

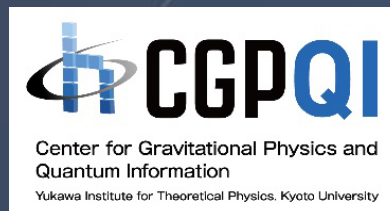
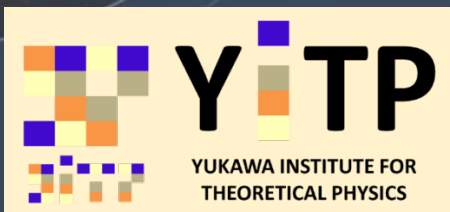
基研研究会『素粒子物理学の進展2026』

2026年8月24-28日@京大基研

創発宇宙の最前線： 反ドジッター宇宙からドジッター宇宙まで

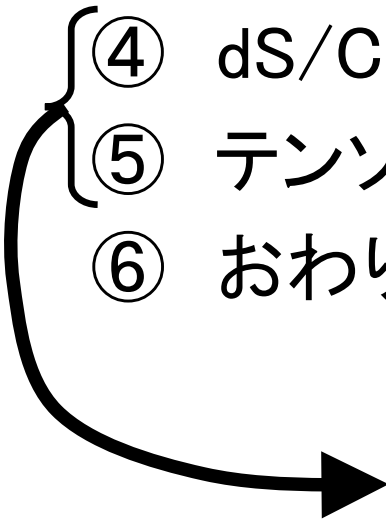
高柳 匡

重力量子情報研究センター
京都大学基礎物理学研究所



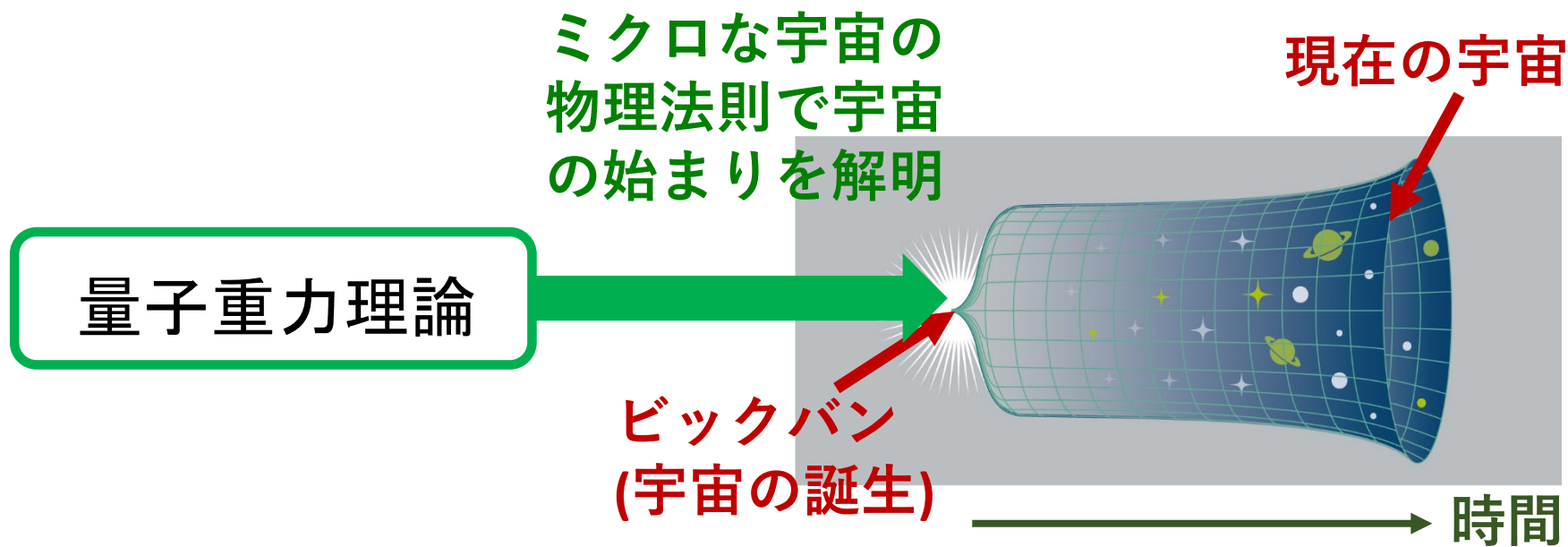
講演内容

- ① はじめに: ホログラフィー原理と創発宇宙
- ② AdS/CFT対応と量子エンタングルメント
- ③ 時間的エンタングルメント
- ④ dS/CFT対応と時間的エンタングルメント
- ⑤ テンソルネットワークからのAdS/dS時空の創発
- ⑥ おわりに



Kosei Fujiki, Michitaka Kohara, Javier Moreno,
Kotaro Shinmyo and TT, [arXiv:2608.01729].

① はじめに: ホログラフィー原理と創発宇宙



とりあえず、ミクロな宇宙を拡大したい ➡ 顕微鏡が必要！

疑問： 物質の最小単位は素粒子だが、
「時空の最小単位」は何だろうか？

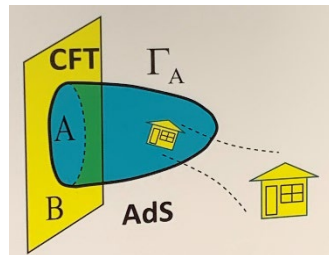
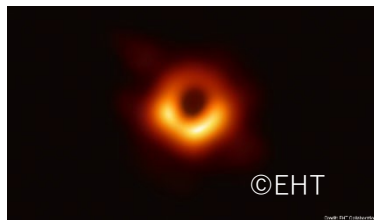
→ **ホログラフィー原理**は、いわば、量子重力の顕微鏡・加速器！

高エネルギー物理 → 加速器



→ 素粒子・原子核

量子重力理論 (超弦理論) → **ホログラフィー原理 (ゲージ重力対応)** → **量子エンタングルメント**
～時空のミクロな幾何構造



ホログラフィー原理はブラックホールや初期宇宙など重力理論の時空を拡大する。

ブラックホールのエントロピー (Bekenstein-Hawking公式)

[1972-1976]

$$S_{BH} = \frac{k_B \cdot c^3}{4G_N \cdot \hbar} \cdot A_{BH}$$

⇒ ブラックホールの熱力学

A_{BH} =ブラックホールの面積 ⇒ 幾何学

G_N =重力定数 ⇒ 重力

$\hbar$ =プランク定数 ⇒ 量子力学

k_B =ボルツマン定数 ⇒ 統計物理・量子情報

理解するには
量子重力理論
が必要！

注目点

- ◆ BHエントロピーは体積ではなく面積に比例！
- ◆ 重力の古典論でもエントロピーがある！

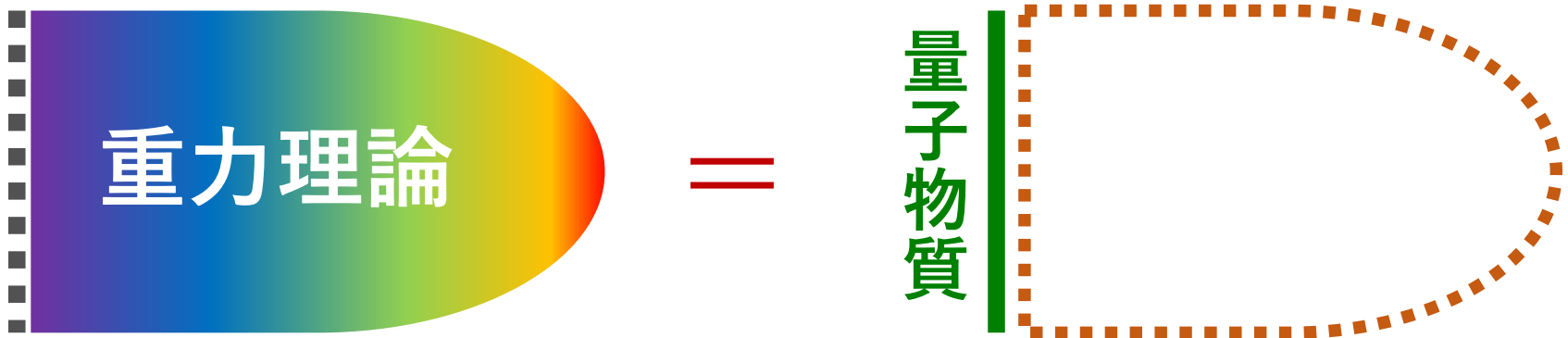
ホログラフィー原理

ブラックホールのエントロピーは体積ではなく、面積に比例！

このように重力理論を通常物質に例えると自由度が1次元低く見える。これをホログラフィー原理と呼ぶ。

ホログラフィー原理 [' t Hooft 93, Susskind 95]

重力理論 = 境界上の量子物質



本当であれば、難しい量子重力の問題を、量子物質の問題に帰着できる！

ホログラフィーのトイ模型: 行列量子力学

$\Phi(t) : N \times N$ エルミート行列 ,

$$S_{c=1} = \int dt \operatorname{Tr} \left[(D_t \Phi)^2 + \Phi^2 \right].$$

$U(\Phi) = -\Phi^2 \rightarrow$ 逆調和振動子

$$D_t \Phi = \partial_t \Phi - i[A_t, \Phi],$$

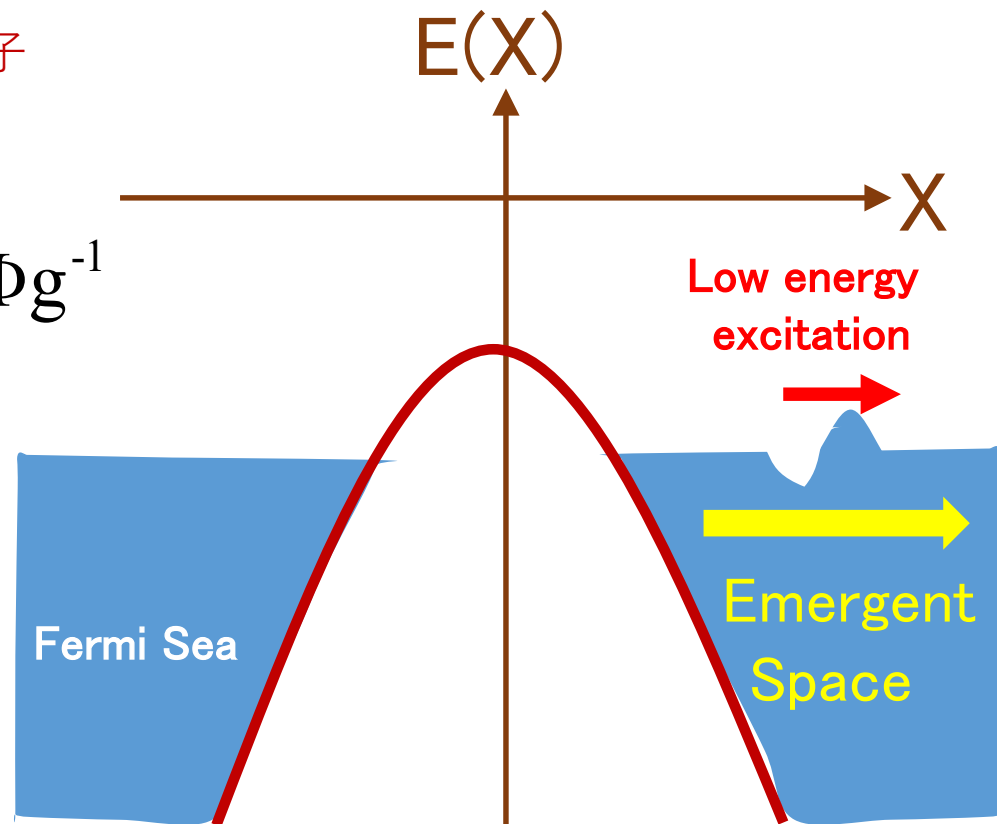
$U(N)$ ゲージ変換: $\Phi \rightarrow g \Phi g^{-1}$

$$\Phi(t) \rightarrow \begin{pmatrix} X_1(t) & & \\ & X_2(t) & \\ & & \ddots \\ & & & X_N(t) \end{pmatrix}$$

固有値がN個の自由Fermion
と等価になる！

[Bosonic: Gross-Miljkovic, Brezin-Kazakov
-Zamolodchikov, Ginsparg-ZinnJustin 1990]

[Type 0: Toumbas-TT, Douglas et.al. 2003]



C=1 行列模型 = 2次元弦理論 (2次元量子重力理論)

ゲージ重力対応 (AdS/CFT対応)

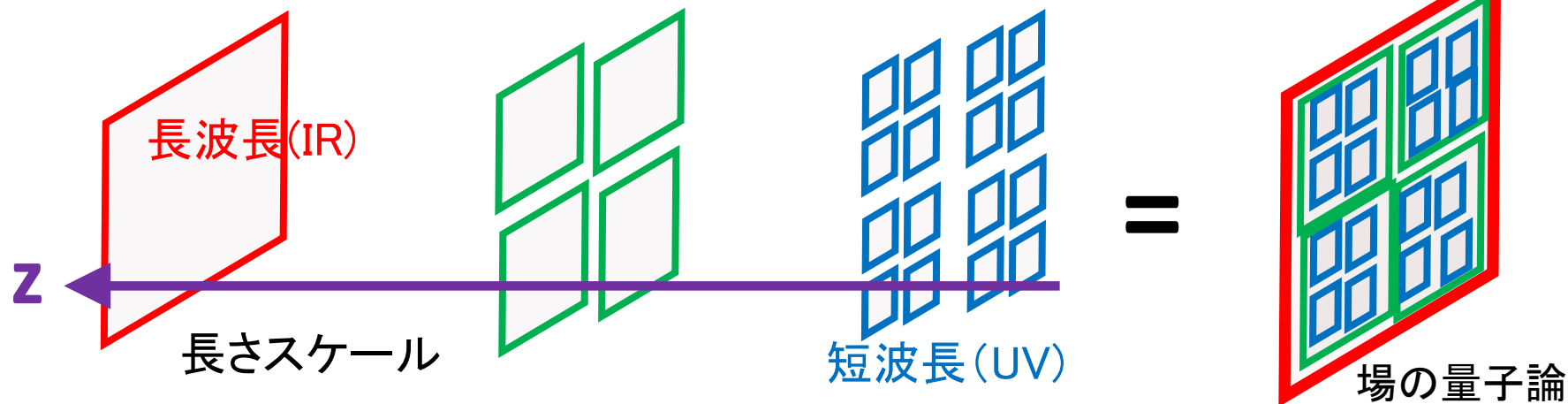
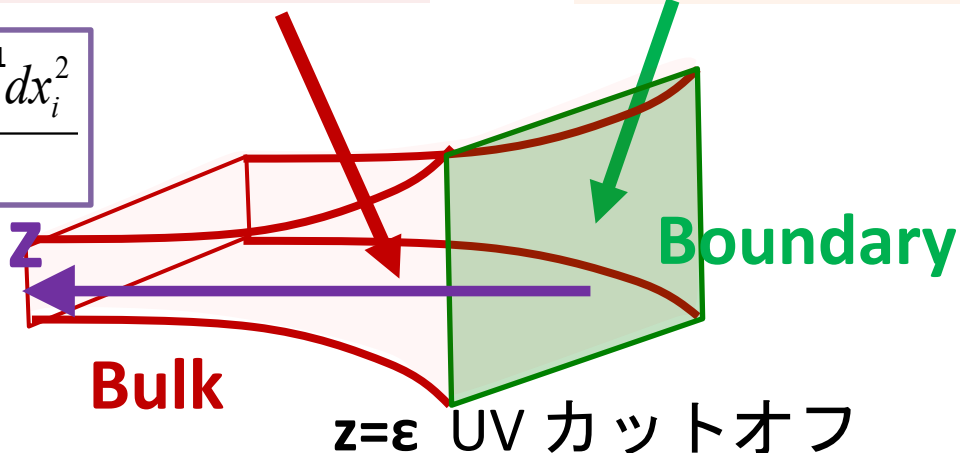
[Maldacena 1997]

d+1次元 反ドジッター宇宙
(Anti de Sitter Space, AdS)

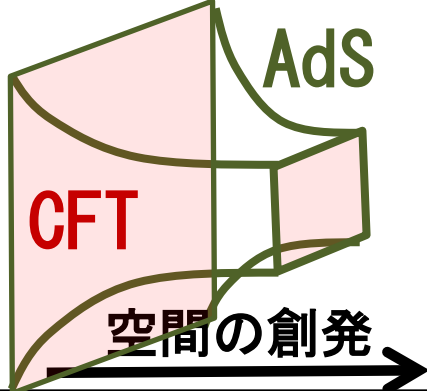
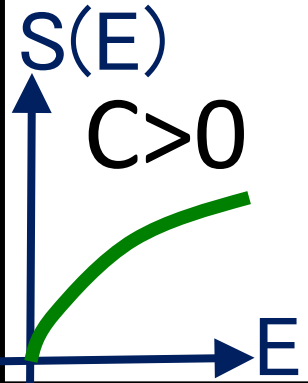
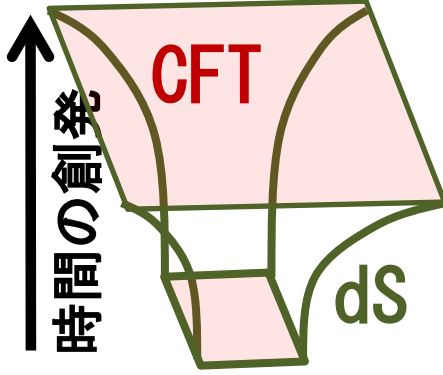
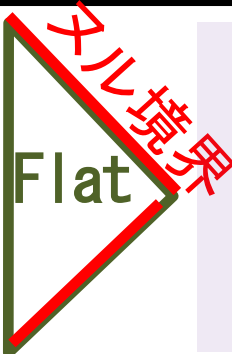
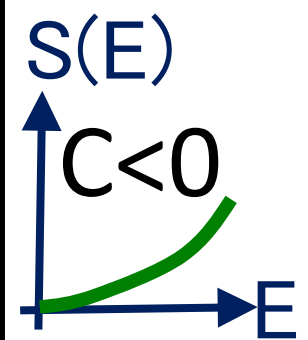
=

d次元ゲージ理論
(共形場理論 CFT)

$$ds^2 = R^2 \cdot \frac{dz^2 - dt^2 + \sum_{i=1}^{d-1} dx_i^2}{z^2}$$

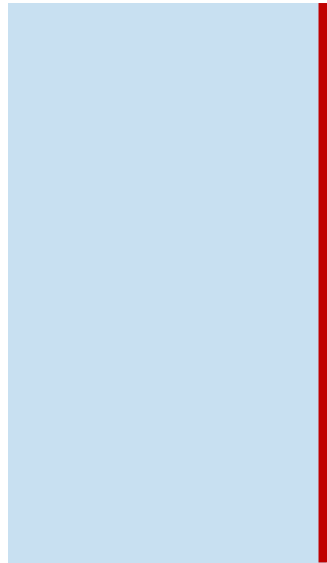


最大対称の3種の宇宙とホログラフィー原理

種類	ホログラフィー原理	自由度	状態密度
AdS $\Lambda < 0$	 AdS/CFT d+1 次元AdS の重力理論 = d 次元 CFT (ミンコフスキー)	d=2の 中心電荷 $C = \frac{3R_{AdS}}{2G_N}$ ユニタリーCFT	 $S(E)$ $C > 0$ E
dS $\Lambda > 0$	 dS/CFT d+1次元dS の重力理論 = d 次元CFT (ユークリッド)	d=2の 中心電荷 $C = i \frac{3R_{dS}}{2G_N}$ 非ユニタリーCFT	 $S(E)$ 最大エンタ ングルメント E
Flat $\Lambda = 0$	 Celestial Holography d+2 次元平坦時空 の重力理論 = 球面上のd次元CFT	d=2の 中心電荷 $C = i\infty$ 非ユニタリーCFT	 $S(E)$ $C < 0$ E

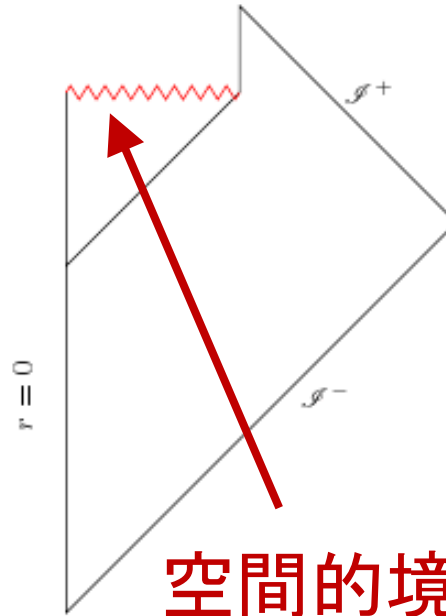
ペンローズ図で見ると？

AdS宇宙



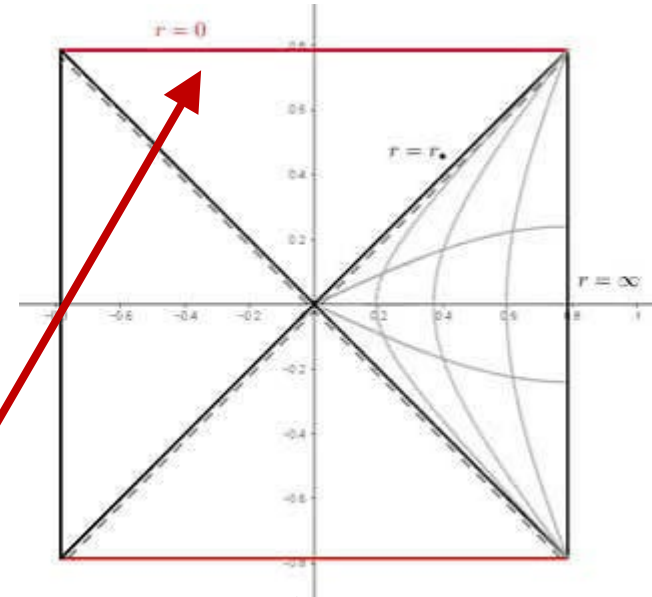
時間的な境界
→ 普通のアホロイド

Schwarzschild BH



空間的境界

dS宇宙

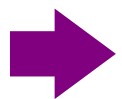
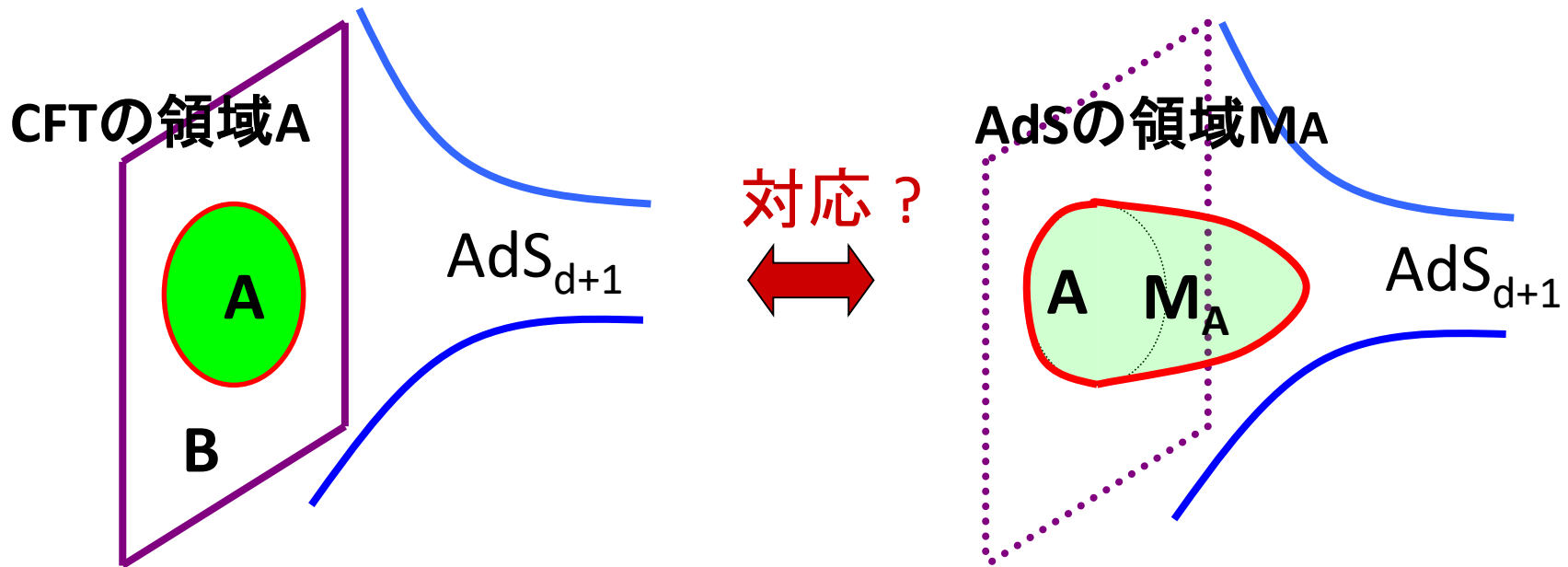


→ non-unitaryの雰囲気
post-selection

ヒルベルト空間の構造が古典幾何の予想と大きく異なる！
(ナイーブにやると自由度をオーバーカウントしてしまう)
例：アイランド公式、時間的エンタングルメント

②AdS/CFT対応と量子エンタングルメント

素朴な疑問: CFTのある空間領域Aに含まれる情報は、AdSのどの領域に蓄積されているのか？



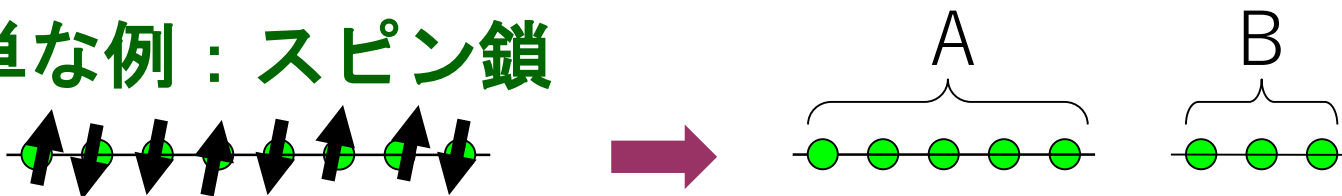
エンタングルメント・エントロピーが
量子情報量なので、その計算法を考えよう。

エンタングルメント・エントロピー

エンタングルメントの度合＝ベル対の数 $\doteq E$

まず量子系を部分系 A と B に分割する: $H_{tot} = H_A \otimes H_B$.

簡単な例: スピン鎖



A の縮約密度行列 ρ_A (B にアクセスできない観測者)

を $\rho_A = \text{Tr}_B \left[\left| \Psi_{tot} \right\rangle \left\langle \Psi_{tot} \right| \right]$ と導入することで、

エンタングルメント・エントロピー $S(\rho_A)$ が定義される:

$$S(\rho_A) = -\text{Tr}[\rho_A \log \rho_A] \approx \text{A B 間のベル対の数}$$

EEの測定実験

Ex.1: EE from Ultracold bosonic atoms (2015)

Published: 02 December 2015

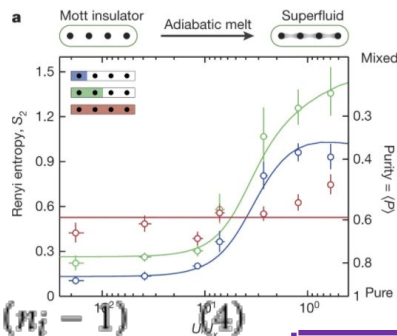
Measuring entanglement entropy in a quantum many-body system

Rajibul Islam, Ruichao Ma, Philipp M. Preiss, M. Eric Tai, Alexander Lukin, Matthew Rispoli & Markus Greiner

Greiner

Nature 528, 77–83 (2015) | Cite this article

$$H = -J \sum_{\langle i,j \rangle} a_i^\dagger a_j + \frac{U}{2} \sum_i n_i (n_i - 1)$$



Ex2: EE from Trapped-ion quantum simulator (2019)

REPORT

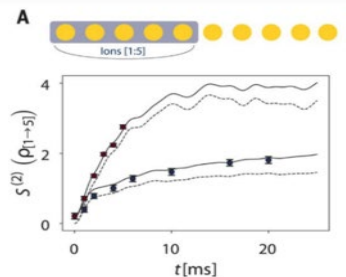
Probing Rényi entanglement entropy via randomized measurements

TIFF BRYDGES, ANDREAS ELBEN, PETAR JURCEVIC, BENOÎT VERMERSCH, CHRISTINE MAIER, BEN P. LANYON, PETER ZOLLER, RAINER BLATT

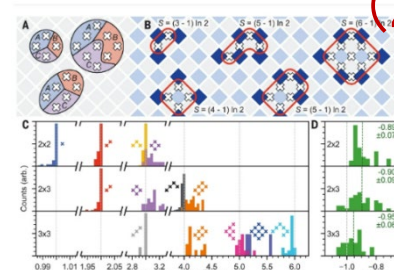
AND CHRISTIAN F. ROOS | Authors info & Affiliations

SCIENCE • 19 Apr 2019 • Vol 364, Issue 6437 • pp. 260-263 • DOI:10.1126/science.aau4963

$$H_{XY} = \hbar \sum_{i < j} J_{ij} (\sigma_i^+ \sigma_j^- + \sigma_i^- \sigma_j^+) + \hbar B \sum_j \sigma_j^z$$



Ex3. トポロジカル EE superconducting qubits (2021)



Science

Current Issue First release papers Archive About Submit

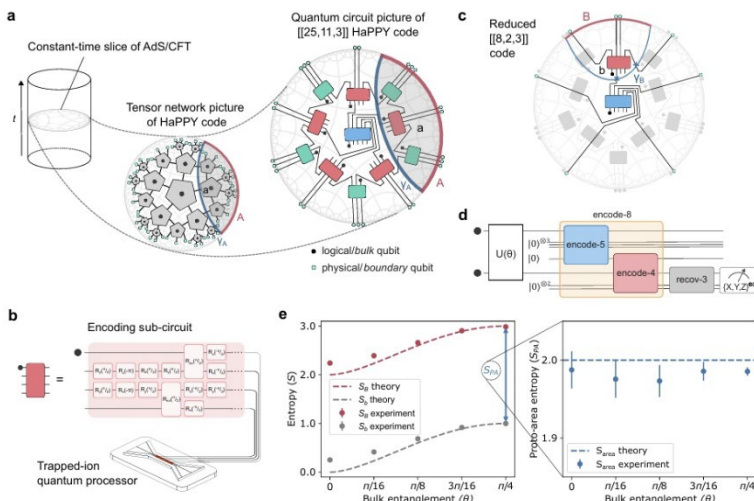
HOME > SCIENCE > VOL. 374, NO. 6572 > REALIZING TOPOLOGICALLY ORDERED STATES ON A QUANTUM PROCESSOR

RESEARCH ARTICLE | TOPOLOGICAL MATTER

f X in

Realizing topologically ordered states on a quantum processor

K. J. SATZINGER, Y. LIU, A. SMITH, C. KNAPP, M. NEWMAN, C. JONES, Z. CHEN, C. QUINTANA, X. M. LI, AND P. ROUSHAN | +88 authors



Ex4. ホログラフィック EE from Trapped-ion arXiv:2607.12047

Observation of gravity-like signatures in holographic codes on a quantum computer

Debopriyo Biswas,¹ Gong Cheng,² Krishnanand Karthikeyan,² Diana Muñoz-Valencia,³ Vincent P. Su,⁴ Hrant Gharibyan,⁴ Daiwei Zhu,⁵ Grant Salton,⁵ Evgeny Epifanovskiy,⁵ Martin Roetteler,⁵ Christopher Monroe,^{1,5} John Preskill,⁶ Norbert M. Linke,^{3,1} ChunJun Cao,² and Crystal Noel¹

ホログラフィック・エンタングルメント・エントロピー(HEE)

◆時間に依存しない背景では、EEは、AdS/CFT対応において極小曲面(Minimal surface) Γ_A の面積から計算される:

(i) HEE公式 (RT公式) [笠-高柳 06]

$$S_A = \text{Min}_{\Gamma_A} \left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} \right]$$

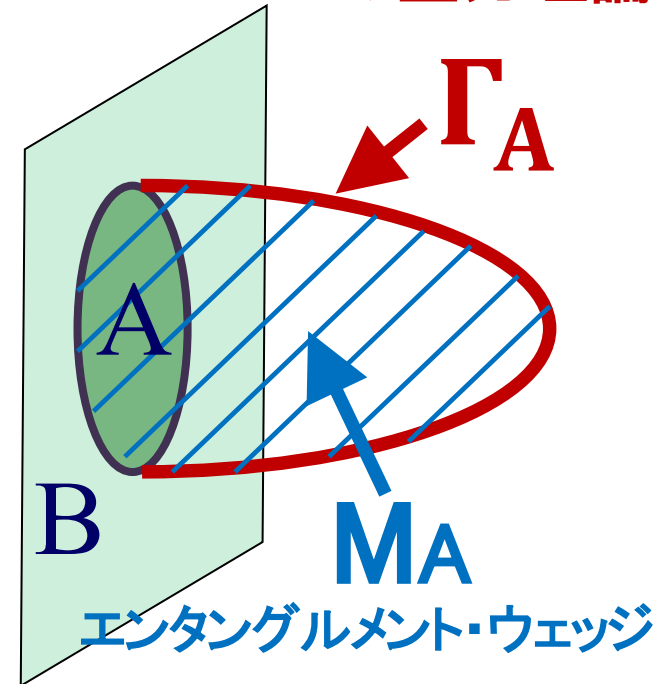
◆実時間に依存する背景では、極小曲面の代わりに極値曲面(Extreme surface)を使う:

(ii) 共変的HEE公式 (HRT公式)

$$S_A = \text{Min Ext}_{\Gamma_A} \left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} \right]$$

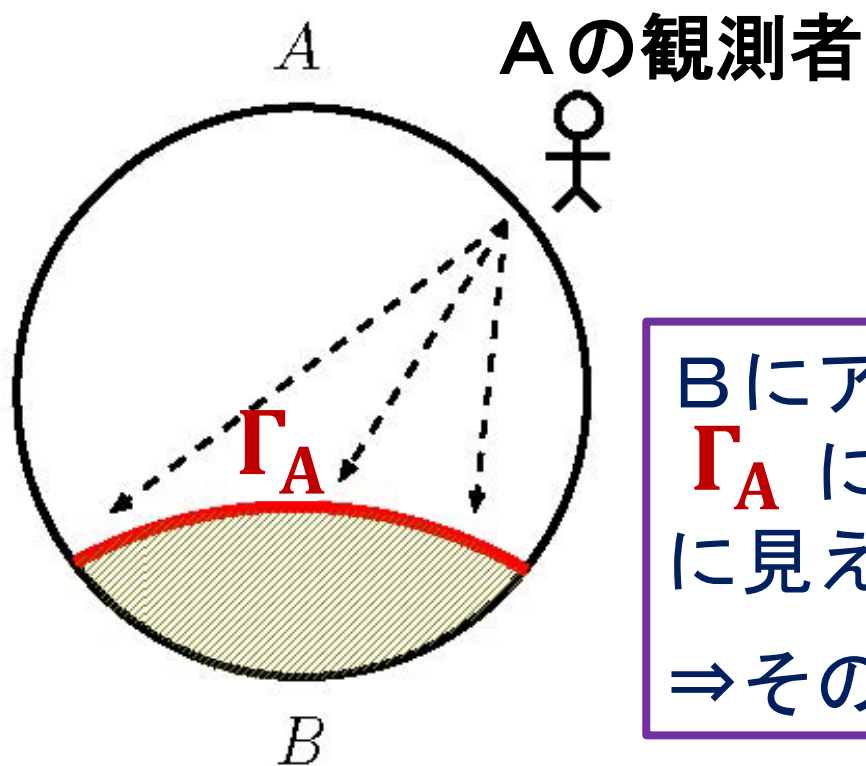
AdS/CFT対応

境界のCFT = バルク(AdS)の重力理論



[Hubeny-Rangamani-高柳 07]

どのようにこの公式を見出したか？



Bにアクセスできない観測者は
 Γ_A にブラックホールがあるよう
に見え、斜線の領域が隠される。
⇒そのBHのエントロピーがEE！

擬エントロピーの幾何学的公式

[中田-瀧-玉岡-魏-高柳, 2020]

[疑問]

虚時間で時間発展する場合は、極小曲面面積は何に相当するか？

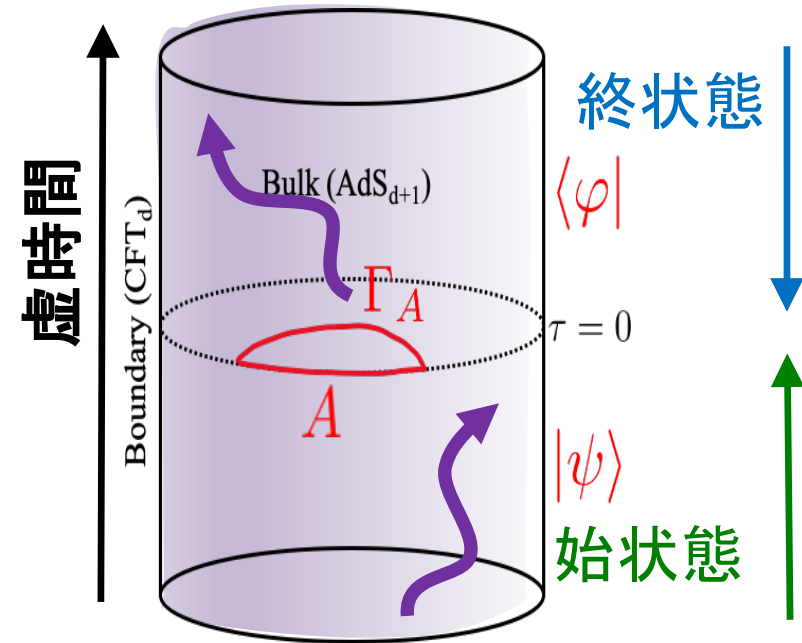
[答え]

擬エントロピー (Pseudo Entropy)

$$S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = -\text{Tr} \left[\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} \log \mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} \right]$$

ホログラフィー公式

$$S(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi}) = \min_{\Gamma_A} \frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N}$$



遷移行列

始状態

終状態

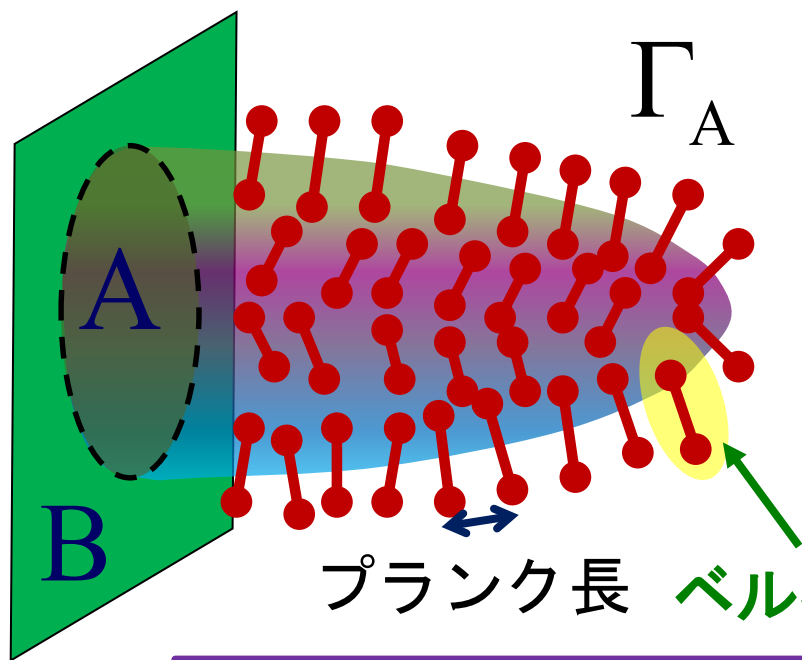
$$\mathcal{T}^{\psi|\varphi} := \frac{|\psi\rangle \langle \varphi|}{\langle \varphi|\psi\rangle}$$

$$\left(\mathcal{T}_A^{\psi|\varphi} := \text{Tr}_{\bar{A}} \mathcal{T}^{\psi|\varphi} \right)$$

縮約した遷移行列
(一般にエルミートではない)

量子ビットから創発する宇宙

前述のエントロピー公式は、プランク面積あたり1量子ビットのエンタングルメントの存在を意味する。



$$S_A = \frac{\Gamma_A \text{の面積}}{4l_P^2}$$

プランク長: $l_P = \sqrt{\frac{\hbar G}{c^3}} = 1.6 \times 10^{-35} m$

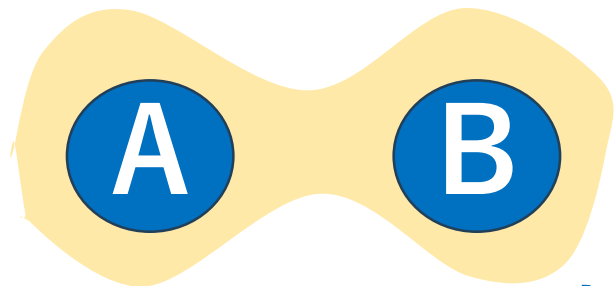
$\Rightarrow 1 cm^2$ の面積で 10^{65} 量子ビット

量子ビットは時空全体に満ちているのでは？
→ 量子ビットから宇宙は創発する？

例えば、宇宙の計量は、エンタングルメント・エントロピーの情報から再構成できる。

③時間的エンタングルメント

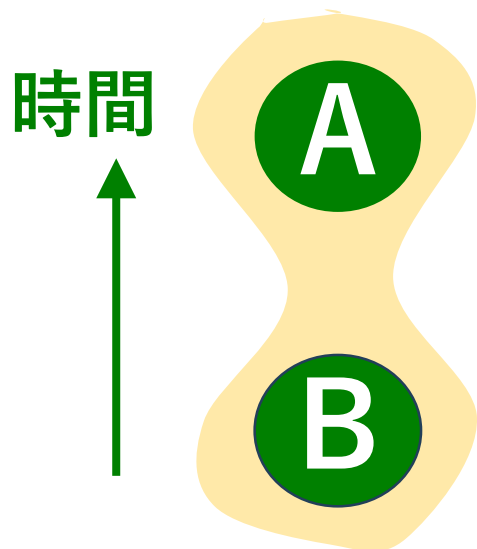
量子エンタングルメント ➡ 空間的な相関



重力理論における空間の創発

➡ 空間方向

[疑問] 時間方向の創発は？

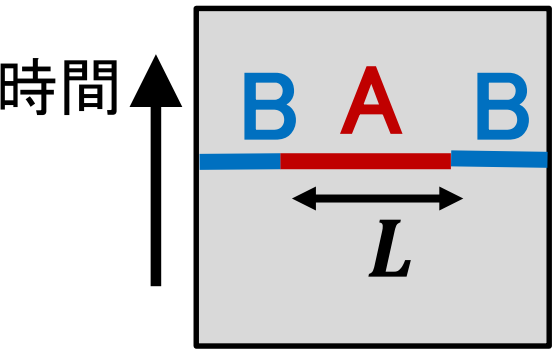


➡ 時間的な相関(～因果的影響)
「時間的エンタングルメント」

重力理論における時間の創発？

時間的エンタングルメント・エントロピーを空間方向に広がる量子系Aのエンタングルメント・エントロピー S_A を、時間方向に「回転」して定義:

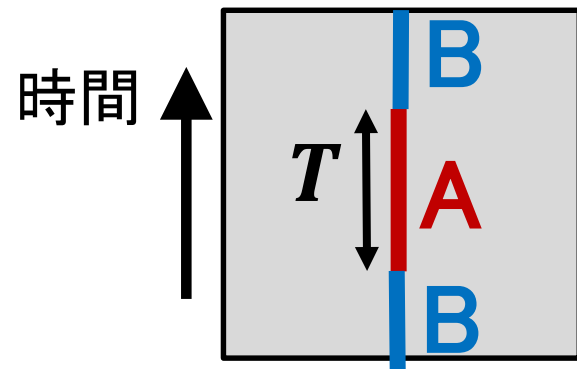
◆通常のエンタングルメント・エントロピーの計算(2次元共形場理論)



$$S_A = \frac{C}{3} \log \left[\frac{L}{\varepsilon} \right]$$

↓ ウィック回転 $L \rightarrow iT$

◆時間的エンタングルメント・エントロピー

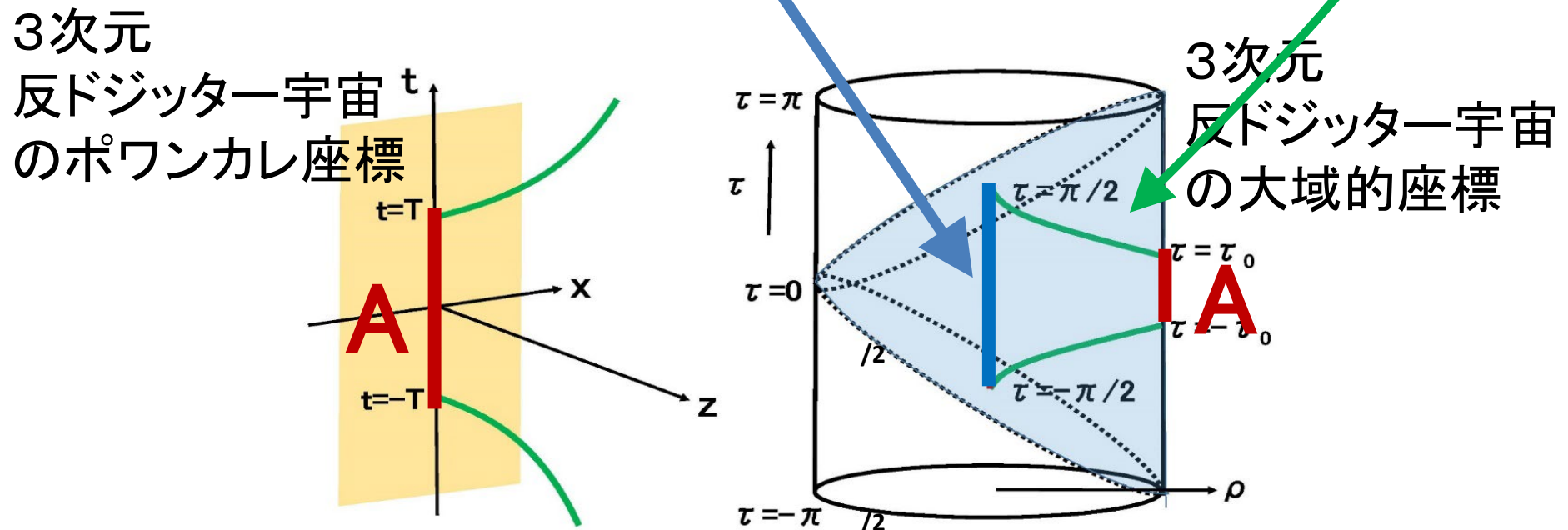


$$S_A = \frac{C}{3} \log \left[\frac{T}{\varepsilon} \right] + \frac{\pi}{6} iC$$

虚数部分！

ゲージ重力対応における時間的エンタングルメント・エントロピーの計算法も自然に導くことができる:

$$S_A = [\text{空間的極小曲面の面積}] + i \times [\text{時間的極小曲面の長さ}]$$



時間的エンタングルメント・エントロピーの虚数部分から対応する宇宙の時間軸が創発する。

◆何故、エントロピーに虚数部分が現れるのか？

エンタングルメント・エントロピーの定義を思い出すと：

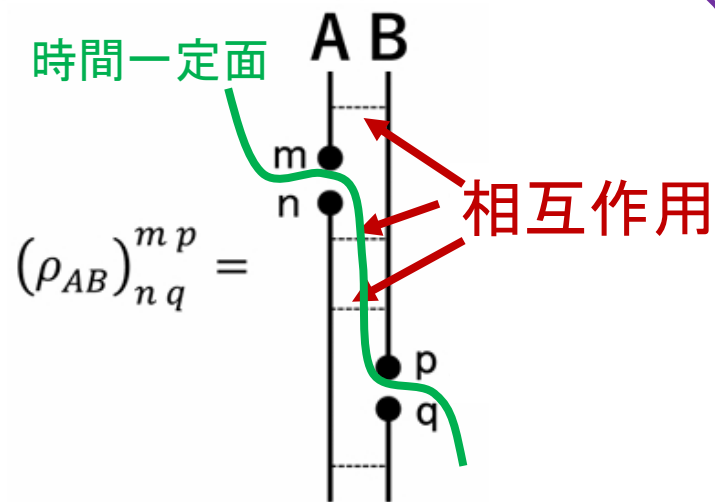
$$S(\rho_A) = -\text{Tr}[\rho_A \log \rho_A].$$

ρ_A は、領域Aにおける確率分布であり、密度行列とよばれる。

→AとBが空間的に離れている場合は、 ρ_A はエルミート行列だが、時間的に離れる場合は**非エルミート行列**(固有値が複素)になる！
(前述の「擬エントロピー」の特殊例とも思える。)

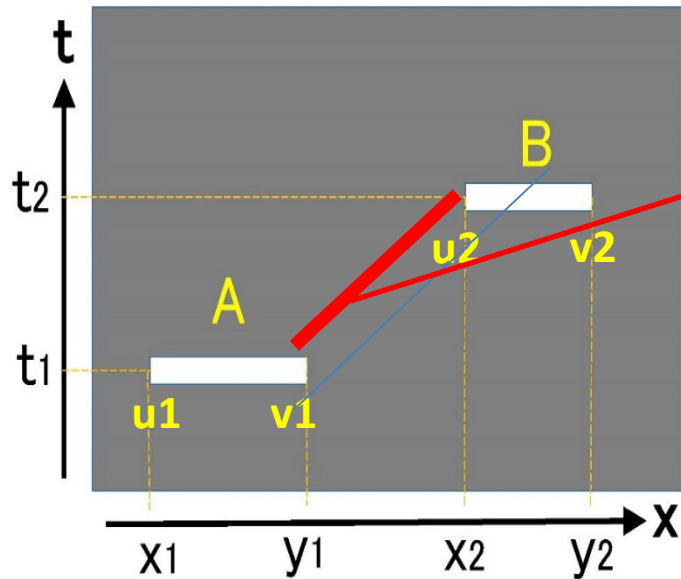
非エルミート密度行列の簡単な例：
2つの調和振動子(AとB)を考え、
両者に相互作用を導入した場合：

$$\rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$$



時間的エンタングルメントを一般化すると次のセットアップになる。

[川本-中村-前田-TT 2025]



この線分が時間的になってしまうと
時間一定面とみなせなくなり、

$H_{tot} = H_A \otimes H_B \otimes H_{others}$
のように分解できない！

→ S_A が虚数部分を持つ

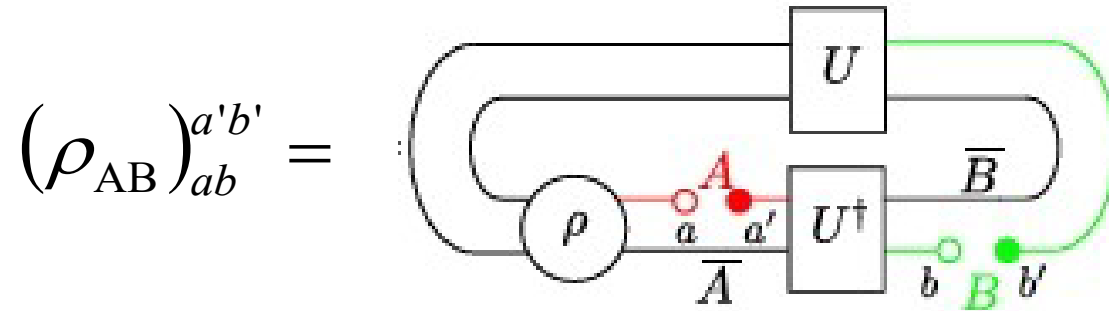
自由Dirac fermion CFTの例

$$S_{AB} = \frac{c}{6} \log \frac{|v_1 - u_1|^2}{\epsilon^2} + \frac{c}{6} \log \frac{|v_2 - u_2|^2}{\epsilon^2} + \frac{c}{6} \log \frac{|v_1 - u_2|^2}{\epsilon^2} + \frac{c}{6} \log \frac{|v_2 - u_1|^2}{\epsilon^2} - \frac{c}{6} \log \frac{|u_1 - u_2|^2}{\epsilon^2} - \frac{c}{6} \log \frac{|v_1 - v_2|^2}{\epsilon^2}.$$

上記の考察より次の主張を得る：

ρ_{AB} が非エルミート $\longleftrightarrow$ AとBが因果的に関係し合う

この主張は、[Milekhin-Adamska-Preskill 2025] でより明確になった。



$$\langle [O_A(0), O_B(t)] \rangle = \text{Tr}[(\rho_{AB} - \rho_{AB}^\dagger) O_A O_B]$$



AとBの因果的影響

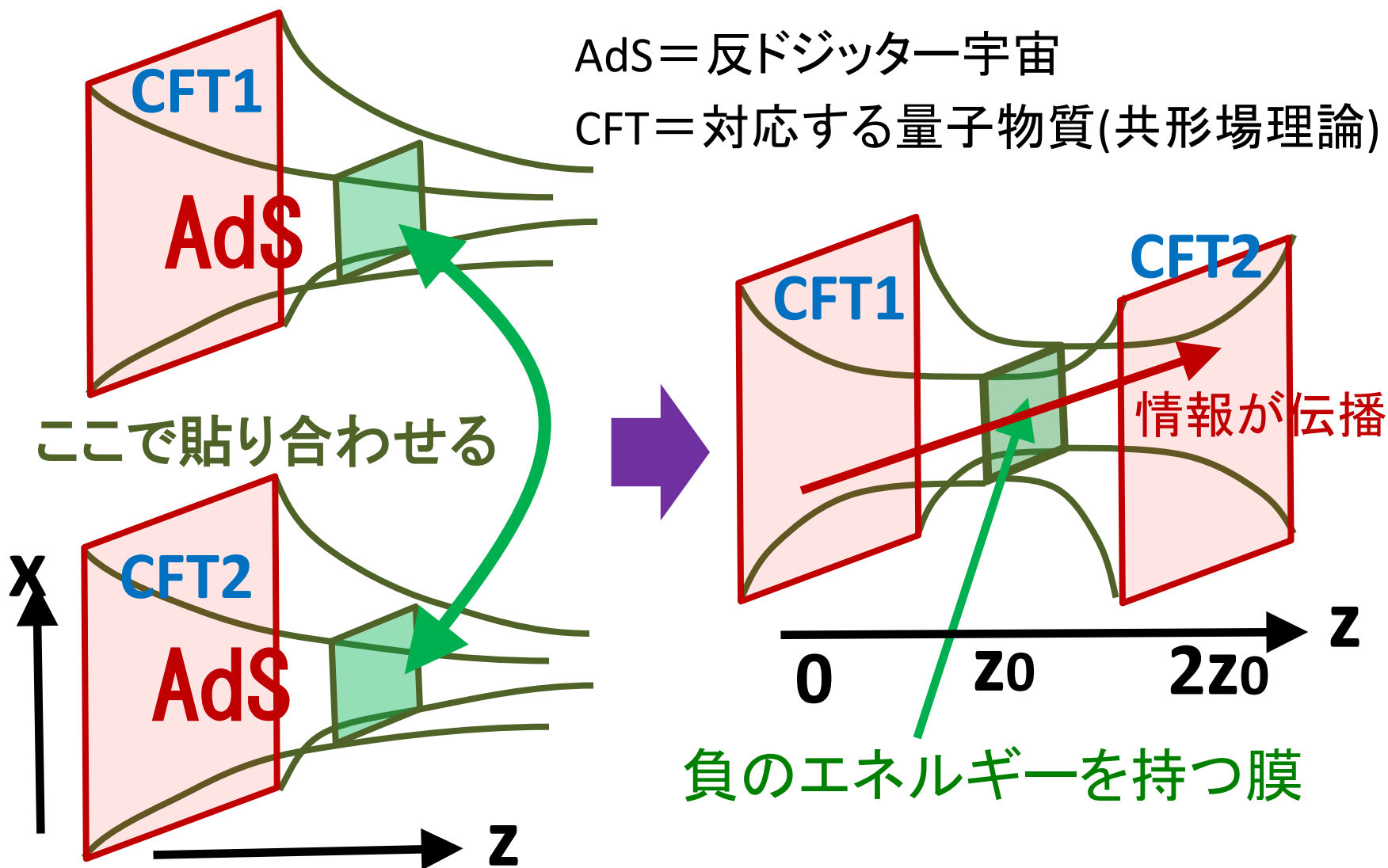


$$\frac{1}{\dim H_A} \|\rho_{AB} - \rho_{AB}^\dagger\|_2 \leq \frac{|\langle [O_A(0), O_B(t)] \rangle|}{\|O_A\|_2 \cdot \|O_B\|_2} \leq \|\rho_{AB} - \rho_{AB}^\dagger\|_2$$

応用例: AdS宇宙における通過可能なワームホール

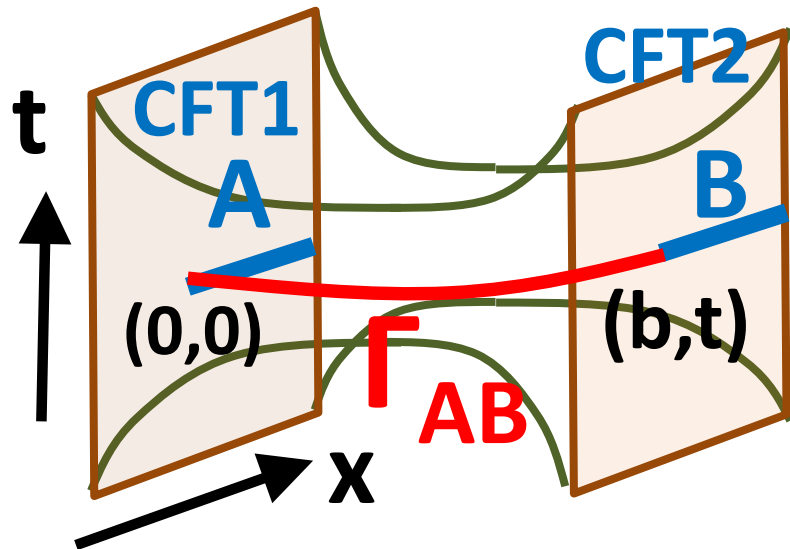
AdS = 反ドジッター宇宙

CFT = 対応する量子物質(共形場理論)



時間的なエンタングルメント・エントロピーの計算

以下のようにAとBを選び S_{AB} を計算する:



通過可能なワームホールでは
 Γ_{AB} が時間的になる。

$$t^2 > b^2 + 4z_0^2 \quad \text{の時には、} \quad S_{AB} = \frac{c}{3} \log \frac{\frac{t^2 - b^2}{4} - z_0^2}{\epsilon z_0} + \frac{c}{3} \pi i.$$

このように S_{AB} は虚数部分を持つ $\Rightarrow \rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$
非エルミート

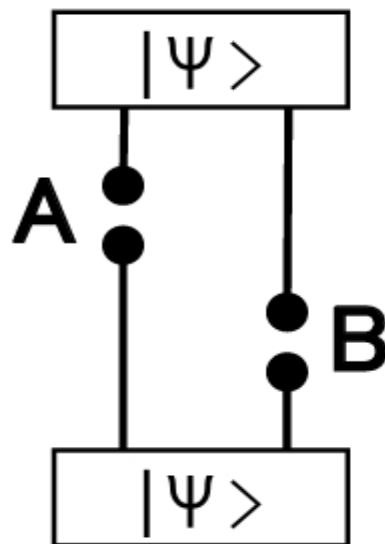
通過可能なAdSワームホールの二つの構成法

通過不可なワームホール

=Eternal BH

[Maldacena 2001]

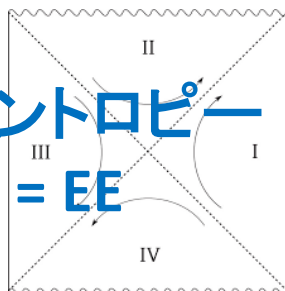
Thermofield double



$$\rho_{AB}^\dagger = \rho_{AB}$$

$$S(\rho_{AB}) = 0$$

BH エントロピー
= EE

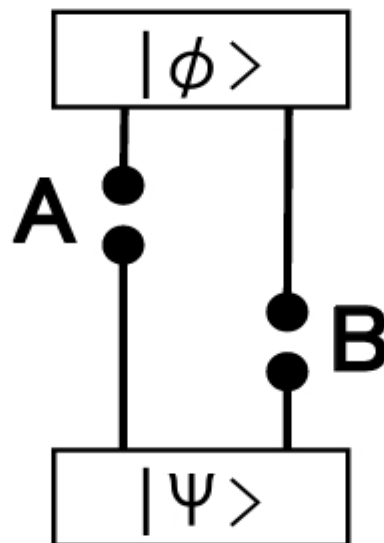


通過可能なAdSワームホール

[Kawamoto-Maeda

-Nakamura-TT 2025]

Model A (Janus)



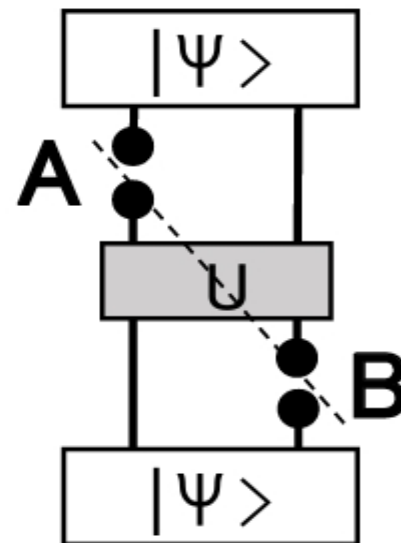
$$\rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$$

$$S(\rho_{AB}) = 0$$

- ◆ AB間の相互作用なし
- ◆ Hは非エルミート

[Gao-Jafferis-Wall 2016]

Model B (Double trace)



$$\rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$$

$$S(\rho_{AB}) \neq 0$$

- ◆ AB間の相互作用あり
 $\sim \int dx O_1(x) O_2(x)$
- ◆ Hはエルミート

Model Aの具体的な重力解の構成

3次元Janus解を考える。 [Bak-Gutperle-Hirano 2007].

The model is given by the 3d gravity action [See also Nakaguchi-Ogawa-Ugajin 2014 for HEE analysis]

$$I = \frac{1}{16\pi G_N} \int d^3x [R - g^{ab} \partial_a \phi \partial_b \phi + 2] .$$

The solution ansatz looks like

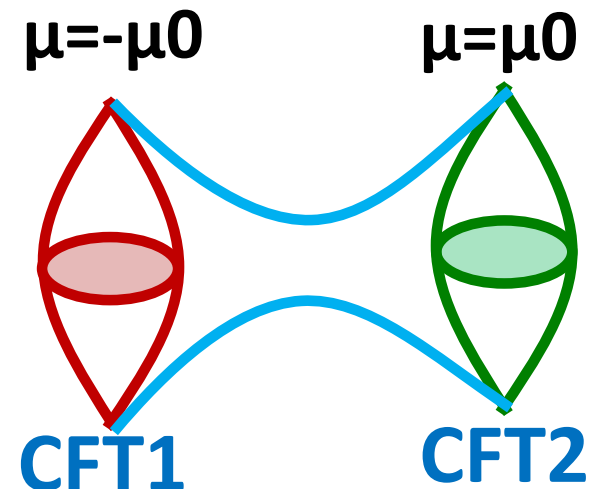
γ がJanus変形のパラメーター

$$ds^2 = f(\mu)(d\mu^2 + ds_{AdS2}^2), \quad \phi = \phi(\mu).$$
$$ds_{AdS2}^2 = -d\tau^2 + r_0^2 \cos^2 \tau d\theta^2$$

$$\frac{d\phi(\mu)}{d\mu} = \frac{\gamma}{\sqrt{f(\mu)}},$$

$$\frac{df(\mu)}{d\mu} = \sqrt{f(4f^2 - 4f + 2\gamma^2)}.$$

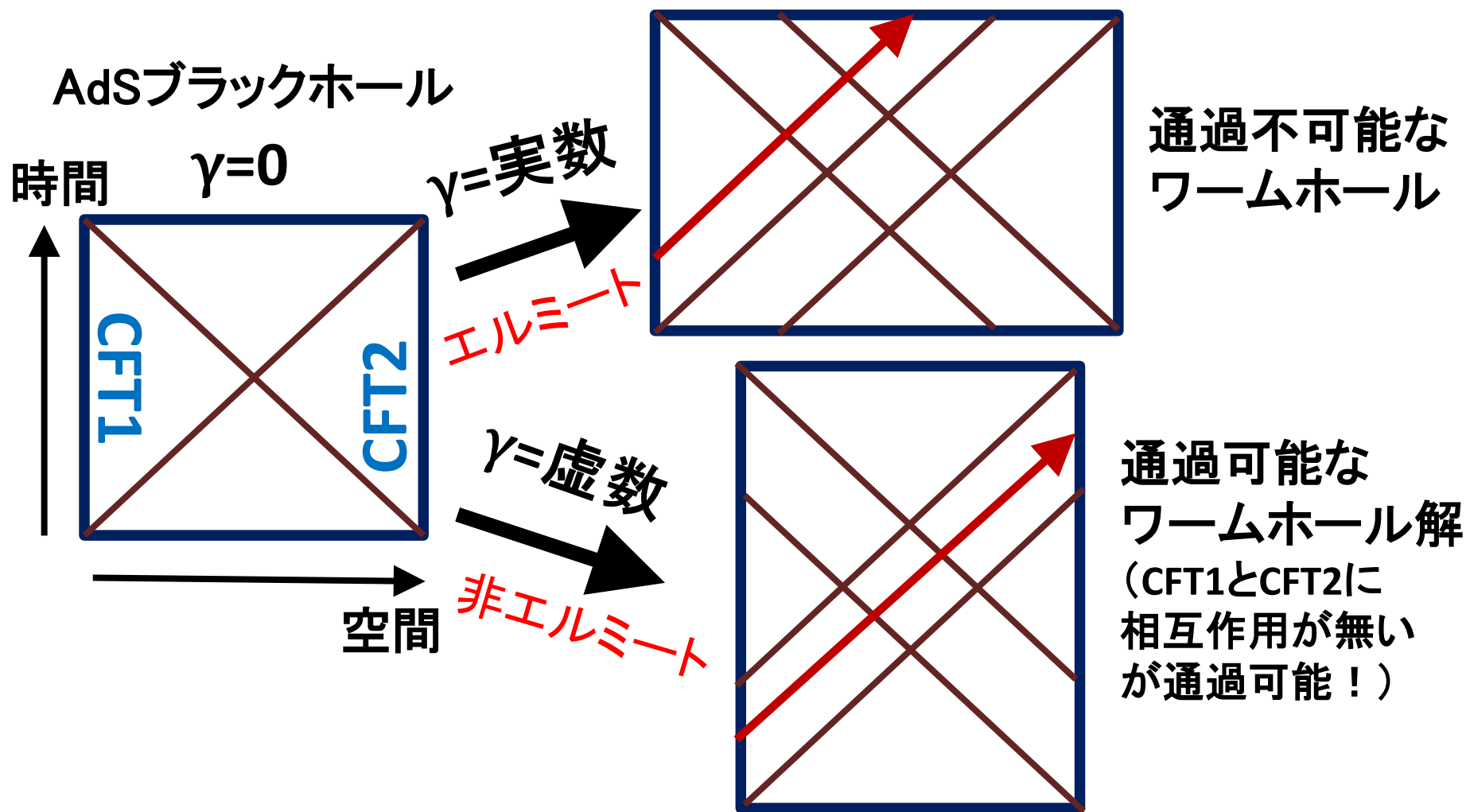
この γ を虚数に解析接続する！



通過可能なワームホール解の構成

[Kawamoto-Maeda
-Nakamura-TT 2025]

この重力場とスカラー場からなる系におけるJanus解において、パラメーター γ を虚数にとると、通過可能なワームホールを構成できる。



通過可能性のCFT側からの説明

[1] Model A (虚数Janus解)

→AとBは相互作用していないが、ハミルトニアン H が非エルミートなので ρ_{AB} は非エルミート。

→共役操作 $|\psi\rangle \rightarrow \langle\psi|$ が、通常のエルミート共役から変形される。そのせいで、AとBが因果的な影響し合う。

[2] Model B (Double Trace変形)

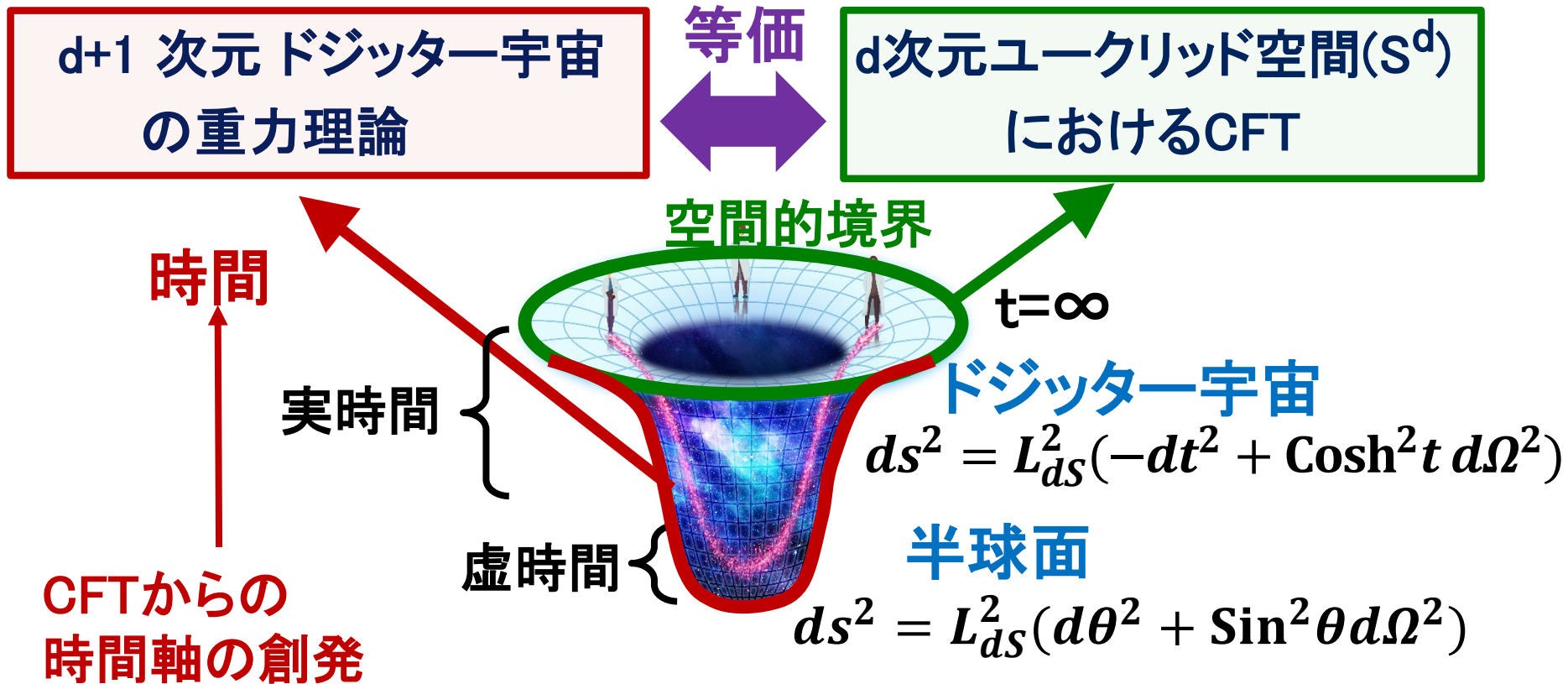
→AとBが相互作用しているので、 ρ_{AB} は非エルミート。

AとBが因果的影響し合うのは明らか。

⑤ dS/CFT対応と時間的エンタングルメント

dS/CFT対応

[Strominger 2001, Witten 2001, Maldacena 2002,...]



$$\Psi[\text{dS 重力}] = Z[\text{CFT}]$$

dS/CFTの難しい点(簡単のためにdS3/CFT2を主に考える)

[1] 等価となるユークリッドCFTは非ユニタリーとなる！

ユニタリーのユークリッドCFTは、ユークリッドAdS(双曲面)に対応。

(a) dS3/CFT2 → central charge が虚数値をとる! $c \approx i \frac{3L_{dS}}{2G_N}$

Unusual conjugation: $(L_n)^\dagger = (-1)^{n+1} \widetilde{L_n}$ [Doi-Ogawa-Shimyo-Suzuki-TT 2024]

(b) ドジッター宇宙では、境界に端を持つ極小曲面は空間的にとれない。→エンタングルメント・エントロピー(EE)が複素数値！

[2] 時間軸がないCFTから、時間軸が創発する！

→では、CFTの何から時間が創発するのか？非ユニタリー性が鍵。

[3] ドジッター宇宙はエントロピーを持つ！→その起源は？

加速膨張するので、観測者に対して、地平面がある。

3次元dS宇宙と等価になる2次元非ユニタリーCFTの例

[Hikida-Nishioka-Taki-TT, 2021]

$SU(2)_k \times SU(2)_{-k}$ WZW 模型のラージ c 極限 (2次元CFT)
= 3次元ドジッター宇宙の Einstein 重力理論 (半径 L_{ds})

$$\text{レベル } k \approx -2 + \frac{4iG_N}{L_{ds}} \xrightarrow{\text{中心電荷}} c = \frac{3k}{k+2} \approx i \frac{3L_{ds}}{2G_N}$$

$$Z[S^3, R_j] = |S_j^0|^2 \approx e^{\frac{\pi L_{ds}}{2G_N} \sqrt{1-8G_N E}}$$

CFT 分配関数 dS エントロピー

この非ユニタリー CFT は、次の Liouville CFT とほぼ等価

$$\text{at } b^{-2} \approx \pm \frac{i}{4G_N}, \quad I_{CFT}[\phi] = \int d^2x \left[\frac{1}{4\pi} (\partial_a \phi \partial_a \phi) + \underline{\mu e^{2b\phi}} \right].$$

[Hikida-Nishioka-Taki-TT, 2022] complex !

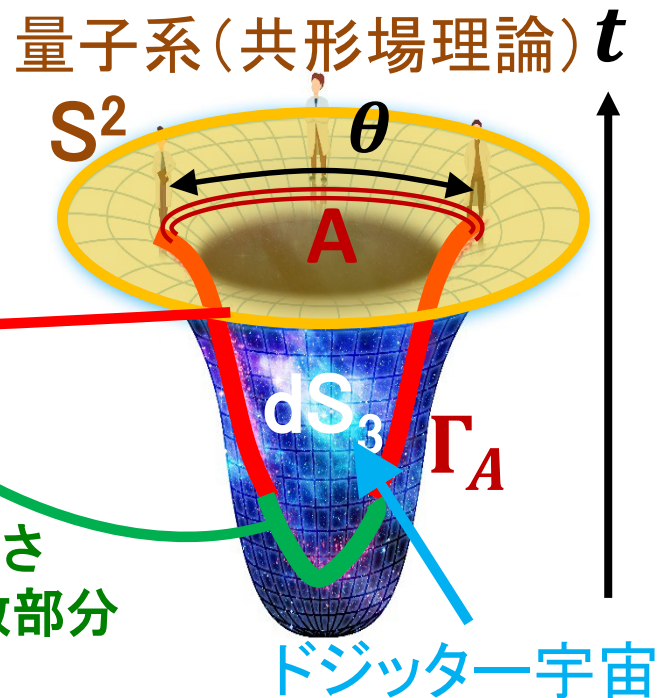
※同じ Liouville CFT が Static Patch ホログラフィーに対応すると期待されている
DSSKY 模型からも得られている。 [Verlinde-Zhang 2024]

時間的エンタングルメント・エントロピーの計算

$$S_A = \frac{L(\Gamma_A)}{4G_N} = i \frac{C_{ds}}{3} \log \left(\frac{2}{\epsilon} \sin \frac{\theta}{2} \right) + \frac{C_{ds}}{6} \pi.$$

時間的な測地線の長さ
→ エントロピーの虚数部分

空間的な測地線の長さ
→ エントロピーの実数部分



共形場理論の計算と一致。

セントラルチャージ $C = iC_{ds}$ が虚数 → 非エルミートな量子系

この例でも、時間的エンタングルメント・エントロピーの虚数部分から対応する宇宙の時間軸が創発する。

しかし、本来のドジッター宇宙は二つの境界を持つ！

無限の未来 $t=\infty \rightarrow$



因果的關係

無限の過去 $t=-\infty \rightarrow$



$$ds^2 = L_{ds}^2(-dt^2 + \text{Cosh}^2 t d\Omega^2)$$

この関係も量子エンタングルメントと解釈できるのか？

[Cosmic ER=EPR, Cotler-Strominger 2023]

我々の最近の研究 [小原-新名-藤木-Moreno-TT 2026] で、
この関係が「時間的エンタングルメント」として理解でき、
対応するCFTがLorentzian Torus上にあることが分かった。

時間的にエンタングルした熱場二重(TFD)状態

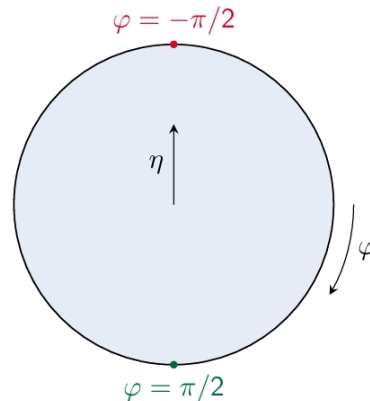
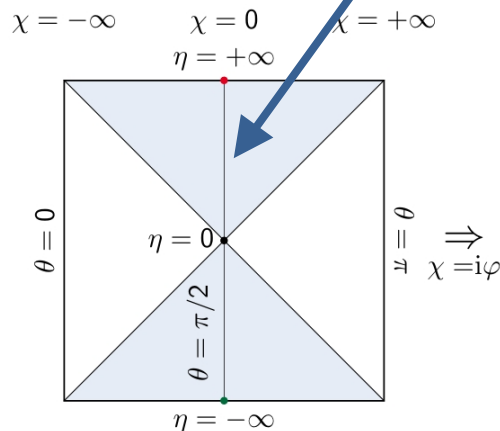
[Fujiki-Kohara-Moreno-Shinmyo-TT 2026]

3次元ドジッター宇宙を次の計量で表す。

$$ds^2 = \begin{cases} -dt^2 + \cosh^2 t (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) & \text{(global coordinates)} \\ -d\eta^2 + \cosh^2 \eta d\phi^2 + \sinh^2 \eta d\chi^2 & \text{(hyperbolic slicing)} \end{cases}$$

さらに、ウィック回転 $\chi = i\varphi$, することで、時間が二つある時空が得られる:

$$ds^2 = -d\eta^2 + \cosh^2 \eta d\phi^2 - \sinh^2 \eta d\varphi^2,$$



漸近境界 $\eta=\infty$ は、
Lorentzian Torusになる！

$$\varphi \sim \varphi + 2\pi, \quad \phi \sim \phi + 2\pi.$$

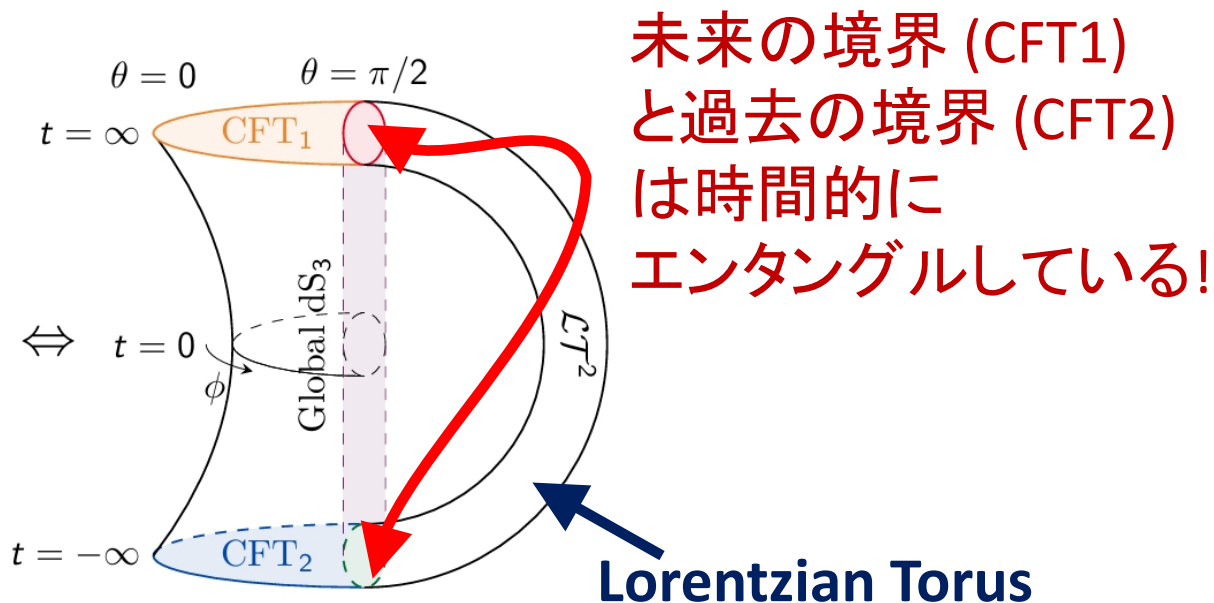
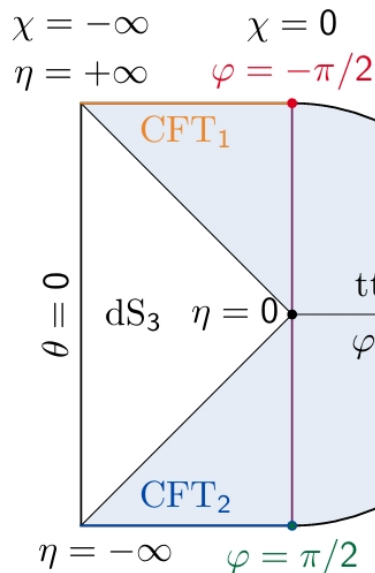
我々の主張: ドジッター宇宙と等価なCFTは、
Lorentzian Torus (φ, ϕ) 上に定義される。

→この量子状態は逆温度 $\beta = 2\pi i$ のTFD状態である！

$$|TFD\rangle = \sum_n e^{-\beta E_n/2} |n\rangle_1 |n\rangle_2 ,$$

$$\langle \overline{TFD} | = \sum_n e^{-\beta E_n/2} \langle n |_1 \langle n |_2 .$$

エルミート共役になっていない！



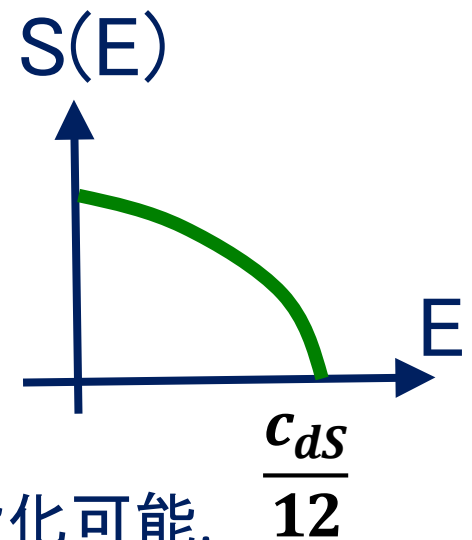
時間的なエンタングルメントは因果関係ともコンシステント！

ドジッター宇宙のエントロピー導出

- 2次元CFTのCardy公式を用いると: $S_{CFT} = \frac{2\pi^2 c}{3\beta}$, となり、
dS3/CFT2での値 $c = \frac{3i}{2G_N}$, $\beta = 2\pi i$ を代入すると、
↑Lorentzian torus
重力理論で知られる中心電荷の値 $S_{dS} = \frac{2\pi}{4G_N}$, を再現！
- 詳しく見ると、この時に状態密度は以下で与えられる:

$$S(E) = \log \rho(E) \approx 2\pi \sqrt{\frac{c_{dS}}{3} \left(\frac{c_{dS}}{12} - E \right)},$$

ここで、 $c_{dS} \equiv \frac{3}{2G_N}$, とおいた。



※これらの解析は高次元ドジッター宇宙にも一般化可能. $\frac{c_{dS}}{12}$

⑤ テンソルネットワークからのAdS/dS時空の創発

(5-1) AdS/CFTと経路積分の効率化

テンソルネットワーク (TN)

[DMRG: White 92,.. CTM: 西野-奥西 96,
PEPS: Verstraete-Cirac 04, ...]

量子多体系の状態を精度よく表す波動関数の幾何学的記述法

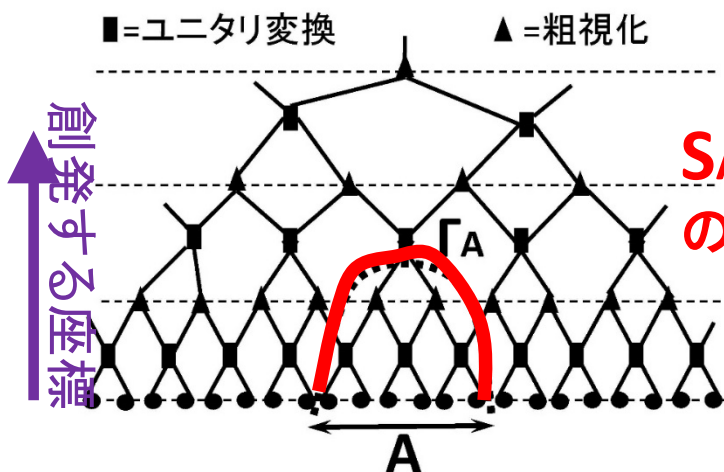
[Swingle 2009, ...]

量子状態 = 量子エンタングルメントのネットワーク = AdS空間

[例1] MERA TN

→ 量子臨界点の基底状態を実現

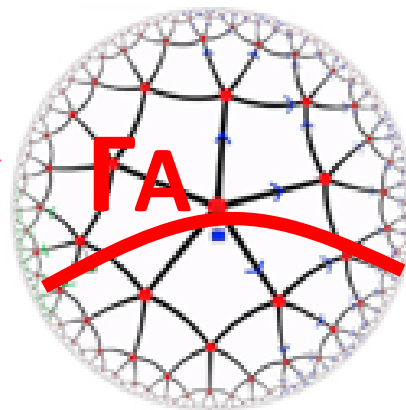
[Vidal 2005]



[例2] HaPPY模型

[Patawski-吉田-Harlow-Preskill 2015]

→ 量子誤り訂正符号を利用

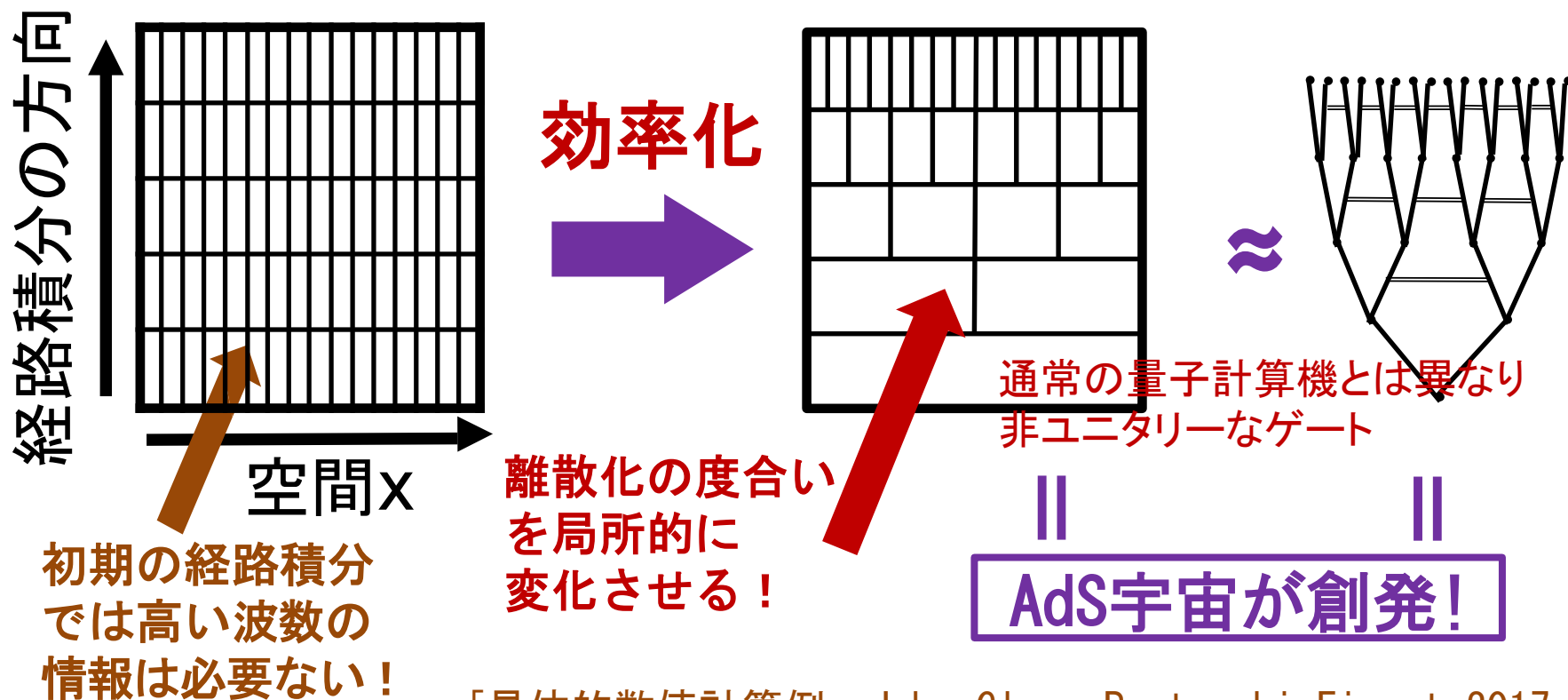


テンソルネットワークの連続極限をとって場の理論を考えたい！

例3: 経路積分の効率化

[Caputa-Kundu-宮地-渡邊-高柳 2017]

量子状態を経路積分と呼ばれる手法で表す際に、
その中で計算コストが最小なものを選ぶ！

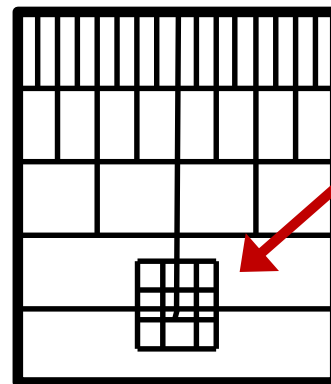
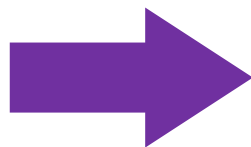
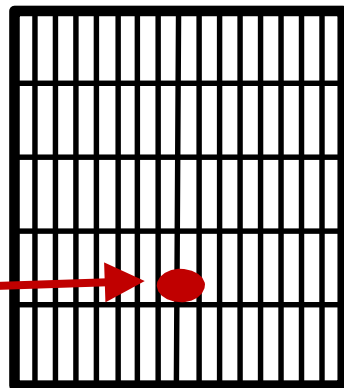


[具体的数値計算例：Jahn-Gluza-Pastawski-Eisert 2017, ...]

興味深い事実：計算効率を最大にすると重力理論が得られる！

経路積分

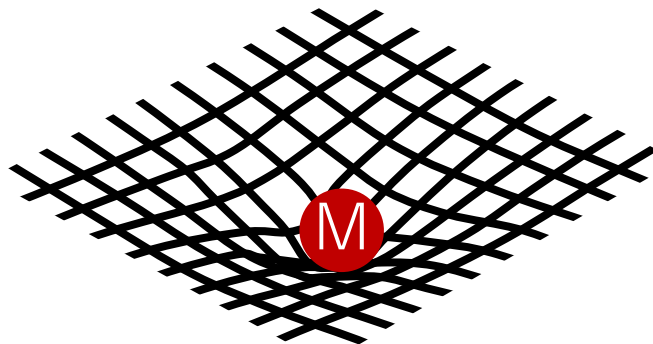
効率化



離散化を細かく
する必要がある

物体を置く
(エネルギー源)

エネルギー源 (= 情報源)
が背景の時空を曲げる
⇒ 一般相対論の本質！



ゲージ重力対応との関係 [Boruch-Caputa-Ge-高柳 2021]

経路積分の効率化 = 宇宙の波動関数(Hartle-Hawking波動関数)
の最大化！

重力理論は、最速の“量子コンピューター”？

経路積分の効率化を具体的にどうやるか？

離散化の格子間隔の局所的な変化を計量で表す：

$$ds^2 = e^{2\omega(x,z)} (dx^2 + dz^2).$$

CFTの性質より波動関数は次の性質を持つ (Φ はCFTの場)：

$$\Psi[\Phi, \omega] = e^{C[\omega]} \cdot \Psi[\Phi, \omega = 0]$$

$C[\omega]$ を最小とする計量が最も効率的な経路積分。

(C = 「量子計算の複雑性」 の一種 [Cf. Susskind 2014-])

2次元CFTでは、 $N[\omega]$ はリュービル作用と等しい。

$$C_{2D}[\omega] = \frac{c}{24\pi} \int dx dz \left[(\partial_x \omega)^2 + (\partial_z \omega)^2 + e^{2\omega} \right] \longrightarrow e^{2\omega} = \frac{1}{z^2}$$

最小化で、AdS計量を再現！

(5-2) 経路積分の効率化からのdSの創発

$$\Psi[\phi, \omega] = e^{iC[\omega]} \cdot \Psi[\phi, \omega = 0]$$

$$C_{2D}[\omega] = \frac{ic_{dS}}{24\pi} \int d\varphi d\phi \left[-(\partial_\varphi \omega)^2 + (\partial_\phi \omega)^2 - e^{2\omega} \right]$$

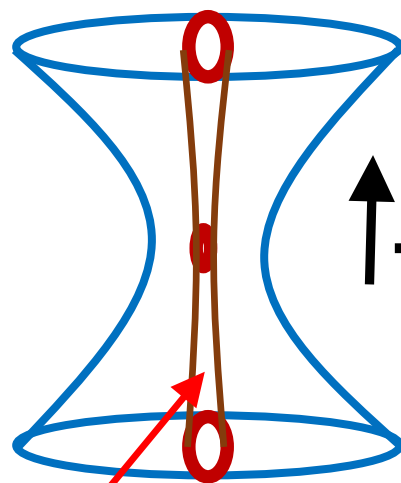
Lorentzian Cylinder:

$$ds^2 = e^{2\omega(x,z)} (-d\varphi^2 + d\phi^2).$$

Liouville eq.を解き、
経路積分の効率化
を行うと

$$e^{2\omega} = \frac{4\pi^2}{\beta_{dS}^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi\varphi}{\beta_{dS}} \right)}$$

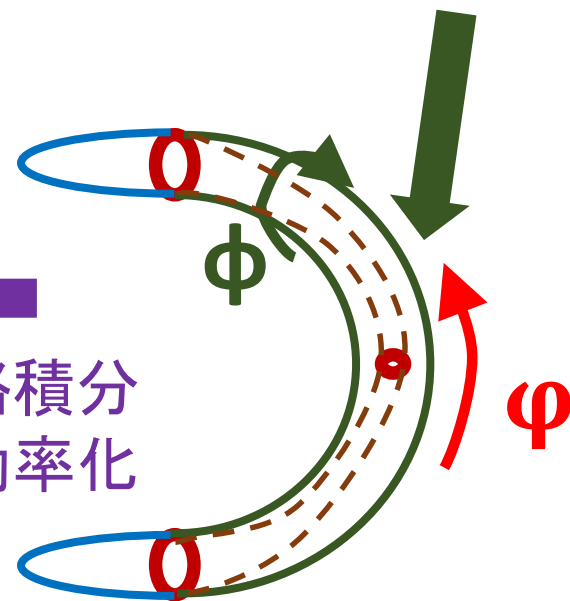
dS2に一致！



dS2 dS3

t

経路積分
の効率化



2D CFT

⑥ おわりに

本講演で紹介した新しいパラダイム

ホログラフィー原理

重力理論は、“最速の量子コンピューター”？

→量子物質の解析、量子計算・暗号へ新しい知見

宇宙 = 量子情報(量子ビット)の集まり？

創発

重力理論の時空は量子ビットの集合体？

→量子重力理論を解明するための鍵



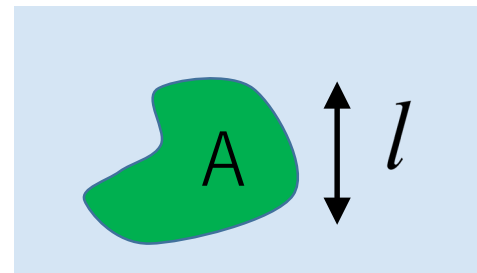
- 時間的な境界をもつ反ドジッター(AdS)宇宙は、CFTの量子エンタングルメントから空間方向(余剰次元)が創発。
→AdSの時間方向は、時間的エンタングルメントから創発。
- 時間的な境界を持たないドジッター宇宙(dS)は、CFTの時間的エンタングルメントから時間方向(余剰次元)が創発。

ご清聴ありがとうございました。

HEEの一般的振る舞い(AdS_{d+1}/CFT_d) [笠-高柳 06,...]

$$S_A = \frac{\pi^{(d-1)/2} R^{d-1}}{2G_N^{(d+1)} \Gamma(d/2 - 1/2)} \left[\underline{p_1 \left(\frac{l}{\varepsilon} \right)^{d-2}} + p_3 \left(\frac{l}{\varepsilon} \right)^{d-4} + \dots \right]$$

$$\dots + \left\{ \begin{array}{ll} p_{d-2} \left(\frac{l}{\varepsilon} \right) + F & (\text{if } d = \text{odd}) \\ p_{d-3} \left(\frac{l}{\varepsilon} \right)^2 + \underline{C \cdot \log \left(\frac{l}{\varepsilon} \right)} & (\text{if } d = \text{even}) \end{array} \right]$$



面積則の発散

一般に、発散項 p_k は、

$$p_k \cdot l^{d-1-k} = \int d^{d-2} x \sqrt{h} P(R, K)$$

運動量次元 $k-1$

と曲率の局所積分で書ける。

奇数次元のCFTでは
定数項(F関数)が普遍的

偶数次元のCFTではlog発散の
係数が普遍的 → Central charge

適用例：強劣加法性の証明

量子情報の基本となる不等式の強劣加法性 [Lieb-Ruskai 73]
が幾何学的に証明できる！

Diagrammatic proof of the strong subadditivity inequality using string diagrams. The top part shows the inequality $S_{A \cup B} + S_{B \cup C} \geq S_{A \cup B \cup C} + S_B$, with a corresponding Venn diagram showing nested regions A, B, and C. The bottom part shows the inequality $S_{A \cup B} + S_{B \cup C} \geq S_A + S_C$.

[Headrick-高柳 2007]

「量子情報の不等式＝幾何学の三角不等式」 となる！

HEEに対する量子補正(量子重力効果)

古典重力におけるHEE公式

[笠-高柳 2006, Hubeny-Rangamani-高柳 2007]

$$S_A = \text{Min Ext}_{\Gamma_A} \left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} \right]$$

ループ補正 $1/G_{N+1} + G_N + \dots$

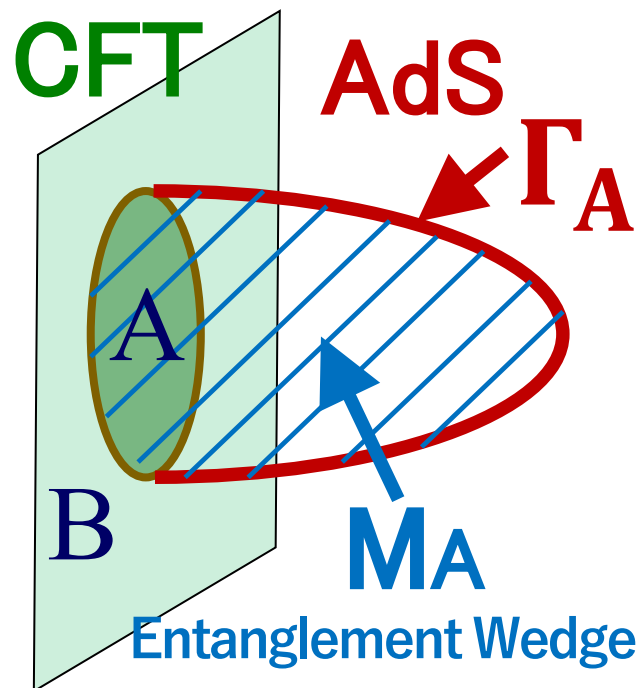
↔ CFTの $1/N$ 補正

量子補正を取り入れたHEE公式

$$S_A = \text{Min Ext}_{\Gamma_A} \left[\frac{\text{Area}(\Gamma_A)}{4G_N} + S_{Bulk}(M_A) \right]$$

Bulk EE

Quantum Extremal Surface

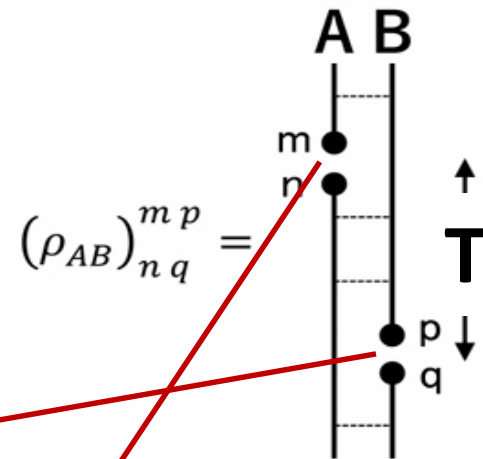


[Faulkner-Lewkowycz-Maldacena 2013,
Engelhardt-Wall 2014]

A Toy Example: Coupled Harmonic Oscillators

$$H = \frac{1}{\sqrt{1-\lambda^2}} \left[a^\dagger a + b^\dagger b + \lambda(a^\dagger b^\dagger + ab) + 1 - \sqrt{1-\lambda^2} \right].$$

$$\lambda = \tanh 2\theta$$



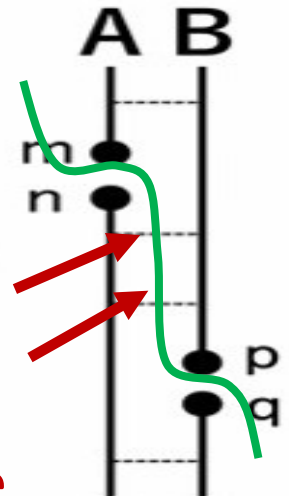
$$[\rho_{AB}]_{a_1, b_1}^{a_2, b_2} = \langle \Psi_0 |_{12} \cdot (|b_2\rangle\langle b_1|)_2 \cdot \mathcal{P}e^{-i \int_{t_1}^{t_2} dt H_{12}(t)} \cdot (|a_2\rangle\langle a_1|)_1 \cdot |\Psi_0\rangle_{12}$$


 $\rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$

$$S_{AB}^{(2)} = \log \left[\frac{1 + e^{-2iT} + (1 - e^{-2iT}) \cosh 4\theta}{2} \right].$$

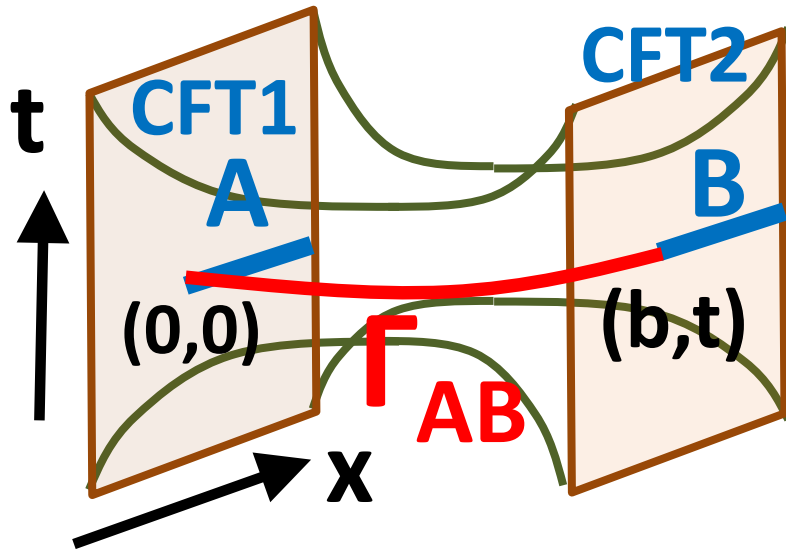

 $S(\rho_{AB}) \neq 0 \quad \rho_{AB} = \text{mixed}$

Purification
needs extra
Hilbert space



Pseudo entropy (Time-like entanglement entropy)

How does S_{AB} look like ?



When $b^2 - t^2 + 4z_0^2 > 0$,

$$S_{AB} = \frac{c}{3} \log \left[\frac{b^2 - t^2 + 4z_0^2}{4\epsilon z_0} \right].$$

When $b^2 - t^2 + 4z_0^2 < 0$,

$$S_{AB} = \frac{c}{3} \log \left[\frac{t^2 - b^2 - 4z_0^2}{4\epsilon z_0} \right] + \frac{\pi}{3} i c.$$

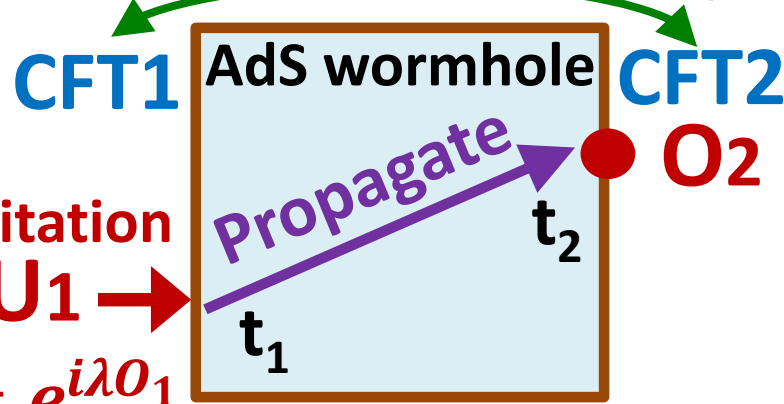
Γ_{AB} can be time-like in a traversable wormhole.

➡ S_{AB} becomes complex valued because $\rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$.
Thus, S_{AB} should be regarded as pseudo entropy.

(4-2) Double trace deformation of External BH (Model B)

Start with $|TFD\rangle = N \sum_n e^{-\beta H_{tot}/4} |n\rangle_1 |n\rangle_2$

→ Add interactions $H_{12} = \int dxdy \lambda(x,y) O_1(x) O_2(y)$



$$H_{tot} = H_1 + H_2 + H_{12}$$

$$\rho_2 = \text{Tr} \left[e^{-it_2 H_{tot}} \left(e^{it_1 H_{tot}} U_1 e^{-it_1 H_{tot}} \right) |TFD\rangle \langle TFD| \left(e^{it_1 H_{tot}} U_1^\dagger e^{-it_1 H_{tot}} \right) e^{it_2 H_{tot}} \right].$$



$$\langle O_2 \rangle = \text{Tr} [O_2 \rho_2] \approx \langle TFD | O_2 | TFD \rangle + i\lambda \langle TFD | \underline{[O_1(t), O_2]} | TFD \rangle + O(\lambda^2)$$

Non-vanishing due to the interactions $\leftrightarrow \rho_{AB}^\dagger \neq \rho_{AB}$

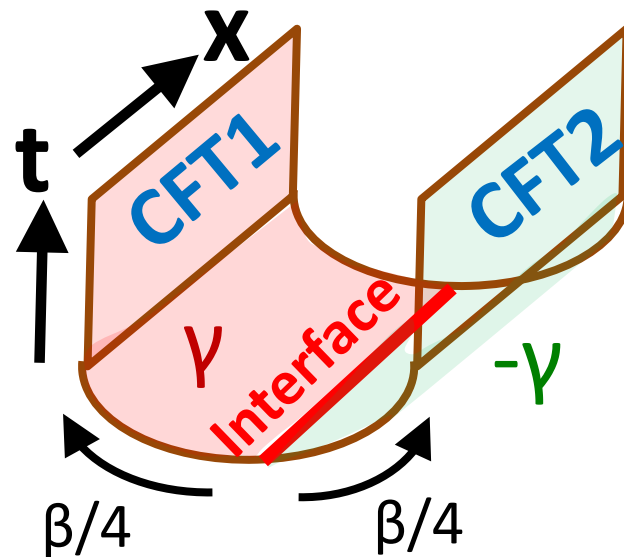
(4-3) Wormhole via Janus deformation (Model A)

[Harper-Kawamoto-Maeda-Nakamura-TT 2026]

Janus deformation = asymmetric exactly marginal
[Bak-Gutperle-Hirano 03] perturbations in a pair of CFTs

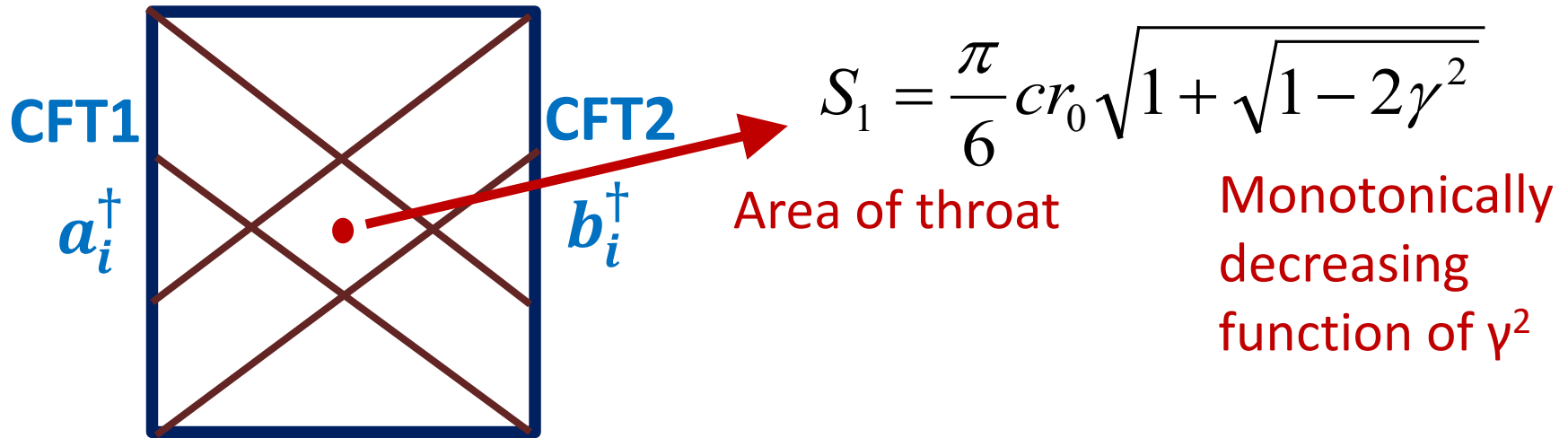
$$S_{\text{CFT1}} = S_{\text{CFT}}^{(0)} + \gamma \int dx^d O_1(x)$$

$$S_{\text{CFT2}} = S_{\text{CFT}}^{(0)} - \gamma \int dx^d O_2(x)$$



- ◆ We consider the TFD state of the doubled CFT for $d=2$.
- ◆ In the standard Janus deformation, γ is real valued.
We will extend γ to imaginary values.

Entanglement between CFT1 and CFT2



In the dual CFT, this is dual to the PE/EE in the deformed TFD state:

$$|\text{TFD}(\beta, \gamma)\rangle = \tilde{\mathcal{N}} \exp \left[\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2} E_i} \left(\sin 2\theta \, a_i^\dagger b_i^\dagger + \cos 2\theta \left((a_i^\dagger)^2 - (b_i^\dagger)^2 \right) \right) \right] |0\rangle$$

$$\langle \text{TFD}(\beta, \gamma) | = \tilde{\mathcal{N}} \langle 0 | \exp \left[\sum_{i=1}^{\infty} e^{-\frac{\beta}{2} E_i} \left(\sin 2\theta \, a_i b_i + \cos 2\theta \left((a_i)^2 - (b_i)^2 \right) \right) \right] \quad \theta \equiv \frac{\pi}{4} + \gamma$$

S_1 becomes its maximum at $\theta = \pi/4$ (i.e. no deformation) and decreases as γ^2 gets larger. For imaginary γ , it increases. This is consistent with the gravity dual.

Why traversable without interactions ?

The Hamiltonians H_1 and H_2 of CFT1 and CFT2 for γ =imaginary becomes non-Hermitian:

$$H_1 = H_0 + \gamma V, \quad H_2 = H_0 + \gamma^* V, \quad \text{such that } H_1^\dagger = H_2$$

They have different eigen-vectors with complex eigen-values:

$$H_1 |n_+\rangle = E_n |n_+\rangle, \quad H_2 |n_-\rangle = E_n^* |n_-\rangle,$$

$$\langle n_+ | H_2 = \langle n_+ | E_n^*, \quad \langle n_- | H_1 = \langle n_- | E_n,$$

where we introduce their (Hermitian) conjugations by $|n_\pm\rangle^\dagger = \langle n_\pm|$.

They satisfy $\langle n_\mp | m_\pm \rangle = \delta_{n,m}$, $\sum_n |n_\pm\rangle \langle n_\mp| = 1$.

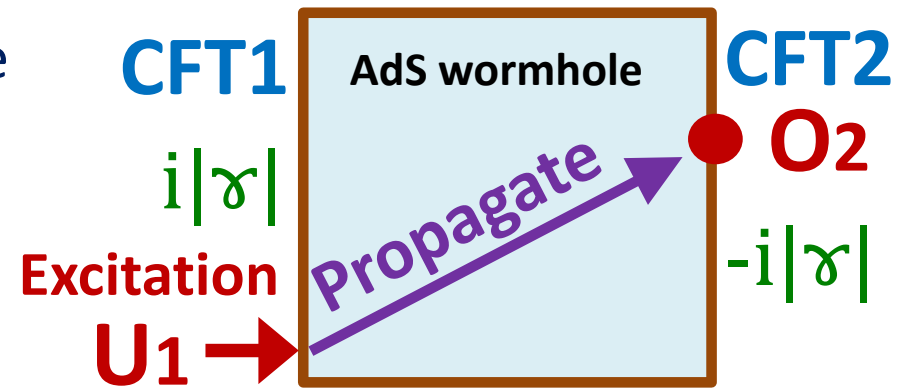
This motivates us to define the **modified conjugation** $\ddagger$ by

$$\langle n_+ | O | m_- \rangle^* = \langle m_+ | O^\ddagger | n_- \rangle.$$

The initial and final TFD state look like

$$|\text{TFD}\rangle = \sum_n e^{-\frac{\beta}{4}(H_1+H_2)} |n_+\rangle_1 |n_+\rangle_2 ,$$

$$\langle \overline{\text{TFD}}| = \sum_n \langle n_-|_1 \langle n_-|_2 e^{-\frac{\beta}{4}(H_1+H_2)} .$$



The density matrix $\rho = |\text{TFD}\rangle\langle \overline{\text{TFD}}|$ is not Hermitian $\rho^\dagger \neq \rho$.

However, it satisfies $\rho^\ddagger = \rho$, implying $\ddagger$ is good for the conjugation.

An observer in CFT2 probes the state:

$$\rho_2 = e^{-it_2 H_-^{(2)}} \text{Tr}_1 \left[(e^{-it_1 H_+^{(1)}} e^{i\alpha O^{(1)}} e^{it_1 H_+^{(1)}}) |\text{TFD}\rangle \langle \overline{\text{TFD}}| (e^{-it_1 H_+^{(1)}} e^{-i\alpha O^{(1)\ddagger}} e^{it_1 H_+^{(1)}}) \right] e^{it_2 H_-^{(2)}} .$$

When the CFT1 is excited by $U_1 = e^{i\alpha O^{(1)}}$, the CFT2 observer sees

$$\begin{aligned} \langle O^{(2)}(t_2) \rangle &= \text{Tr}[\rho_2 O^{(2)}] \\ &\simeq \langle \overline{\text{TFD}}| O^{(2)} | \text{TFD} \rangle + i\alpha \langle \overline{\text{TFD}}| \underline{(O^{(2)}(t_2) O^{(1)}(t_1) - O^{(1)\ddagger}(t_1) O^{(2)}(t_2))} | \text{TFD} \rangle, \end{aligned}$$

We have $[O_1, O_2]=0$, but this is non-vanishing !