面積 (247,611 pb)	アクセプタンス (1.49×10^{-3})	選択効率 (0.02)	
↓	↙	↘	
$(\sigma \times A)$	$\times$	ϵ_{total}	$= 7.4 \text{ pb}$
			↓
			1fb^{-1} で7,400事象

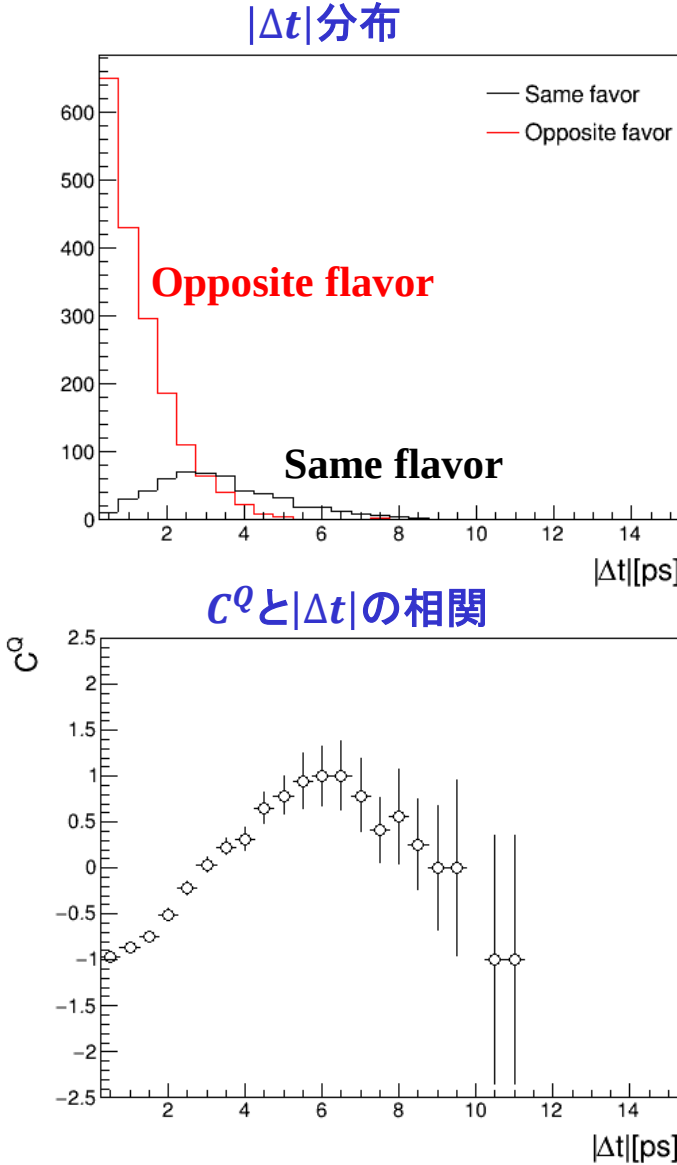
- 「 $D^{*+}\mu^-X$ 」解析で用いられている事象選択を仮定(この解析では、 $X=\nu$) [[Nucl. Phys. B 864 \(2012\) 341-381](#)]
- 「 $p_T(\mu) > 6 \text{ GeV}$ 」カットを「 $> 4 \text{ GeV}$ 」に変更
- 「 $p_T(K^-\pi^+\pi^+) > 4.5 \text{ GeV}$ 」カットを「 $> 3 \text{ GeV}$ 」に変更

|S|の計算手順

- 1. Same/Opposite-flavorの $|\Delta t|$ 分布を作成
- 2. $|\Delta t|$ 分布を用いて $C^Q(\Delta t)$ 分布を作成

$$\begin{aligned} C^Q(t_a, t_b) &= \frac{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 B^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 \bar{B}^0} - N_{(t_a, t_b)}^{B^0 \bar{B}^0} - N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 B^0}}{N_{(t_a, t_b)}^{B^0 B^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 \bar{B}^0} + N_{(t_a, t_b)}^{B^0 \bar{B}^0} + N_{(t_a, t_b)}^{\bar{B}^0 B^0}} \\ &= \frac{N_{(t_a, t_b)}^{SF} - N_{(t_a, t_b)}^{OF}}{N_{(t_a, t_b)}^{SF} + N_{(t_a, t_b)}^{OF}} \\ &= -\cos(\Delta M \Delta t) \end{aligned}$$

- 3. $C^Q(\Delta t)$ 分布を用いて $|S^Q(\Delta t)|$ を計算
- $$|S^Q(\Delta t)| = |3C^Q(\Delta t) - C^Q(3\Delta t)|$$



背景事象と系統誤差

背景事象

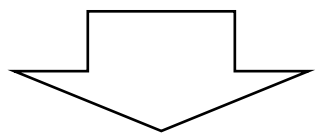
- 背景事象の統計誤差として、信号の統計量に6.8%加えた分を付与
 - 6.2%がcombinatorial BG (例:「 $c \rightarrow D^{*+} X$ 」と「 $\bar{c} \rightarrow \mu^- X$ 」)
- 異なるグルオン由来の $B^0 \bar{B}^0$ からの混入量は0.1%以下だったので、無視

系統誤差

- $N_{(t_a, t_b)}^{SF}$ と $N_{(t_a, t_b)}^{OF}$ の Δt 分布の1ビンを0.13(0.26/2)%増減させ、 $|S|$ のシフトが最大となるものを系統誤差として採用
 - 「 $D^{*+} \mu^- X$ 」解析におけるBGの系統誤差である0.26%を考慮
- Δt 分解能($0.79\sqrt{2}$ ps)を考慮

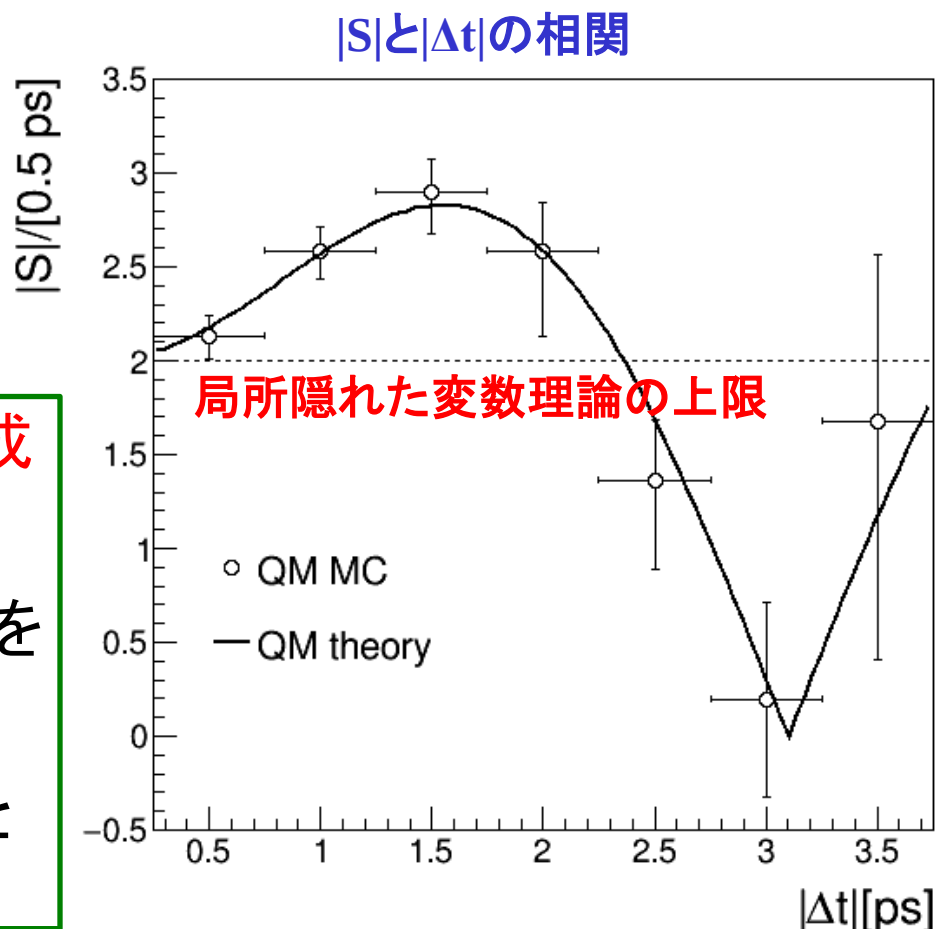
ベル不等式の破れに対する感度

- $|S(1.5 \pm 0.25 \text{ ps})| = 2.89 \pm 0.17 \text{ (stat)} \pm_{-0.15}^{+0.10} \text{ (syst)}$
- $|S|=2$ からのずれを 3.9σ で検証できる



初めてのB中間子フレーバ相関を用いたベル不等式の検証が可能であることが分かった！

- ATLAS実験で解析グループを結成 (KEK、京大)
- Run2のlow- μ データを用いた解析を実施中 (0.335 fb^{-1} , $\mu \sim 2$)
- 2026年度中に物理結果を出すことを目指している



(宣伝)高専での量子技術教育

- 2026年度から、新居浜高専、大阪公立大学高専、近畿大学高専が連携し、高専における量子技術教育を推進することになった
 - 光・量子飛躍フラッグシッププログラム(Q-LEAP)の高専エンジニアリング人材育成としての活動
- 量子コンピュータと量子マテリアルに関する技術教育に取り組む
 - 講義・実習の開発、イベントの開催、など
 - 阪大QIQB、NIMS、広島大学が支援

純国産量子コンピュータ(阪大QIQB)



ご協力していただける方は是非お声がけ
ください！

まとめ

- ベル不等式は、局所隠れた変数理論が満たすべき条件を定量的に表す不等式
- 量子力学が成り立っていれば、もつれ状態にある中間子フレーバの相関はベル不等式を破る
- これまでの中間子フレーバ相関の測定は、ベル不等式の検証になっていなかった
 - 崩壊時間差のみの測定、局所性が確保できていない
- ATLAS実験でのB中間子フレーバを用いたベル測定についてシミュレーションを行い、ベル不等式の検証が可能であることが分かった
- 研究結果は[\[Phys. Rev. D 104, 056004\]](#)に掲載されています
- 現在、ATLAS Run2のデータを用いた検証を実施中
- 高専での量子技術教育に興味がある方は是非お知らせください！