

ニュートリノ振動は いつ立ち上がるか

実伝播と仮想伝播の境目

尾田 欣也 (東京女子大)

with 西脇 健二 (シヴ・ナダー大) and 和田 淳太郎 (ミュンヘン工科大)

arXiv:2606.19548

共同研究者@Summer Institute 2009 🌋



17年後



2026

あと先々週 SI 2026 で和田くんの現 supervisor と
泣きながら(?)ハグしてた写真もあるはずだが
手元がない

持ってる人ください

閑話休題

平面波では
ニュートリノ振動はおこらない

なぜ起こらないのか

- 平面波の相互作用点ではエネルギー運動量が**厳密に**保存
 - →中間状態のエネルギー運動量が外線から完全に決まる
- 質量 $(p^0)^2 - \mathbf{p}^2$ が外線から測れてしまう
 - →質量固有状態が一つ選ばれ、**干渉する相手がいない**＝振動しない
- 外線が**波束**ならエネルギー運動量に不確定性
 - →複数の質量固有状態が**同じ過程の中で**伝搬できる
 - →干渉＝振動

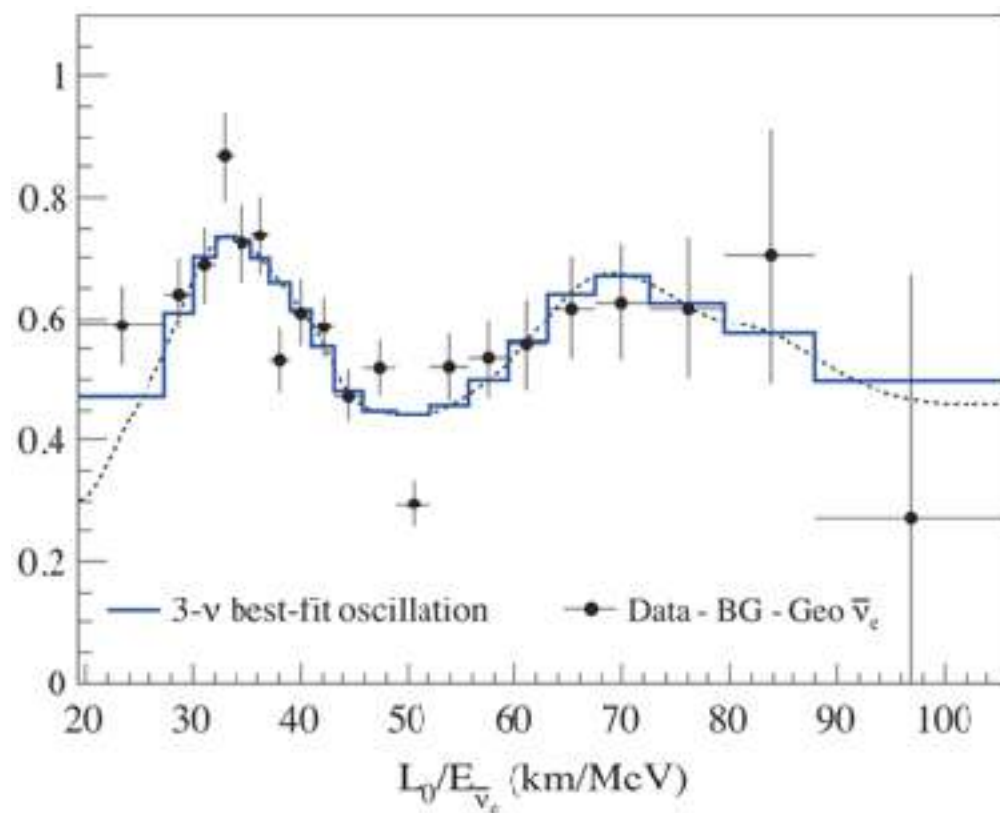
波束はニュートリノ振動の存在条件

知らんうちにニュートリノも

どんどん精密に決まってきましたね

KamLAND (2013) の古典図

3世代フィットで1-2振動が2周期はっきり見える



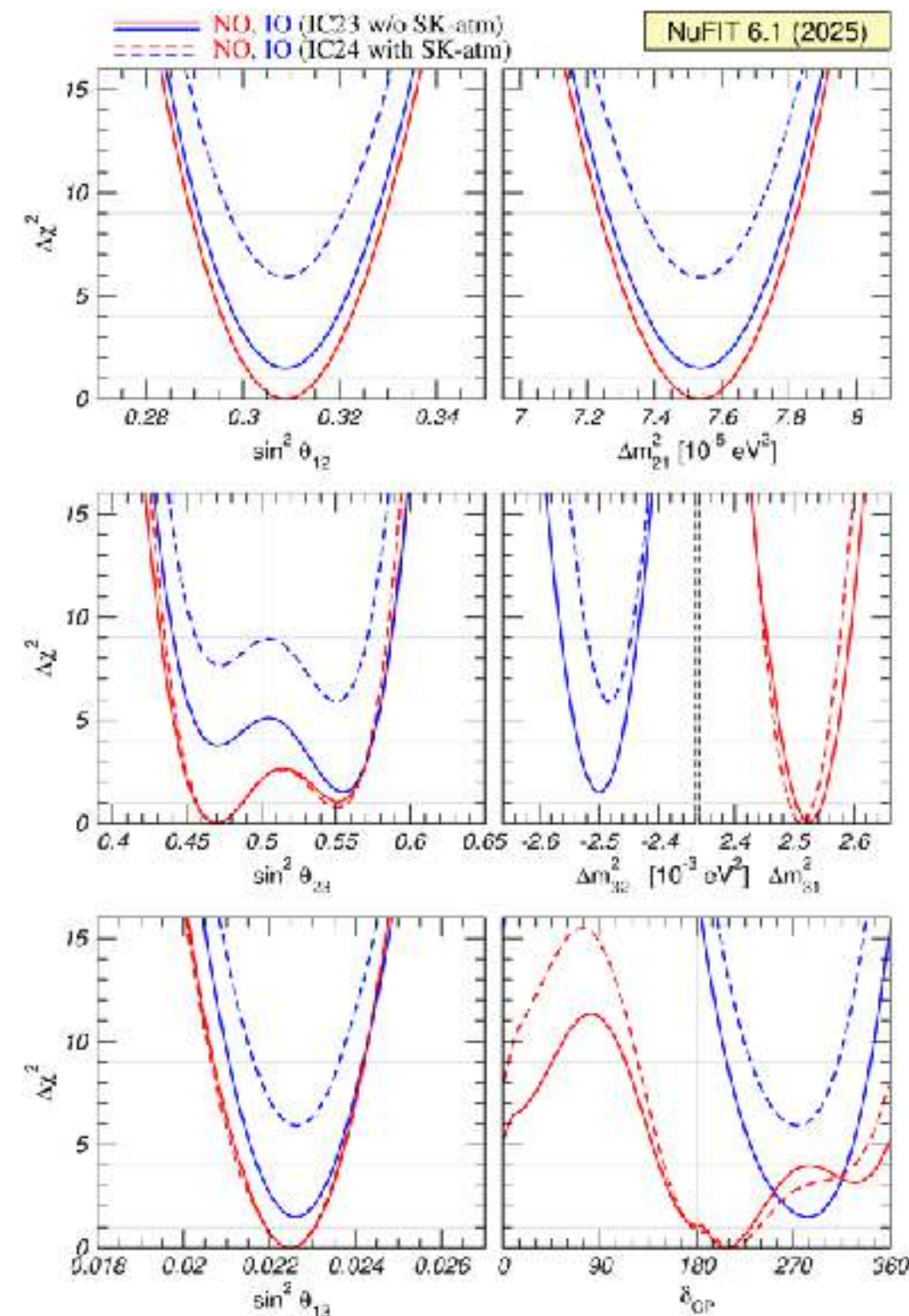
反電子ニュートリノの生存確率

$$\propto \text{定数} + e^{-\frac{\sigma}{2}\phi^2} \cos \phi$$

$$\phi = \frac{\Delta m^2}{2} \frac{L}{E}$$



12年後



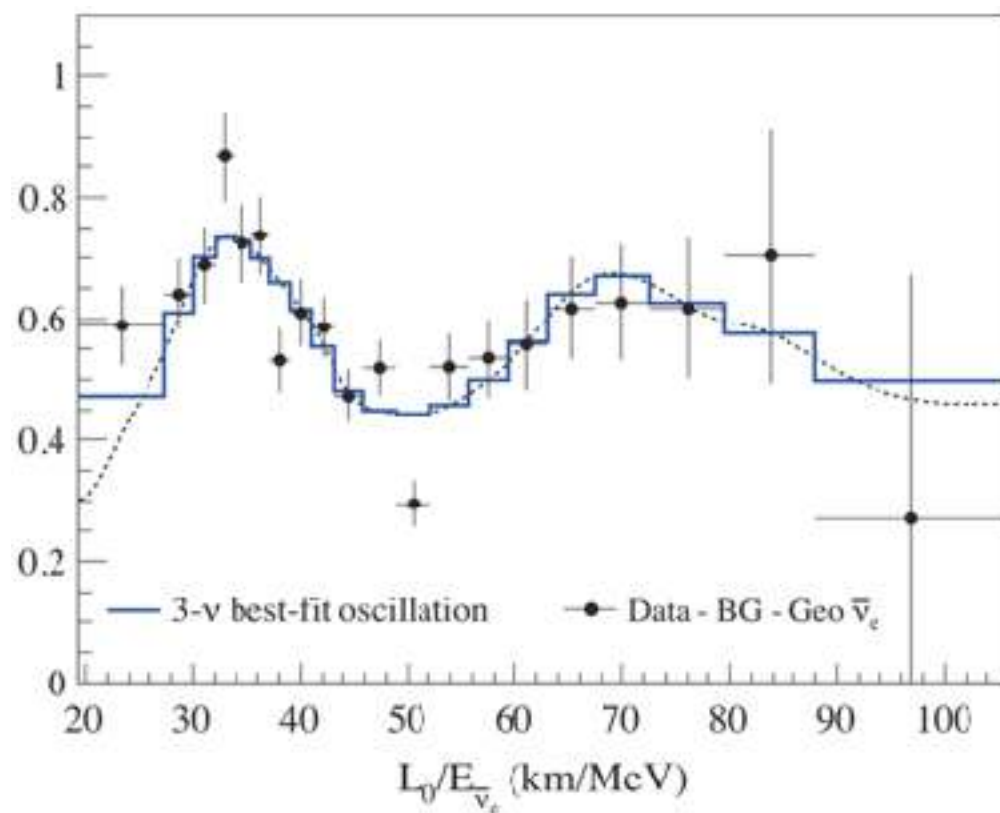
NuFIT 6.1 (2025)

知らんうちにニュートリノも

どんどん精密に決まってきましたね

KamLAND (2013) の古典図

3世代フィットで1-2振動が2周期はっきり見える



反電子ニュートリノの生存確率

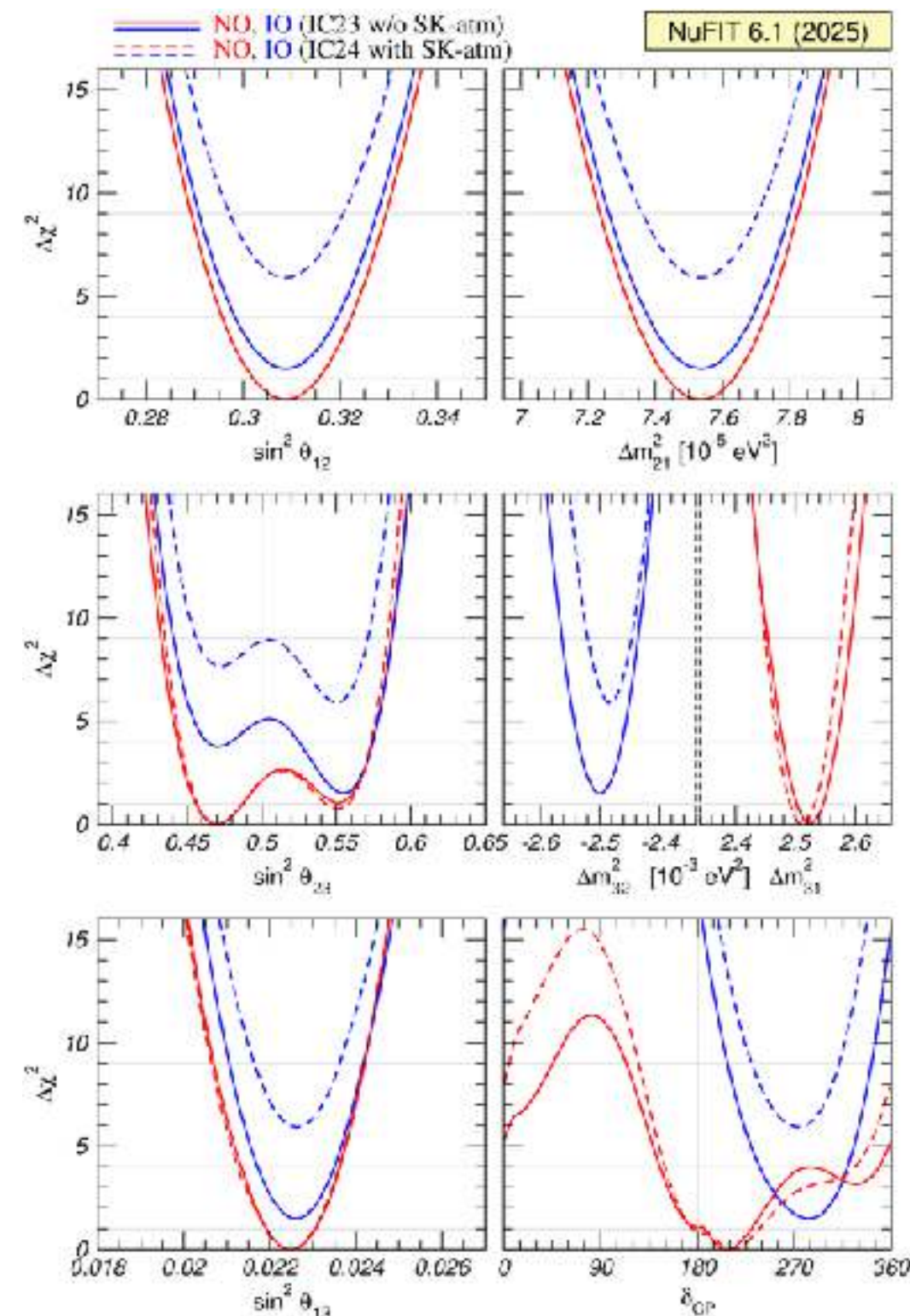
$$\propto \text{定数} + e^{-\frac{\sigma}{2}\phi^2} \cos \phi$$

デコヒーレンス (多ソース)

$$\phi = \frac{\Delta m^2}{2} \frac{L}{E}$$



12年後



NuFIT 6.1 (2025)

ニュートリノ振動は精密測定時代に

- T2K、NOvA、JUNO、DUNE、Hyper-K、 ...
 - 混合角、質量二乗差、CP位相の精密測定へ
- そのすべての解析の土台に、標準振動公式が座っている

$$P(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) \sim \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\Delta m^2 L}{4E}$$

- 公式は「いつでも、どこでも」成り立つのか？
 - 今日はその適用域の話

さてニュートリノ

ニュートリノ混合

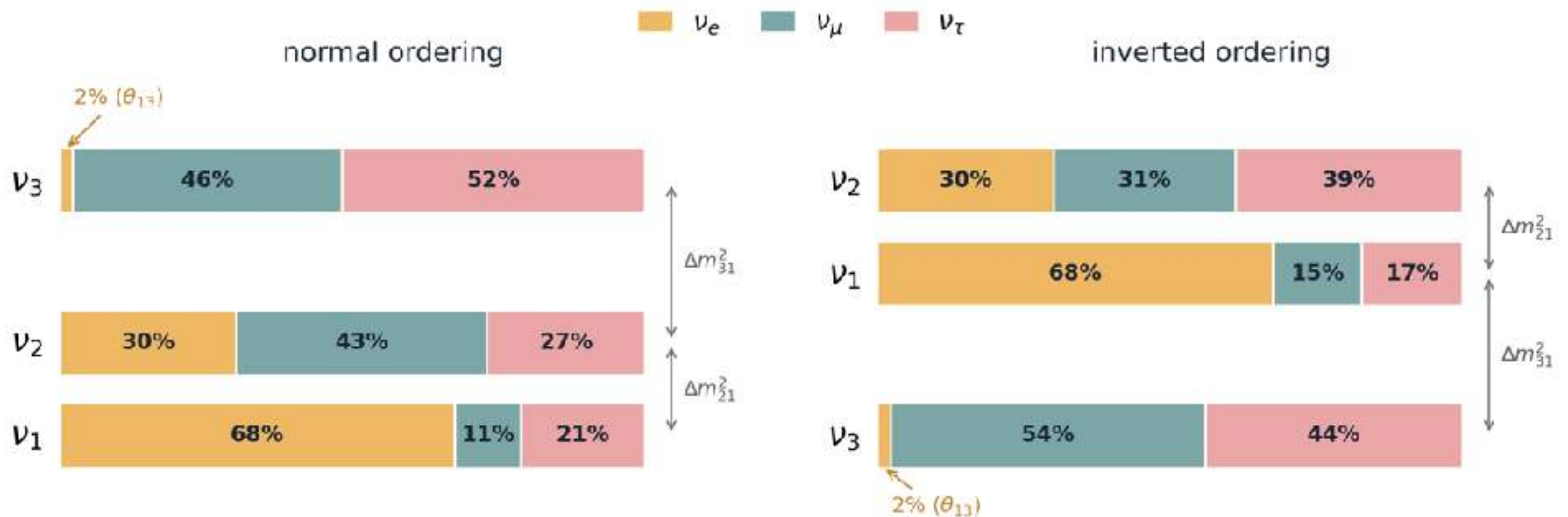
おさらい

- 運動項（ゲージ相互作用）を対角化する基底：



<https://higgstan.com>

- 質量（湯川相互作用）を対角化する基底： ν_1 、 ν_2 、 ν_3

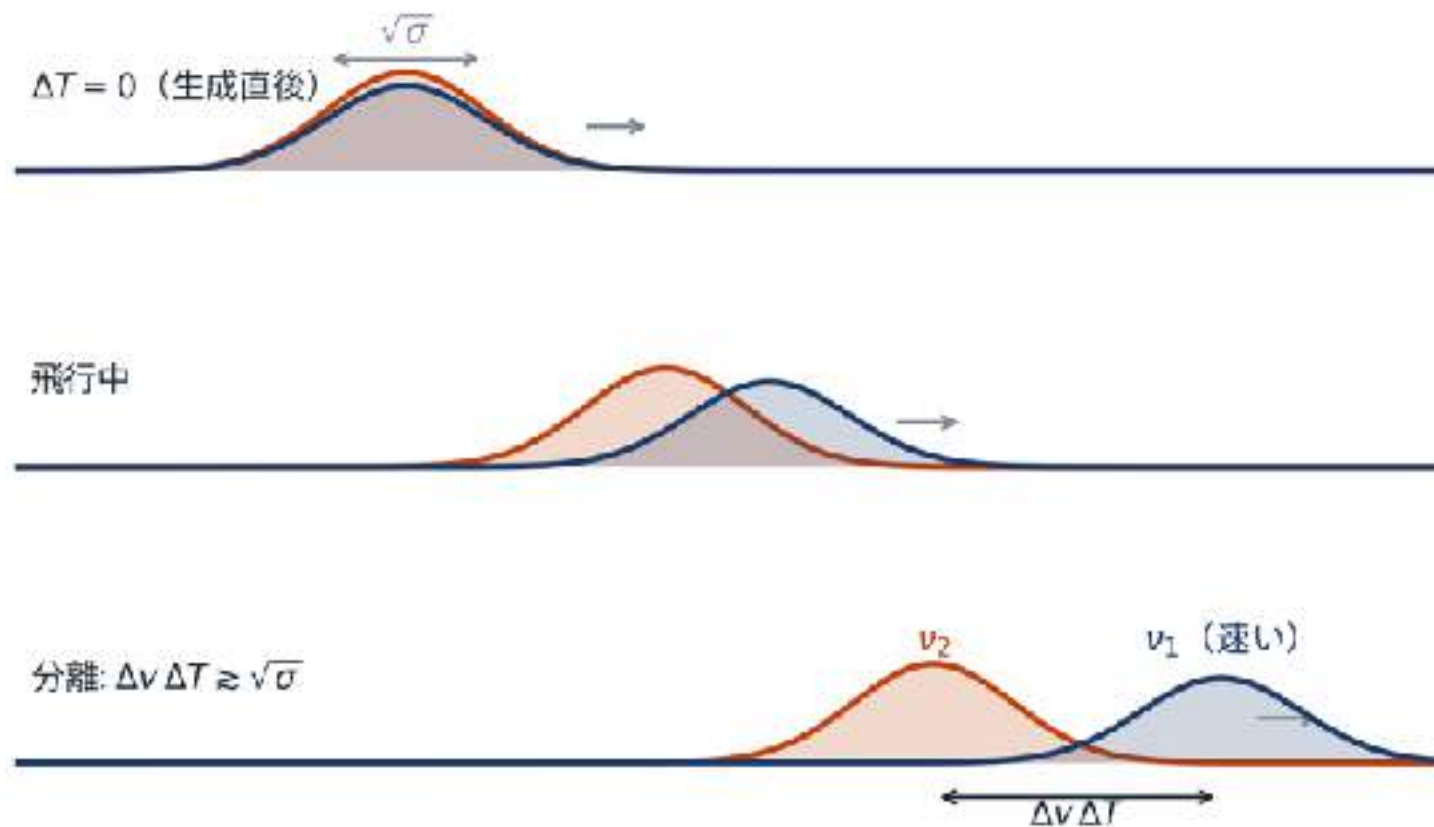


NuFIT 6.1 (2025) best fit values

ニュートリノ振動

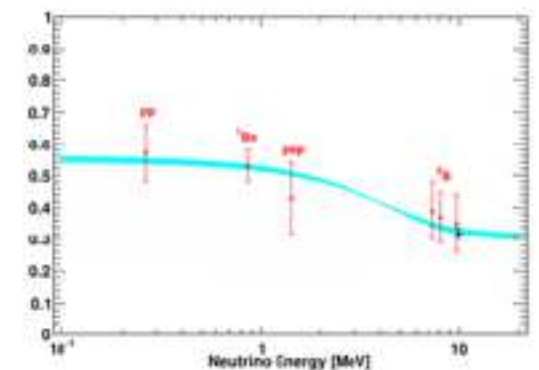
おさらい

- 弱い相互作用の固有状態で作られる：
- 質量の固有状態で飛ぶ：



重なっている間だけ干渉 = 振動 / 離れたら干渉できない = デコヒーレンス

Ianni, PDG 2026



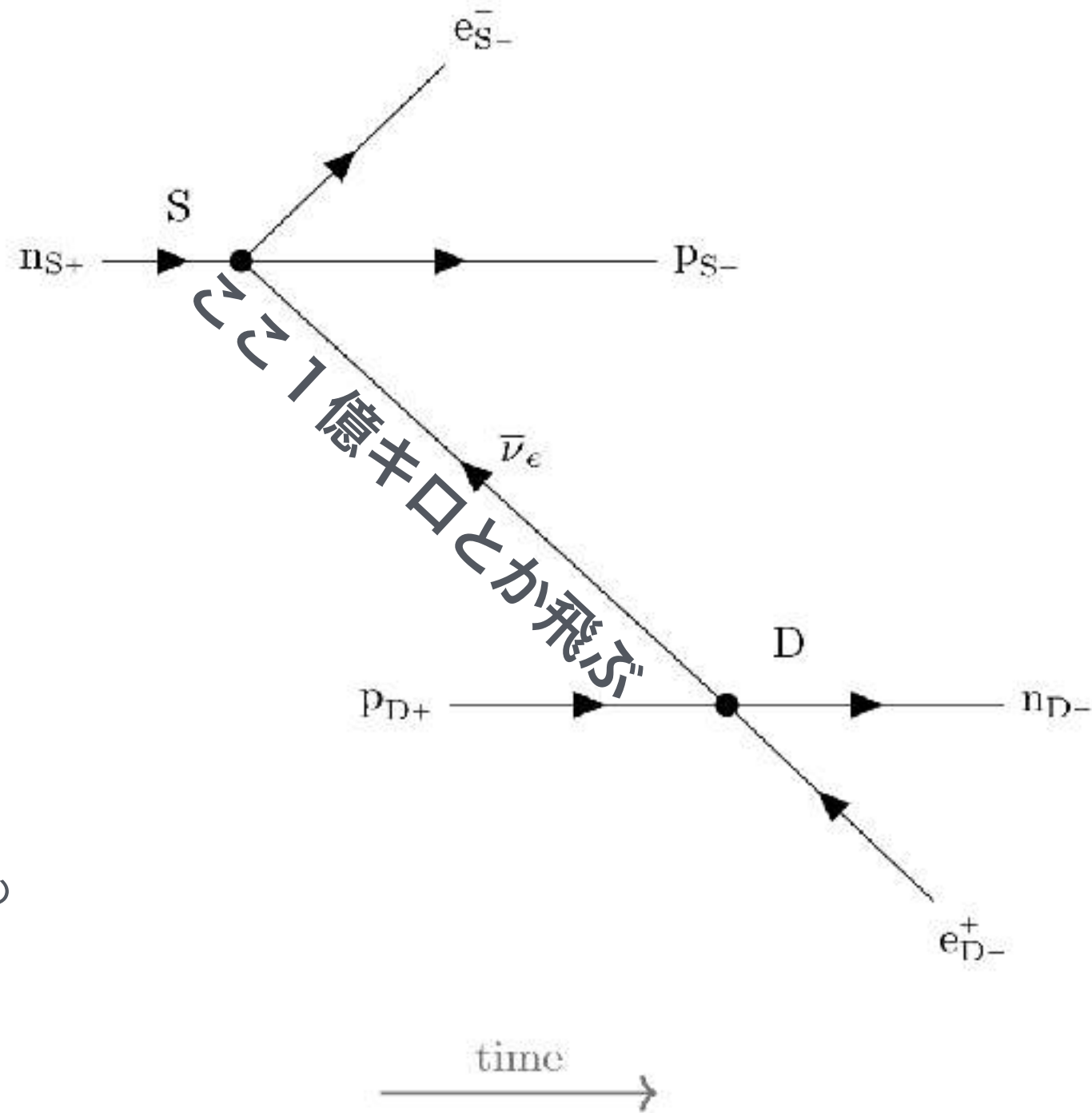
※ 太陽ニュートリノは
0.1 AU も飛ばぬうちに分離

- 弱い相互作用の固有状態で検知：



ニュートリノ振動プロセス

- S行列としてみるとけっこう変な奴
 - 始状態 vs 終状態で分離
 - というでもない
 - どっちかつーと
 - 生成 (S) vs 検知 (D) でも分離？
 - うーんよく考えたらけっこう微妙かも
- Cf. ふつうのS行列は以下の内積：
 - 無限の過去から無限の未来まで決まった始状態
 - 無限の過去から無限の未来まで決まった終状態

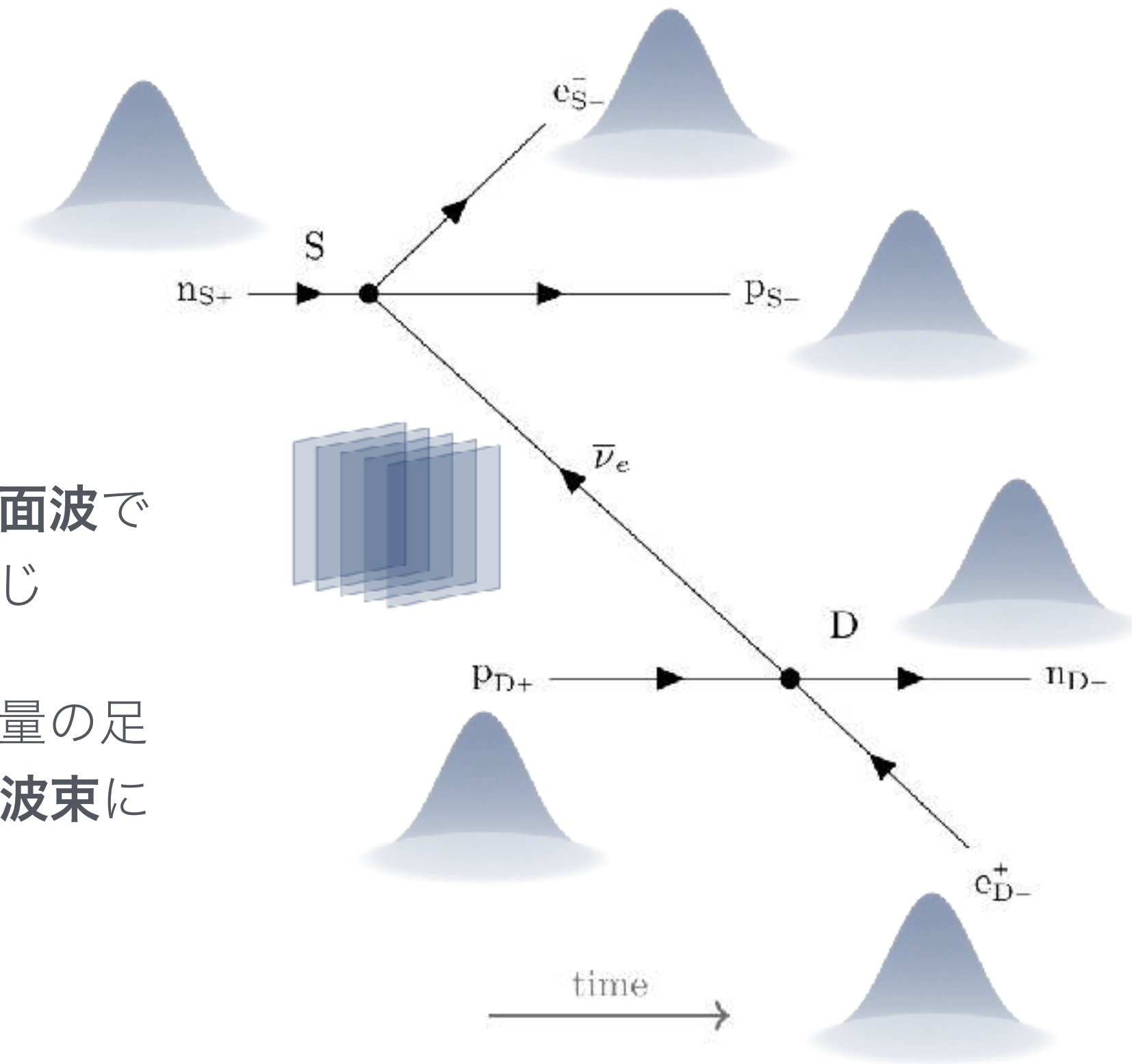


波束の場の量子論

波束のS行列

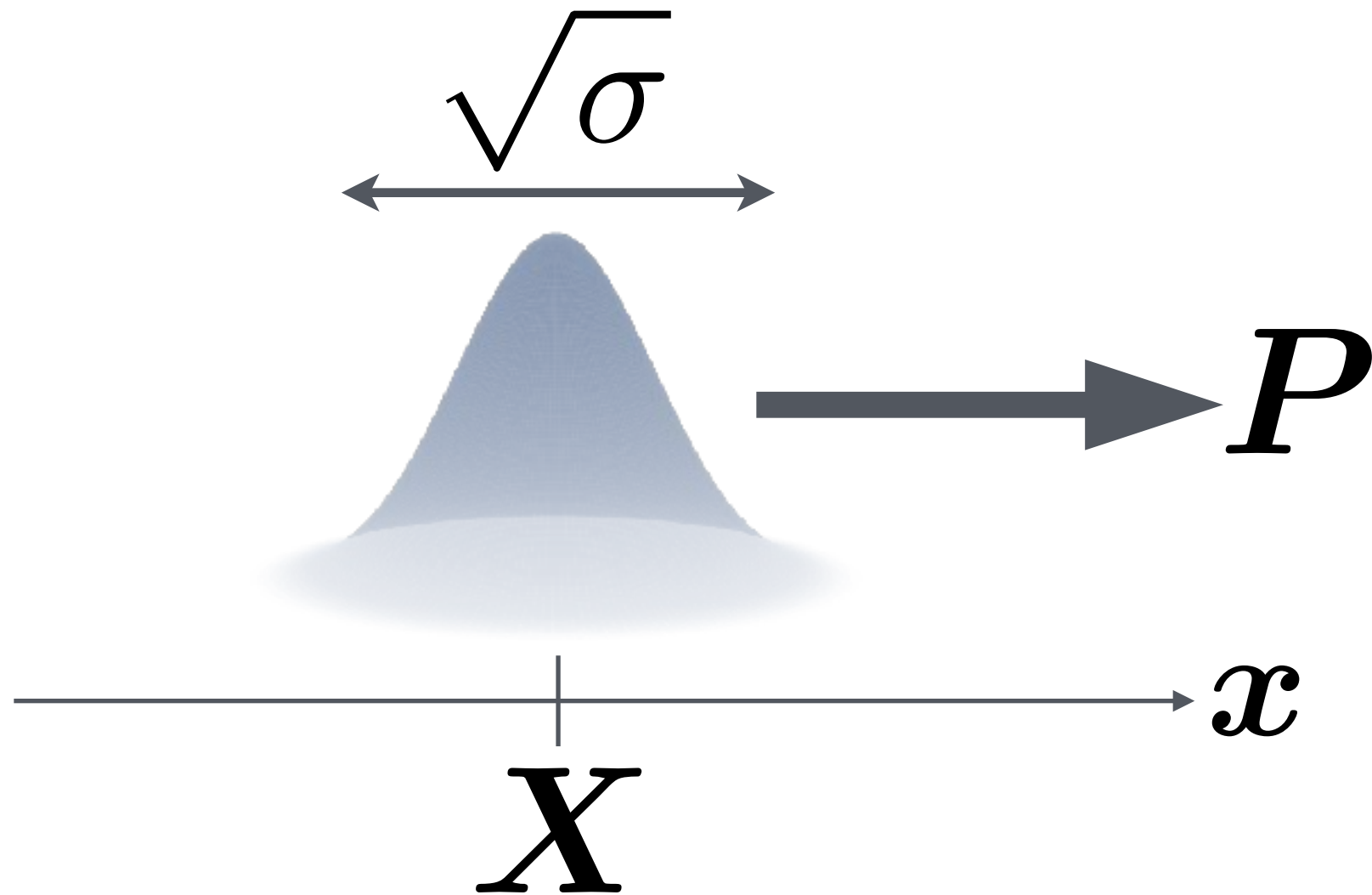
そもそも波束で書かないとニュートリノ振動は起こらない

- 外線は波束で
- 内線（ニュートリノ）は
 - どうせ**完全系**を足すので**平面波**でやっても波束でやっても同じ
 - 平面波でやっても内線運動量の足し上げ（積分）で自動的に**波束**になる



準備

ガウス波束基底



$$\langle p | X, P \rangle \propto e^{-ip \cdot X - \frac{\sigma}{2} (p - P)^2}$$

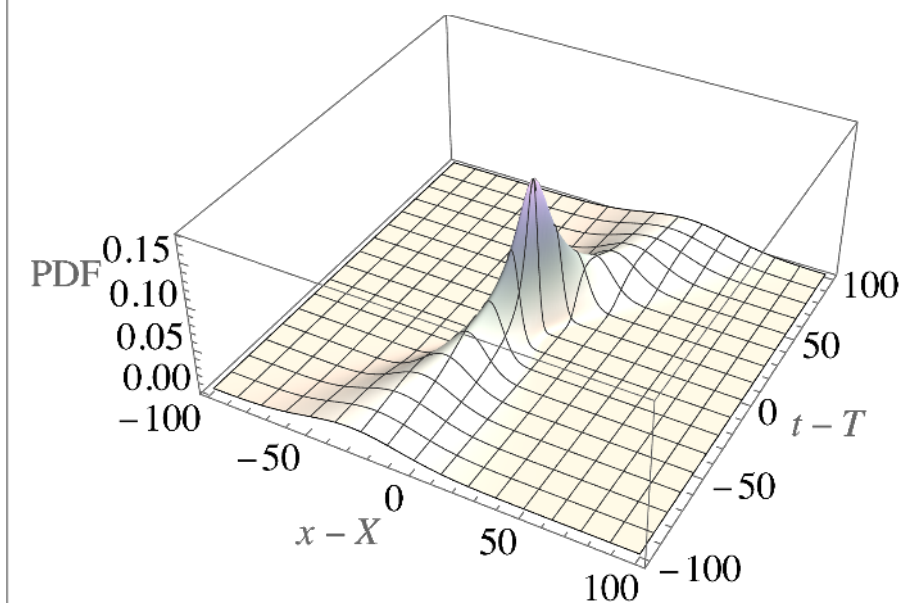
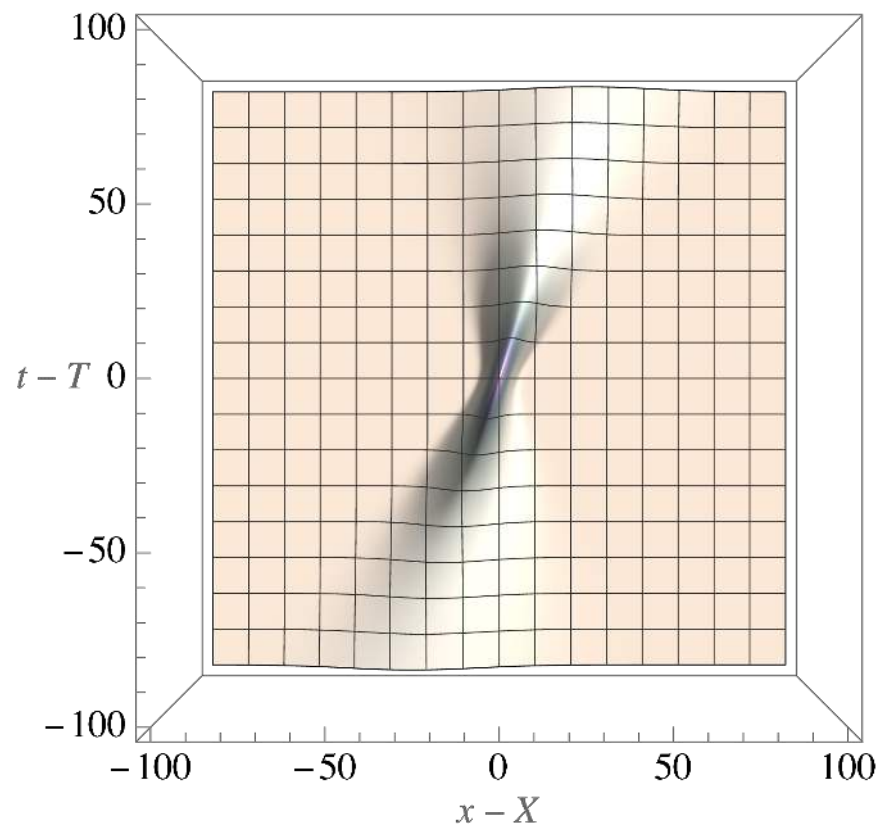
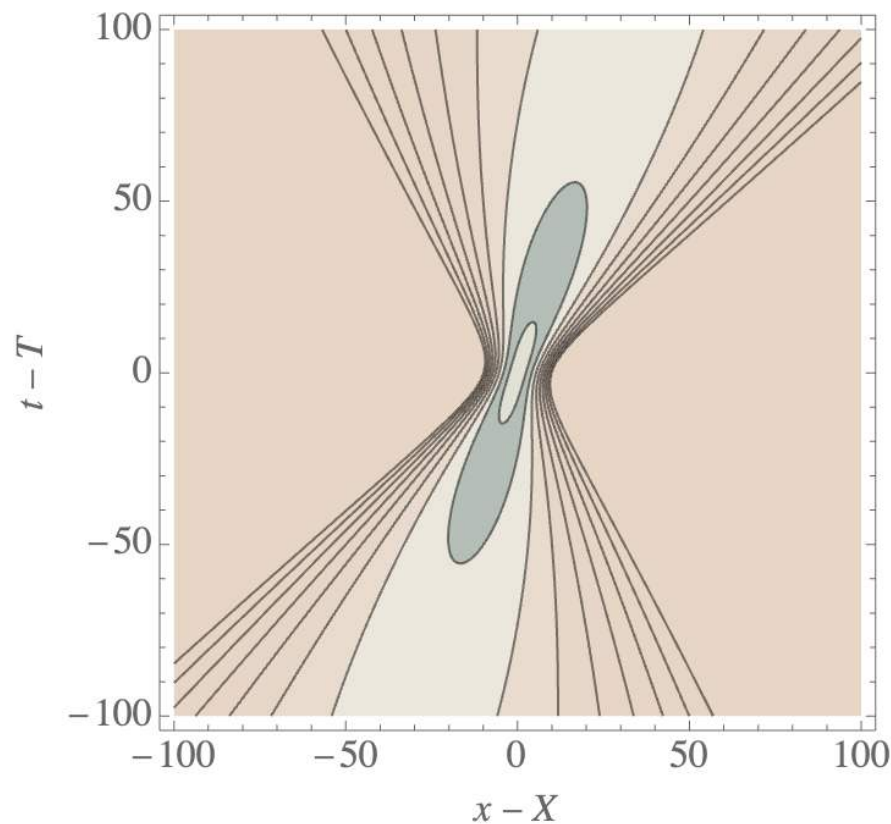
$$\langle x | X, P \rangle \propto e^{iP \cdot (x - X) - \frac{1}{2\sigma} (x - X)^2}$$

自由時間並進

時間“発展”は言葉が悪い (と言ったら松本重貴さんに映画「メッセージ」を勧められる)

$$\langle \mathbf{p} | \vec{X}, \mathbf{P} \rangle \propto e^{-i \vec{p} \cdot \vec{X} - \frac{\sigma}{2} (\mathbf{p} - \mathbf{P})^2} \Big|_{\text{on-shell}}$$

$$\langle \vec{x} | \vec{X}, \mathbf{P} \rangle \propto e^{i \vec{P} \cdot (\vec{x} - \vec{X}) - \frac{1}{2\sigma} (\mathbf{x} - \mathbf{X})^2} \Big|_{\text{on-shell}}$$



完全性

どんな σ (好きに一つ固定) に対しても、時刻 X^0 の超平面上で**完全性**が成立

$$\int \frac{d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{P}}{(2\pi)^3} |\vec{X}, \mathbf{P}\rangle \langle \vec{X}, \mathbf{P}| = \hat{1} \text{—粒子}$$

- **一粒子状態の完全系**が求まれば**自由場**を展開できる。例：実スカラー場

$$\hat{\phi}(\vec{x}) = \int \frac{d^3 \mathbf{X} d^3 \mathbf{P}}{(2\pi)^3} \left(U_{\vec{X}, \mathbf{P}}(\vec{x}) \hat{A}_{\vec{X}, \mathbf{P}} + \text{h.c.} \right)$$

ここで、展開波動関数は

$$U_{\vec{X}, \mathbf{P}}(\vec{x}) = \int \frac{d^3 \mathbf{p}}{\sqrt{2p^0}} \underbrace{\langle \vec{x} | \mathbf{p} \rangle}_{\propto e^{i \vec{p} \cdot \vec{x}}} \underbrace{\langle \mathbf{p} | \vec{X}, \mathbf{P} \rangle}_{\propto e^{-i \vec{p} \cdot \vec{X} - \frac{\sigma}{2} (\mathbf{p} - \mathbf{P})^2}} \Bigg|_{\text{on-shell}}$$

- Lorentz 不変/共変な一般化もあり $\square$ [Oda, Wada, 2021; 2024]

バックアップ

一粒子状態との対応

$$\hat{A}_{\vec{X}, P} = \int d^3 p \underbrace{\langle \vec{X}, P | p \rangle}_{\propto e^{i \vec{p} \cdot \vec{X} - \frac{\sigma}{2} (p-P)^2}} \hat{a}_p \Bigg|_{\text{on-shell}}$$

$$\hat{A}_{\vec{X}, P} |0\rangle = |\vec{X}, P\rangle$$

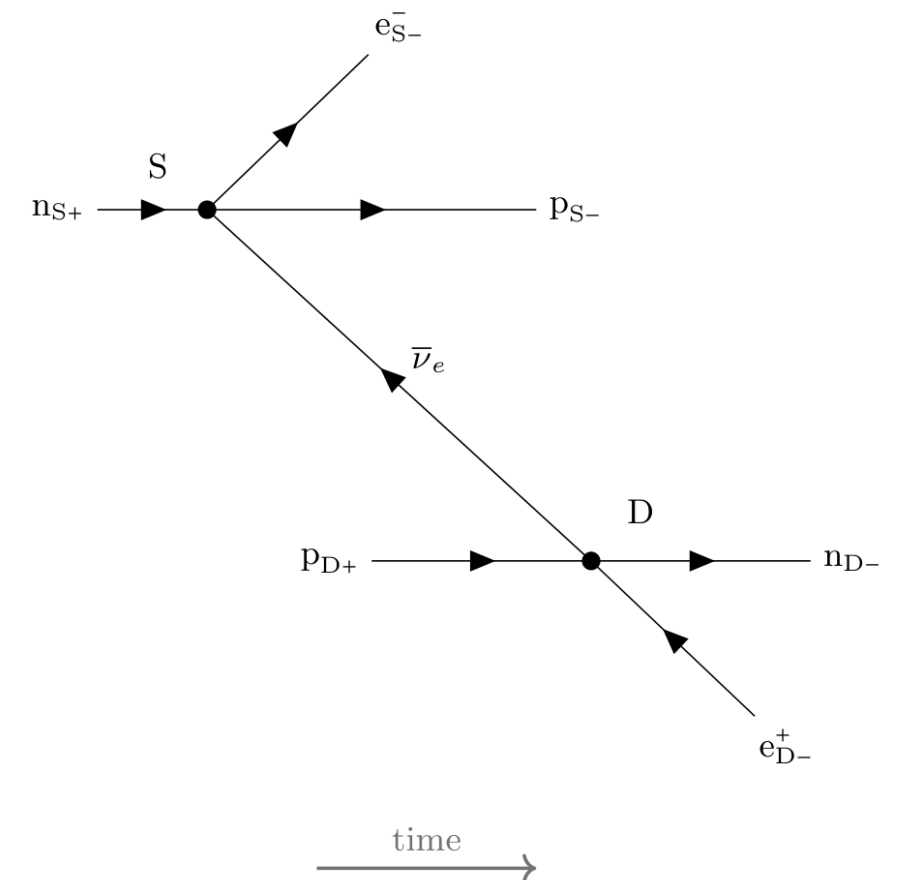
波束の場の理論による ニュートリノ振動

振り返り

ここからさき力尽きて概ねAI作（フォントでわかります）

捉え直し: 中間状態は本当に「伝わって」いるのか

- 振動するニュートリノは**直接観測されない**
→ 中間状態 (off-shell) としての記述が自然
- 冒頭の通り、外線が**波束**であることが振動の**存在条件** (平面波では質量が確定して干渉が消える)
- 生成 (S)・検出 (D) の Gauss 波束が時空の局在を与える



振幅の解剖 — 伝播時間 ΔT は式の中にいる

外部波束モデルの振幅（鞍点法で外線・頂点積分を評価した後）：

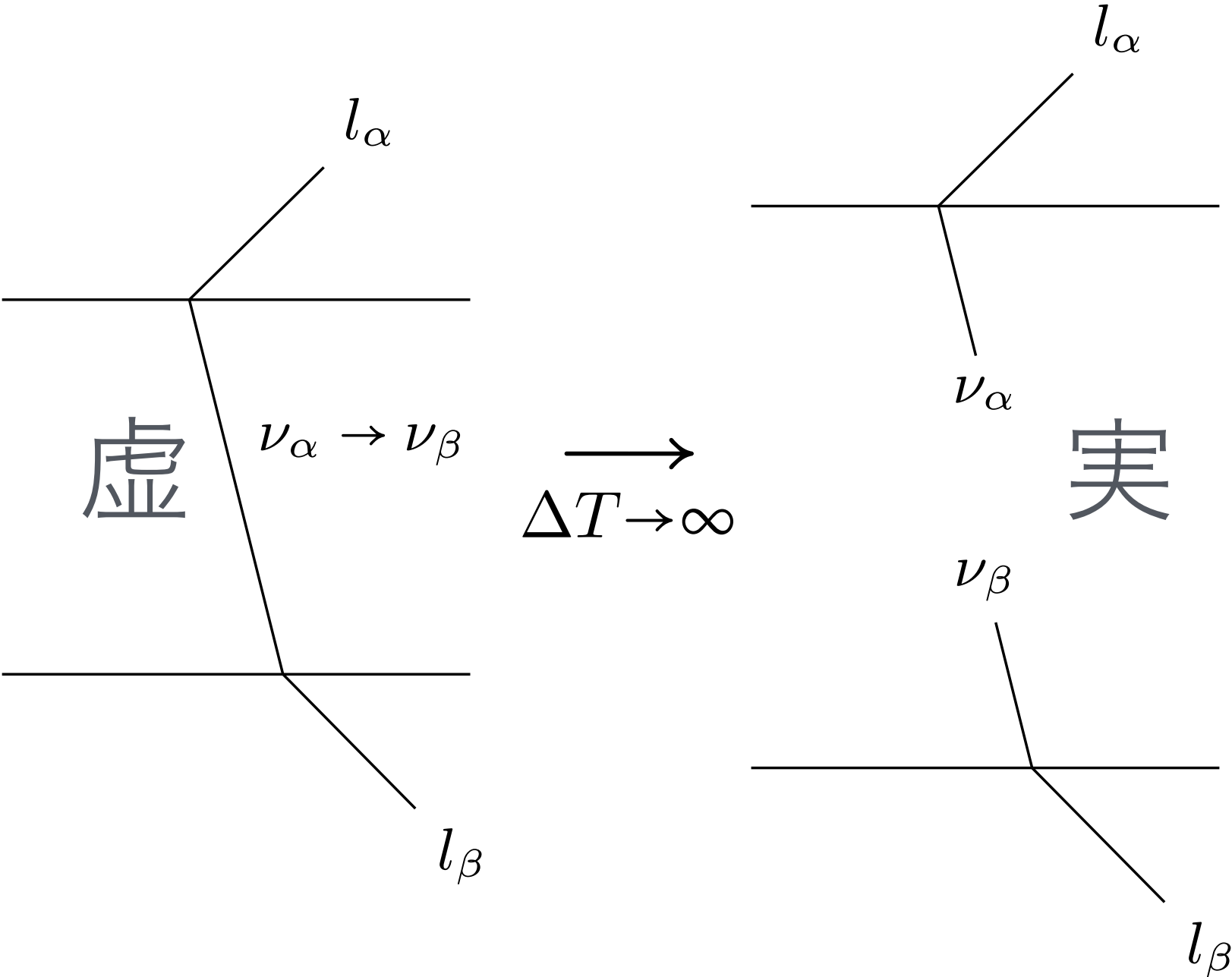
$$\mathcal{A}_{l,\alpha\beta} \simeq \underbrace{\int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \underbrace{G(p)}_{\text{伝播関数}} \underbrace{\Psi(p)}_{\text{波束 overlap (Gauss 重み)}} e^{-ip^0 \Delta T + ip \cdot L}}_{\text{伝播運動量の積分}} \times M_{l,\alpha\beta}$$

- 位相に ΔT と L が現れる — 「いつ・どこまで」が問える構造
- Gauss 波束は Lorentz 不変性を破り、閉形式は一般に不可能 → 鞍点法が道具

Jacob-Sachs (Grimus-Stockinger) 定理

$$I(\Delta T) := \int dp_{\nu_I}^0 G(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) \Psi(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) e^{-ip_{\nu_I}^0 \Delta T} \xrightarrow{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{\pi Z}{\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2}} \Psi\left(\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2}, \mathbf{p}_{\nu_I}\right) e^{-i\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2} \Delta T}$$

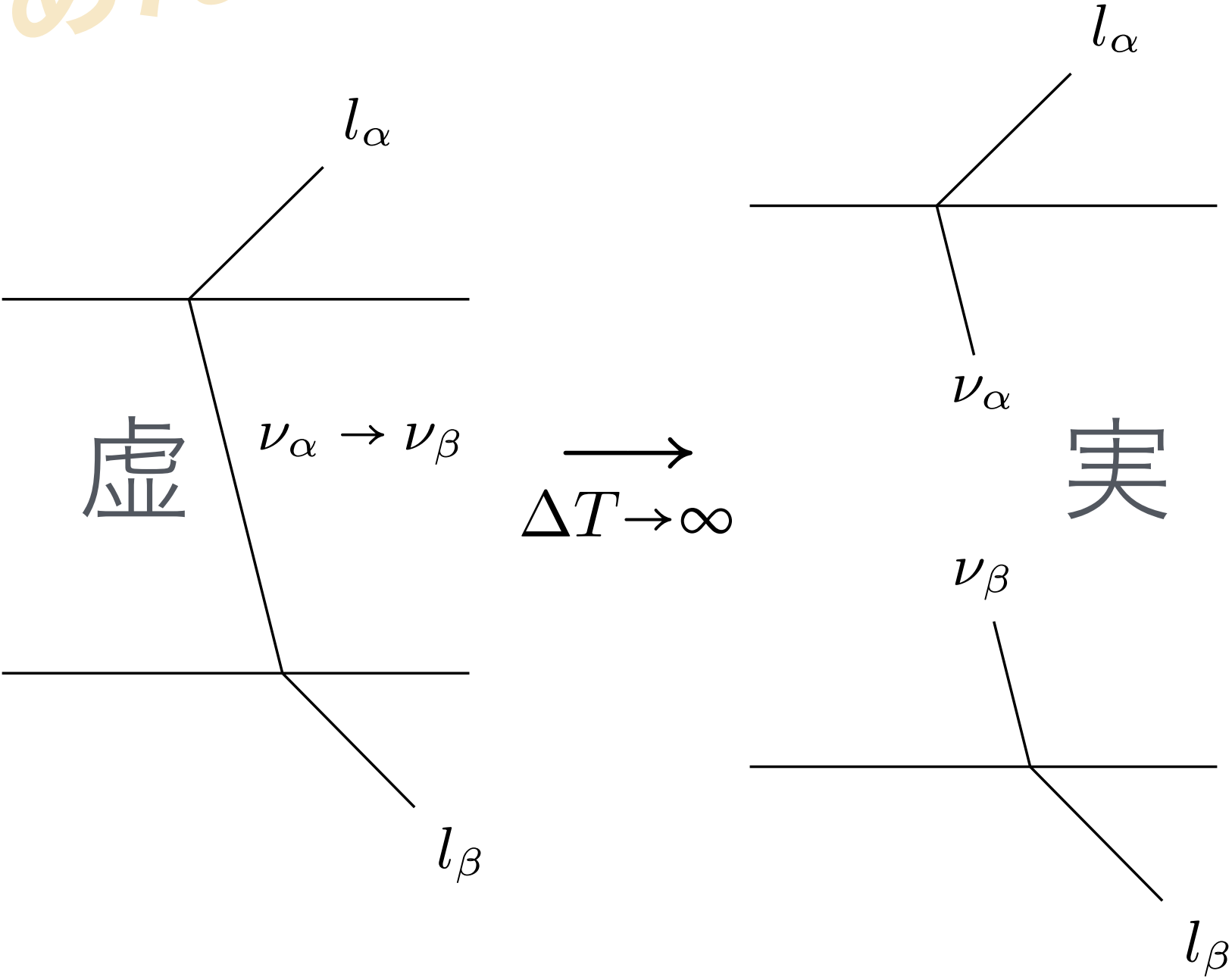
$$z_{\nu_I} := m_{\nu_I}^2 - im_{\nu_I} \Gamma_{\nu_I}$$



Jacob-Sachs (Grimus-Stockinger) 定理

$$I(\Delta T) := \int dp_{\nu_I}^0 G(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) \Psi(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) e^{-ip_{\nu_I}^0 \Delta T} \xrightarrow{\Delta T \rightarrow \infty} \frac{\pi Z}{\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2}} \Psi\left(\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2}, \mathbf{p}_{\nu_I}\right) e^{-i\sqrt{z_{\nu_I} + \mathbf{p}_{\nu_I}^2} \Delta T}$$

$$z_{\nu_I} := m_{\nu_I}^2 - im_{\nu_I} \Gamma_{\nu_I}$$



Q. 最初に虚だったやつが
どうやって実になんの？

Jacob-Sachs 定理の 2 つの未解決

- 既知: $\Delta T \rightarrow \infty$ で中間状態は実粒子として振る舞い、振動する (Jacob-Sachs)
- 未解決 その 1: 仮想として生まれた状態は、**どうやって極に到達し実在になるのか**
- 未解決 その 2: **短い伝播時間**では漸近形はどう修正されるのか

本研究

先ほどの伝播運動量積分を鞍点法で直接評価し、両方に答える

振動は「実在としての伝播」

- **外部波束モデルなら、それがいつ始まるかを計算できる**

ニュートリノはすぐには
振動しない

バックアップ

実際に計算する量

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_I(\nu_\alpha \rightarrow \nu_\beta) &= \langle i'_{\text{S}-}, j'_{\text{S}-}, \cdots, a'_{\text{D}-}, b'_{\text{D}-}, \cdots | T \left[\left(i \int d^4 x_{\text{S}} \right) \left(i \int d^4 x_{\text{D}} \right) \widehat{\mathcal{L}}_{\text{eff}}^{\text{S}}(x_{\text{S}}) \widehat{\mathcal{L}}_{\text{eff}}^{\text{D}}(x_{\text{D}}) \right] | i_{\text{S}+}, j_{\text{S}+}, \cdots, a_{\text{D}+}, b_{\text{D}+}, \cdots \rangle \\ &\simeq - \int d^4 x_{\text{S}} \int d^4 x_{\text{D}} \\ &\quad \times \sum_I \int \frac{d^4 p_{\nu_I}}{(2\pi)^4} G(p_{\nu_I}^0, \boldsymbol{p}_{\nu_I}) M_{I, \alpha\beta}(m_{\nu_I}, p_{\nu_I}^0, \boldsymbol{p}_{\nu_I}) \\ &\quad \times \left[e^{-ip_{\nu_I} \cdot x_{\text{S}}} \prod_{\mathcal{N}_{\text{S}\pm}=i_{\text{S}+}, j_{\text{S}+}, \cdots i'_{\text{S}-}, j'_{\text{S}-} \cdots} \Phi_{\mathcal{N}_{\text{S}\pm}}(x_{\text{S}}^0, \boldsymbol{x}_{\text{S}}) \right] \left[e^{ip_{\nu_I} \cdot x_{\text{D}}} \prod_{\mathcal{N}_{\text{D}\pm}=a_{\text{D}+}, b_{\text{D}+}, \cdots a'_{\text{D}-}, b'_{\text{D}-} \cdots} \Phi_{\mathcal{M}_{\text{D}\pm}}(x_{\text{D}}^0, \boldsymbol{x}_{\text{D}}) \right]\end{aligned}$$

バックアップ

相互作用の空間位置の積分結果（鞍点法）

$$\mathcal{A}_{I,\alpha\beta} \simeq \int \frac{d^4 p_{\nu_I}}{(2\pi)^4} G(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) \Psi(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) e^{-ip_{\nu_I}^0 \Delta T + i\mathbf{p}_{\nu_I} \cdot \mathbf{L} + i\varphi} \\ \times M_{I,\alpha\beta}(m_{\nu_I}, p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}),$$

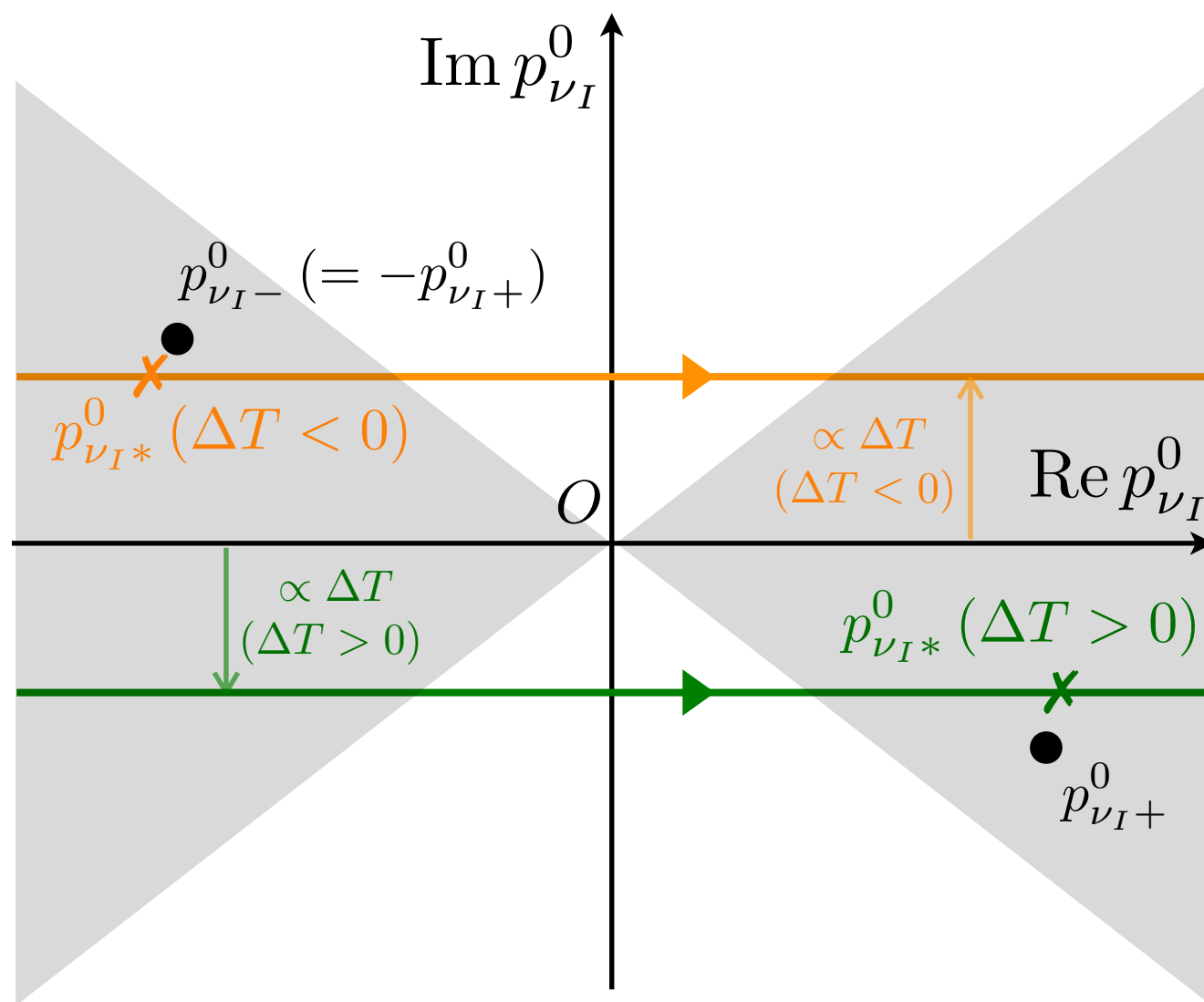
$$G(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) := \frac{-i}{p_{\nu_I}^2 + m_{\nu_I}^2 - im_{\nu_I} \Gamma_{\nu_I}} \quad \Psi(p_{\nu_I}^0, \mathbf{p}_{\nu_I}) := \prod_{\mathbf{R}=\mathbf{S},\mathbf{D}} (2\pi\sigma_{t,\mathbf{R}})^{\frac{1}{2}} (2\pi\sigma_{\mathbf{R}})^{\frac{3}{2}} \left[\prod_{\mathcal{N}_{\mathbf{R}\pm}} \frac{(\pi\sigma_{\mathcal{N}_{\mathbf{R}\pm}})^{-\frac{3}{4}}}{\sqrt{2E_{\mathcal{N}_{\mathbf{R}}}(\mathbf{P}_{\mathcal{N}_{\mathbf{R}\pm}})}} \right] \\ \times \exp\left(-\frac{\sigma_{\mathbf{R}}}{2} \left((-1)^{\mathbf{R}} p_{\nu_I}^i - \overline{P^i}_{\mathbf{R}0}\right)^2\right) \\ \times \exp\left(-\frac{\sigma_{t,\mathbf{R}}}{2} \left((-1)^{\mathbf{R}} p_{\nu_I}^0 - \overline{P^0}_{\mathbf{R}0} - q_{\mathbf{R}}(\mathbf{p}_{\nu_I})\right)^2\right) \\ \times \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_{\mathbf{R}}} \left(\overline{X_{\star}^i(T_{\mathbf{R}})}_{\mathbf{R}1}^2 - (X_{\mathbf{R}}^i)^2\right)\right).$$

$$\exp(i\varphi) := \exp\left(-i\left(\overline{P^0}_{\mathbf{S}0} T_{\mathbf{S}} + \overline{P^0}_{\mathbf{D}0} T_{\mathbf{D}}\right) + i\left(\overline{\mathbf{P}}_{\mathbf{S}0} \cdot \mathbf{X}_{\mathbf{S}} + \overline{\mathbf{P}}_{\mathbf{D}0} \cdot \mathbf{X}_{\mathbf{D}}\right) - i\left(\overline{P \cdot X}_{\mathbf{S}0} + \overline{P \cdot X}_{\mathbf{D}0}\right)\right)$$

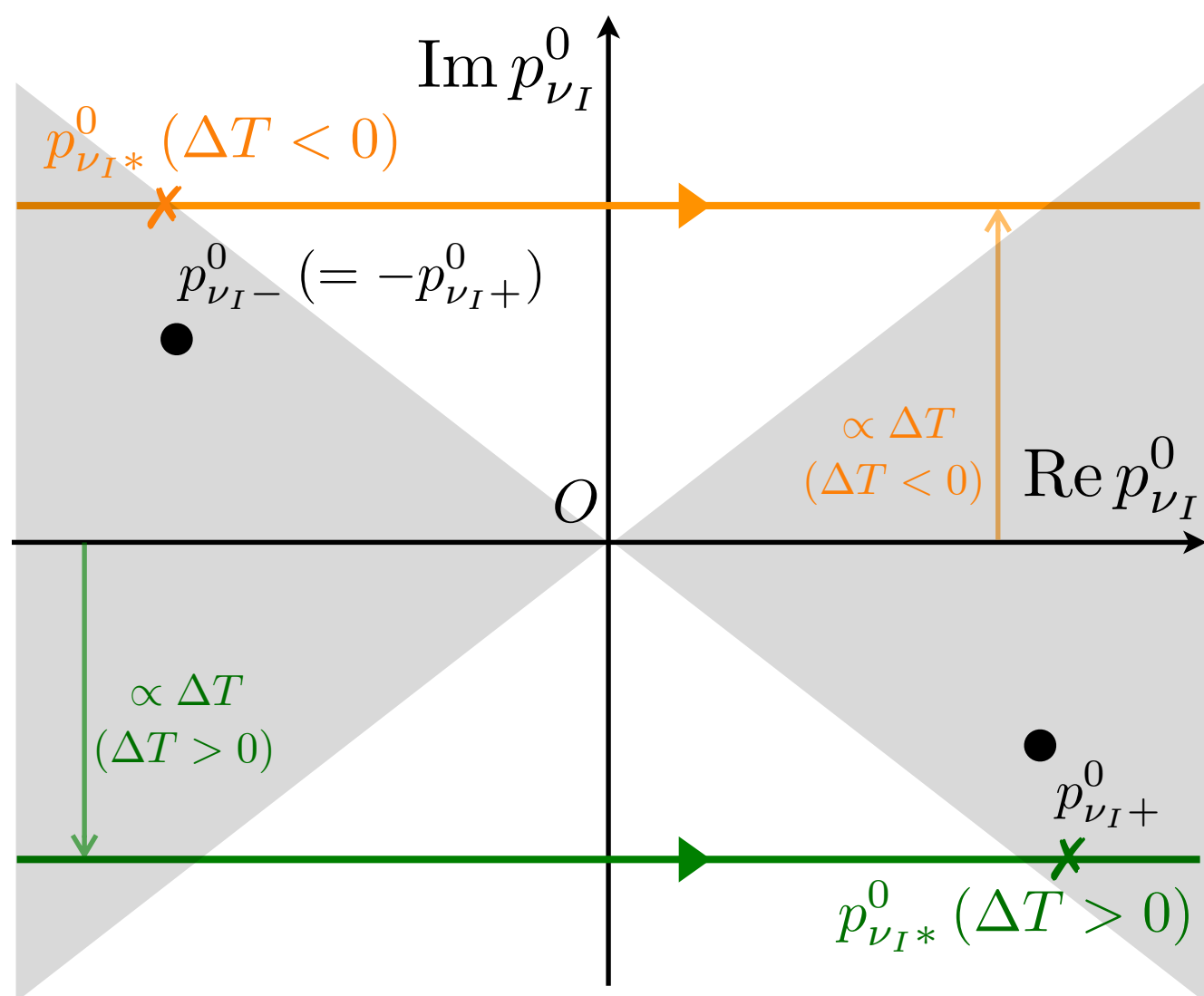
我々の発見

ニュートリノは如何にして実化するか

for $|\Delta T| < \Delta T_{\text{th},I}(\mathbf{p}_{\nu_I})$

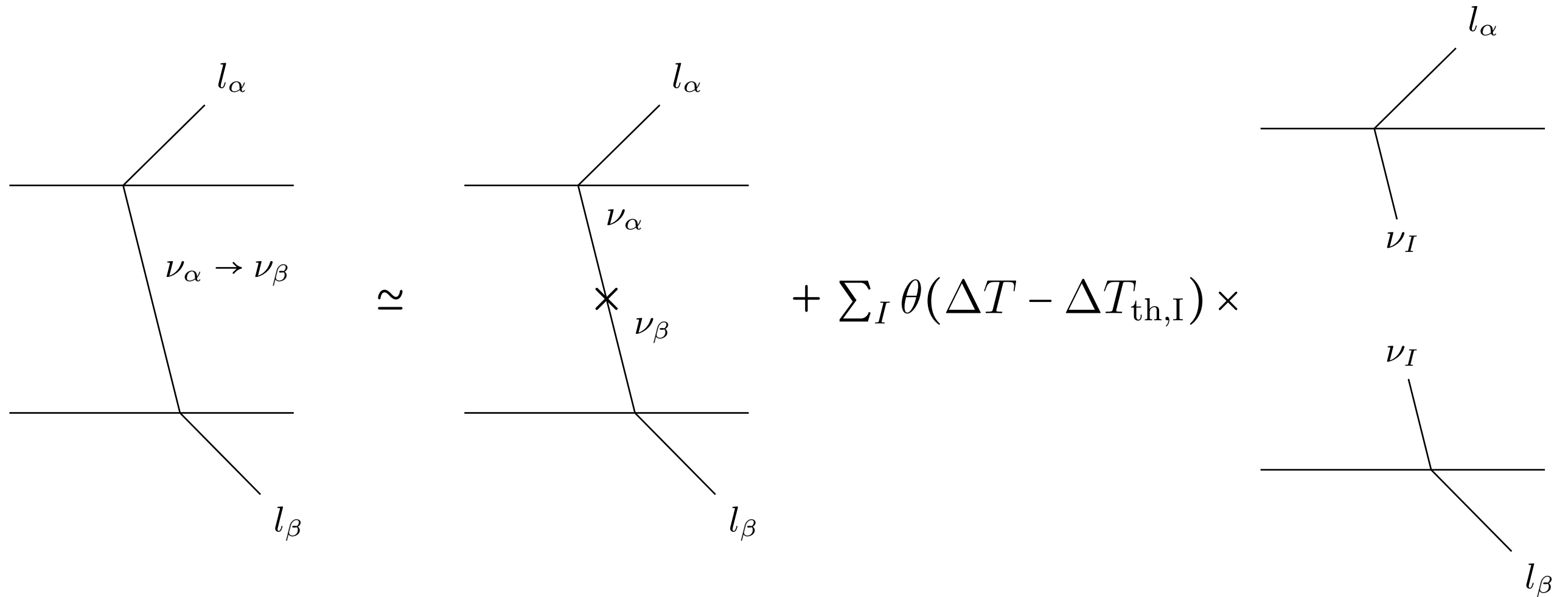


for $|\Delta T| > \Delta T_{\text{th},I}(\mathbf{p}_{\nu_I})$



ニュートリノの虚運動量の鞍点積分

ニュートリノは極を拾って実化する



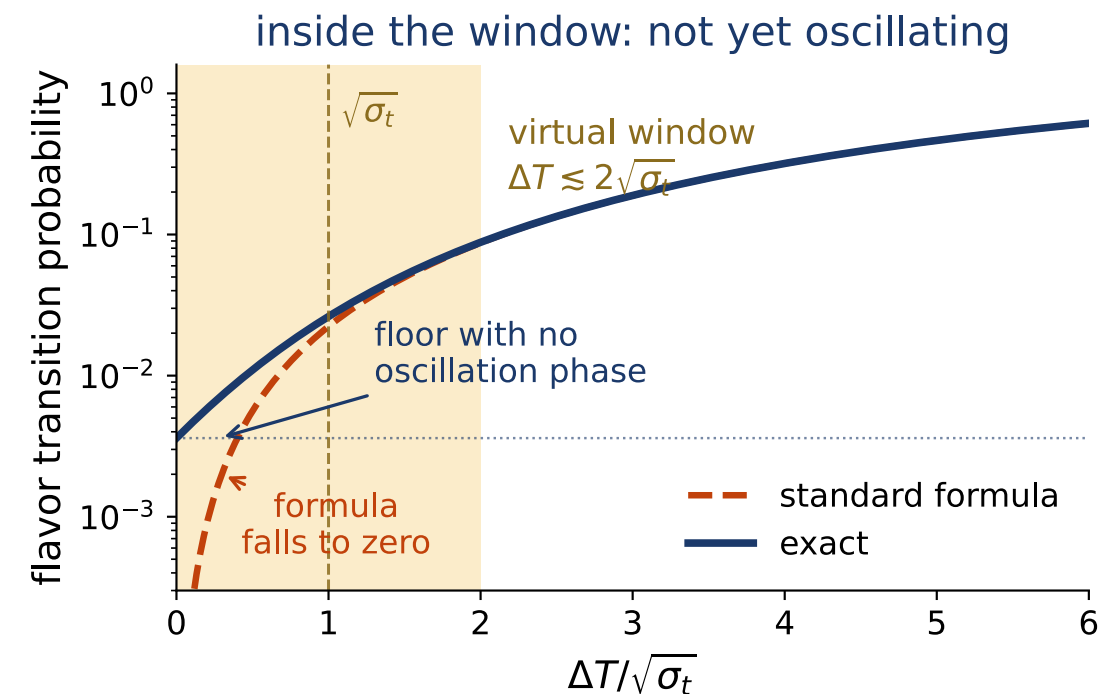
$$\mathcal{A}_{I,\alpha\beta} = \mathcal{A}_{I,\alpha\beta}^{\text{vi}} + \theta(\Delta T - \Delta T_{\text{th},I}(\mathbf{P}_\nu)) \mathcal{A}_{I,\alpha\beta}^{\text{re}}$$

エネルギー積分 = 伝播関数の「時間平均」

以下 $\sigma_t := \sigma_{t,S+D}$ ($1/\sqrt{\sigma_t}$ = エネルギー不確定性)。正エネルギー極の近傍で

$$J_I(\Delta T) := \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp^0 e^{-\frac{\sigma_t}{2}(p^0 - p_\nu^0)^2} \frac{e^{-i(p^0 - p_\nu^0)\Delta T}}{p^0 - E_I + i\gamma_I}$$

- 読み: 平面波の伝播関数を幅 $\sqrt{\sigma_t}$ で時間平均したもの
- 窓 $\Delta T \lesssim \sqrt{\sigma_t}$ の中では振動位相が育たない → 仮想の床

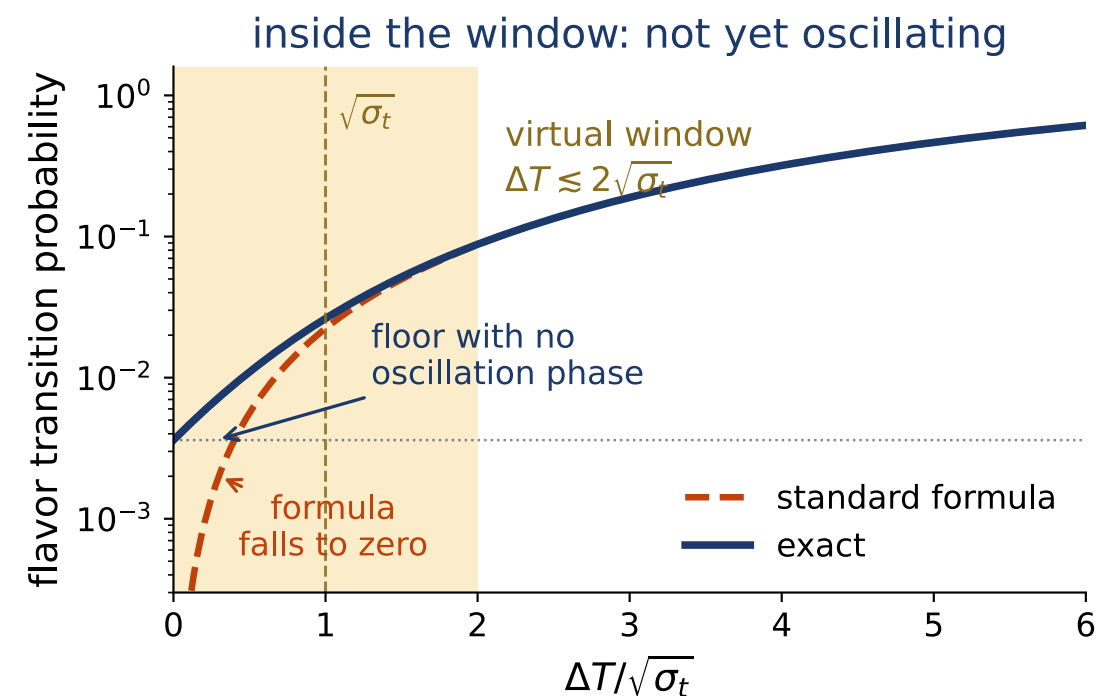


エネルギー積分 = 伝播関数の「時間平均」

以下 $\sigma_t := \sigma_{t,S+D}$ ($1/\sqrt{\sigma_t}$ = エネルギー不確定性)。正エネルギー極の近傍で

$$J_I(\Delta T) := \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dp^0 e^{-\frac{\sigma_t}{2}(p^0 - p_\nu^0)^2} \frac{e^{-i(p^0 - p_\nu^0)\Delta T}}{p^0 - E_I + i\gamma_I}$$

- 読み: 平面波の伝播関数を幅 $\sqrt{\sigma_t}$ で時間平均したもの
- 窓 $\Delta T \lesssim \sqrt{\sigma_t}$ の中では振動位相が育たない → 仮想の床



実在化の機構 — 閾値は滑らかな crossover になる

- 鞍点の虚部は ΔT に比例して成長 → 極を跨いだ瞬間に実在伝播が現れる

- 厳密には（閉形式）

$$J_I = \frac{1}{2} e^{-\kappa_I \Delta T + \frac{\sigma_t}{2} \kappa_I^2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\kappa_I \sigma_t - \Delta T}{\sqrt{2\sigma_t}} \right]$$

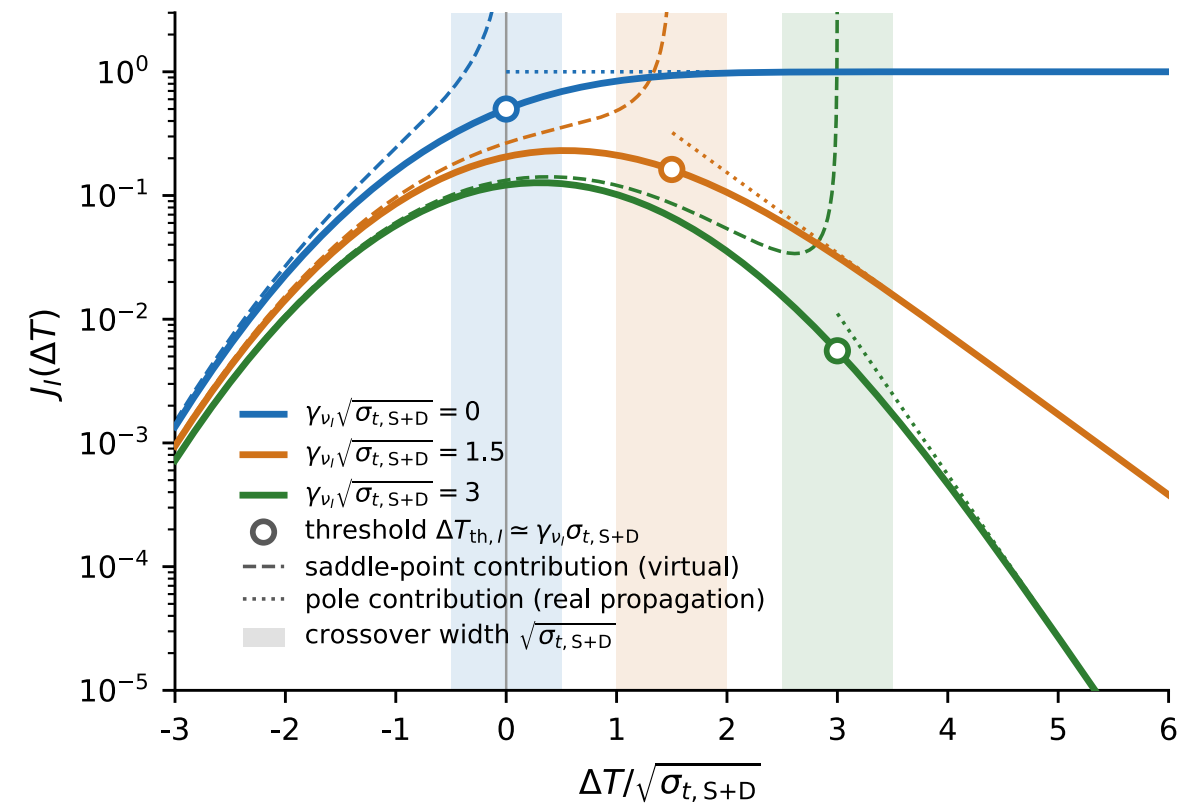
- crossover 中心 = ΔT_{th} 、幅 = $\sqrt{\sigma_t}$

- lock-in: $J(\Delta T_{\text{th}}) = \frac{1}{2} e^{-n^2/2}$ 、

$$n := \gamma_I \sqrt{\sigma_t}$$

→ 分離がそのまま抑制指数

正直な接続: 概要では「閾値を超えて初めて」と書いた — 検算で幅が主役と分かった (v2 改訂中)



実在化の機構 — 閾値は滑らかな crossover になる

- 鞍点の虚部は ΔT に比例して成長 →
極を跨いだ瞬間に実在伝播が現れる

- 厳密には（閉形式）

$$J_I = \frac{1}{2} e^{-\kappa_I \Delta T + \frac{\sigma_t}{2} \kappa_I^2} \operatorname{erfc} \left[\frac{\kappa_I \sigma_t - \Delta T}{\sqrt{2\sigma_t}} \right]$$

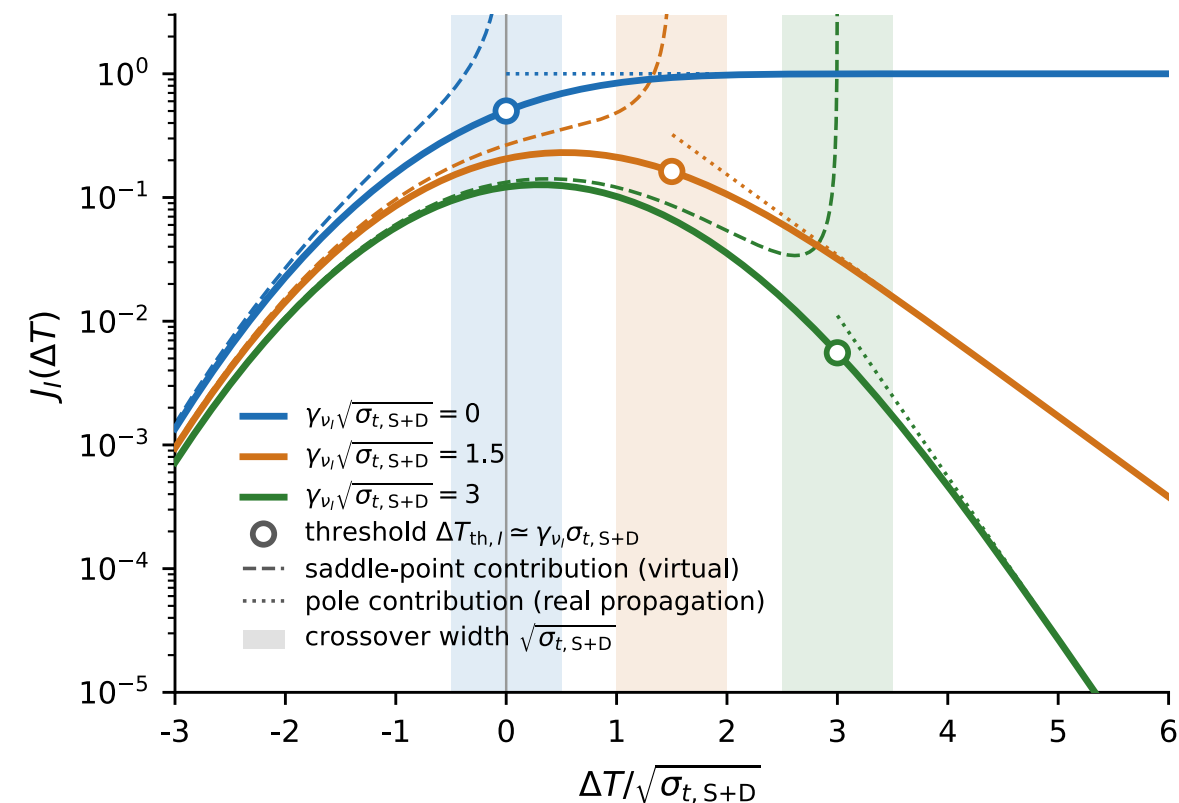
- crossover 中心 = ΔT_{th} 、幅 = $\sqrt{\sigma_t}$

- lock-in: $J(\Delta T_{\text{th}}) = \frac{1}{2} e^{-n^2/2}$ 、

$$n := \gamma_I \sqrt{\sigma_t}$$

→ **分離がそのまま抑制指数**

正直な接続: 概要では「閾値を超えて初めて」と書いた — 検算で幅が主役と分かった (~~v2 改訂中~~)



今日 arXiv に出てる（はず）

SM ニュートリノの数字 — 答えは窓

- SM ν : $n \lesssim 10^{-59}$ (典型的な実験では $\sim 10^{-71}$)
- $\rightarrow$ 閾値は窓の中に深く埋もれ、立ち上がりを決めるのは窓 $\sqrt{\sigma_t} \sim 10^{-18}$ 秒
- 中間状態 I に依らない (= どの質量固有状態も同じ時刻に「実在化」する)

ニュートリノは、すぐには振動しない

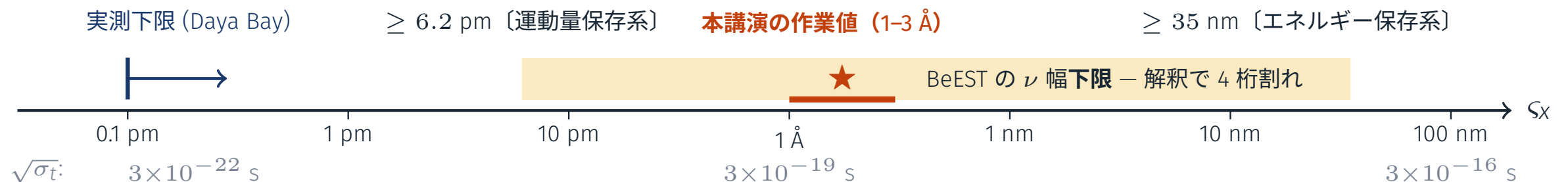
— ただし 10^{-18} 秒だけ

バックアップ: 窓 $\sqrt{\sigma_t} \sim 10^{-18}$ s の出どころ

$$\varsigma_x \sim 1 \text{ \AA} \text{ (原子スケール)} \implies \sqrt{\sigma_t} \approx \varsigma_x/c \sim 3 \times 10^{-19} \text{ s} \implies 1/\sqrt{\sigma_t} \sim 2 \text{ keV}$$

本編の 10^{-18} s は 3 Å 相当の丸め。 $\varsigma_x := \sqrt{2\sigma_{S+D}} = S+D$ 合成の空間幅 [O(1) 因子は略]

- 外線（束縛核子・原子）の局在が波束幅を決める — 合成幅は**最小の波束が支配** [IV D (i)(ii)]
- 形式の適用**下限** = 非相対論的外線の de Broglie 波長 — 室温の陽子で $\sim 1 \text{ \AA}$ [IV D (v)]
- **直接測定は未達成**（実測は下限のみ） — 1 発の波束幅 $\neq$ 集団のスペクトル幅（熱ドップラー等）

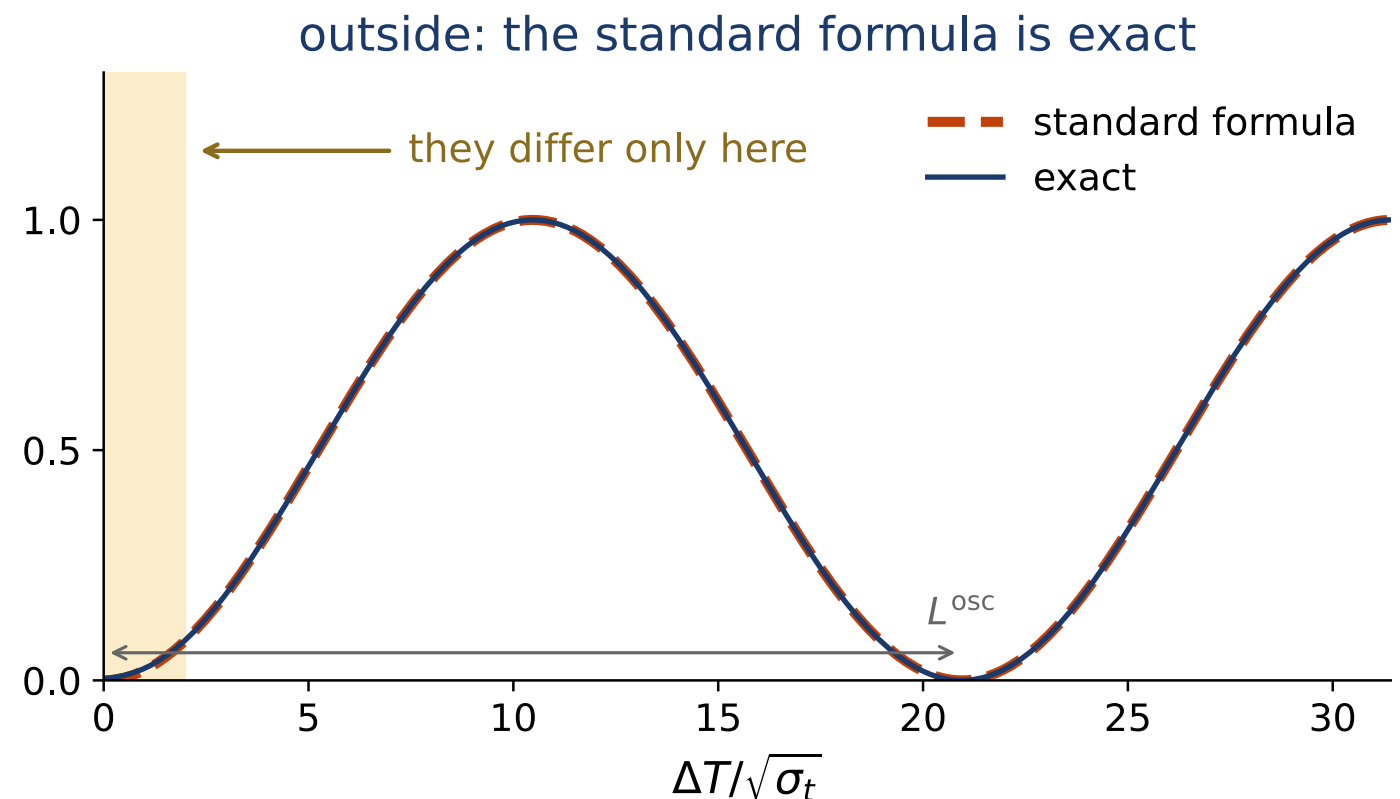


講演の結論はこの全帯域で不変 — n の上限 $m_\nu \Gamma_\nu / 2\Delta m^2 \sim 10^{-59}$ は σ_t **非依存** / 典型的 n は 10^{-73} – 10^{-69} / 窓 $\ll$ 基線 は常に成立。幅の**実測こそ開いた問題** (BeEST 型・JUNO)

標準公式は思ったより正しく、
境目は思ったより普遍的である

帰結 1: 窓のすぐ外から、標準公式は「厳密」

- $\Delta T \gtrsim$ 数 $\sqrt{\sigma_t}$ で厳密振幅と標準公式は 10^{-3} 以下で一致、ずれは Gauss 的に消える
- 適用域が**両側から**確定:
長距離側 = デコヒーレンス
短時間側 = 窓
- 窓 vs 基線: どんな実験も最初の $\sim 10^{-10}$ m は窓の中
→ 実務は安泰、原理は新しい



帰結 2: 境目はニュートリノだけのものではない

$n = \gamma\sqrt{\sigma_t}$ が住人を分類する:

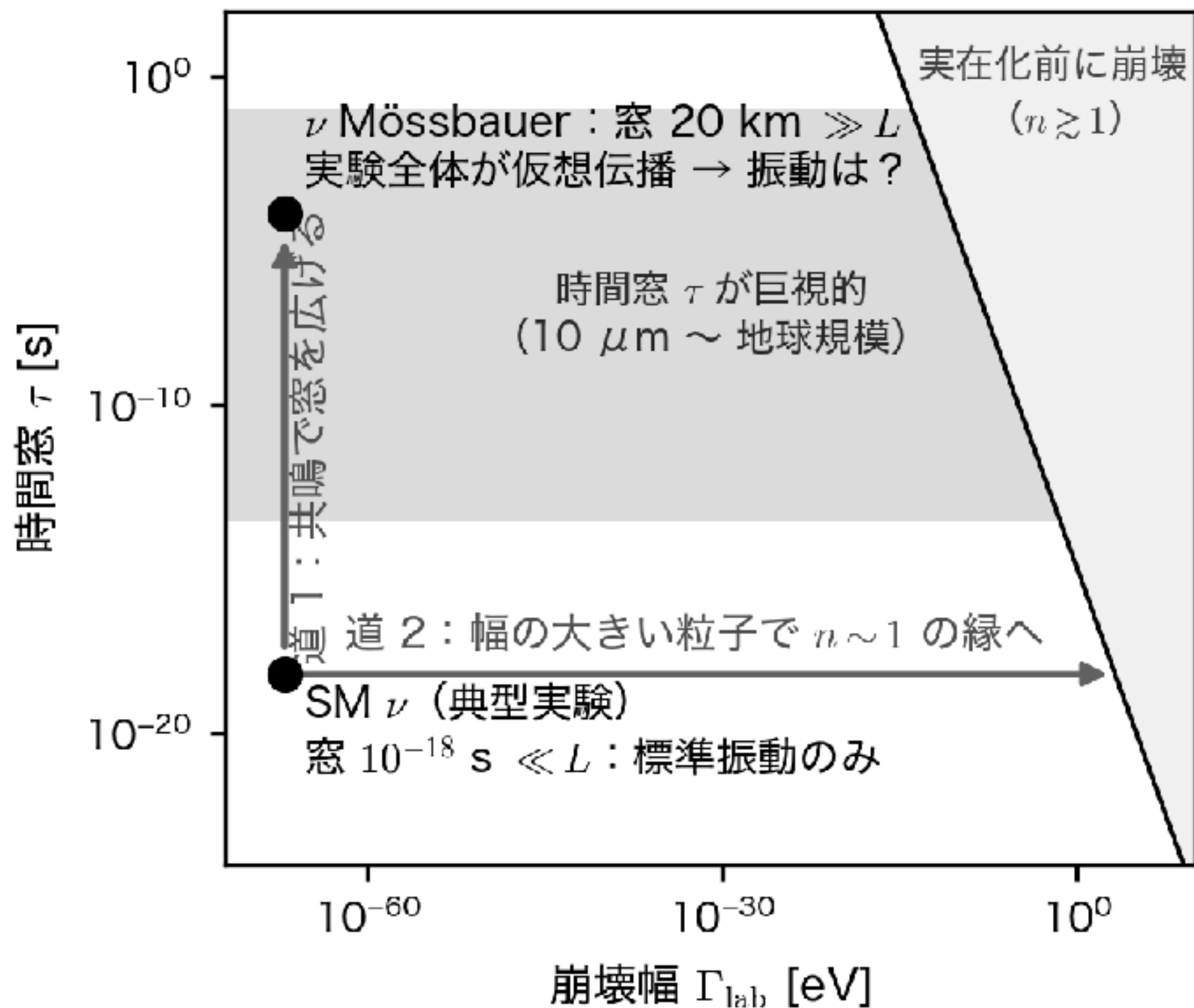
- $n \ll 1$: SM ν — 閾値は埋没、窓が決める
- $n \sim 1$: 幅の広い共鳴 ($\Delta(1232)$ など) ・ BSM 状態 — 閾値が最大の痕跡を残す帯
- $n \gg 1$: 実在化する前に $e^{-n^2/2}$ で消える — ふるい

展望

Mössbauer 型でエネルギー不確定性を絞れば窓は巨視的に伸び、実験全体が仮想窓の中に入る → 標準公式の成否そのものを問える (future work)

バックアップ

取りうる方向 (AI作なので4割引で)



まとめ (AI)

- 01 振動とは「実在として伝播すること」 — 外部波束模型なら「いつ」を問える
 - 02 ニュートリノはすぐには振動しない — 窓 $\sqrt{\sigma_t} \sim 10^{-18}$ 秒。境目は幅 $\sqrt{\sigma_t}$ の滑らかな crossover、分離 n がそのまま抑制
 - 03 標準公式は窓のすぐ外から厳密 — 境目の物理は一般の不安定粒子のもの。エネルギー分解能が窓を引き伸ばす
- 伝播時間の積分の理論的起源は、続く論文で示します

Thank you!



And welcome to SI 2030 (?)

バックアップ

時間とエネルギーの不確定性 (with 小川直哉)

