

非可逆な選択則に基づく素粒子現象論

Hajime Otsuka



**KYUSHU
UNIVERSITY**

Outline :

1. 素粒子の選択則
2. 現象論への応用
3. 弦理論のコンパクト化における(一般化された)選択則
4. 結論

素粒子の選択則

群対称性をもつ4次元理論では、場は群の(ある表現に従って)変換

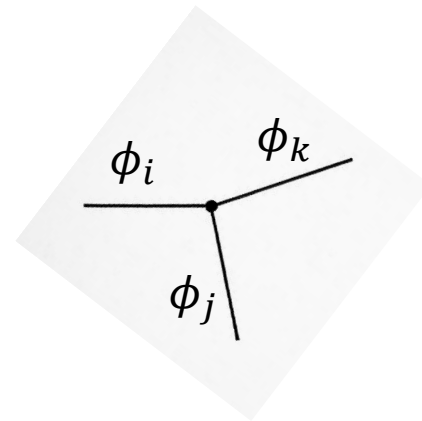
- 場の変換:

$$\phi \xrightarrow{g} \rho(g)\phi \quad g \in G$$

- 場 $\{\phi_i, \phi_j, \phi_k\}$ は群 G の表現に従って変換:

$$\rho_i \otimes \rho_j \otimes \rho_k \supset \mathbb{I} \rightarrow \phi_i \phi_j \phi_k \text{ なら許される}$$

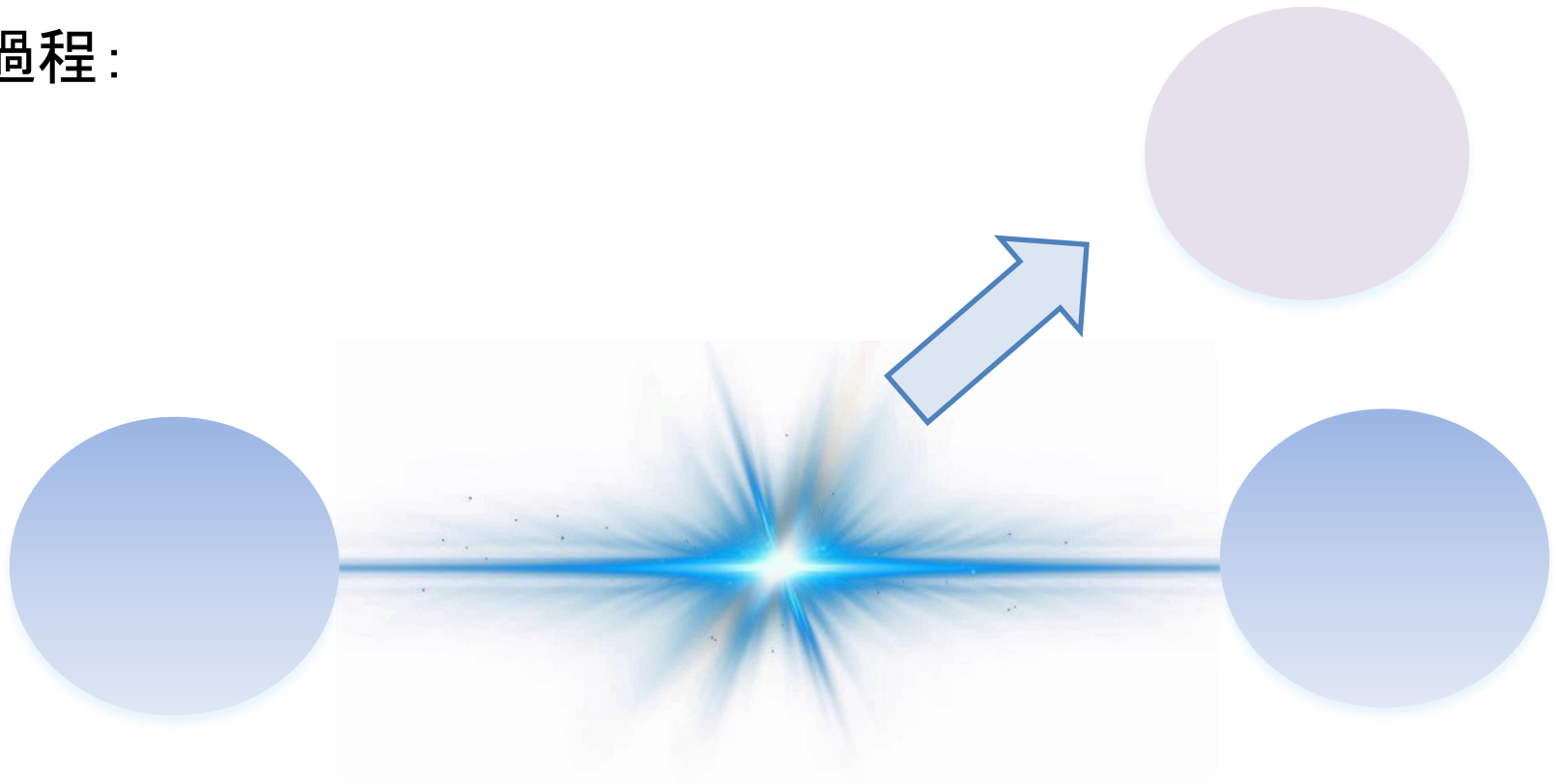
$$\rho_i \otimes \rho_j \otimes \rho_k \not\supset \mathbb{I} \rightarrow \phi_i \phi_j \phi_k \text{ なら禁じられる}$$



可換群 G では、電荷保存則に帰着

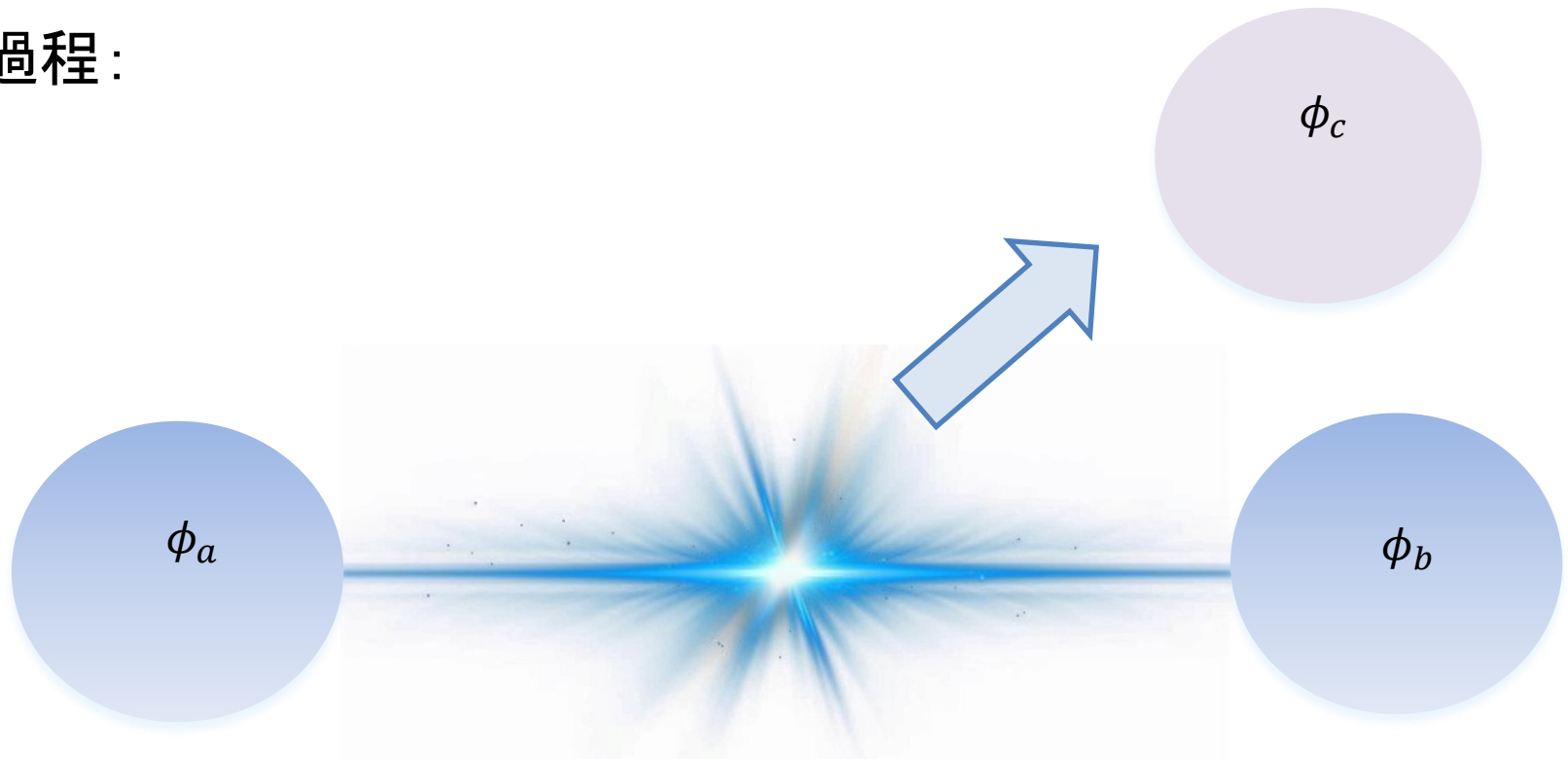
素粒子の選択則

散乱過程：



素粒子の選択則

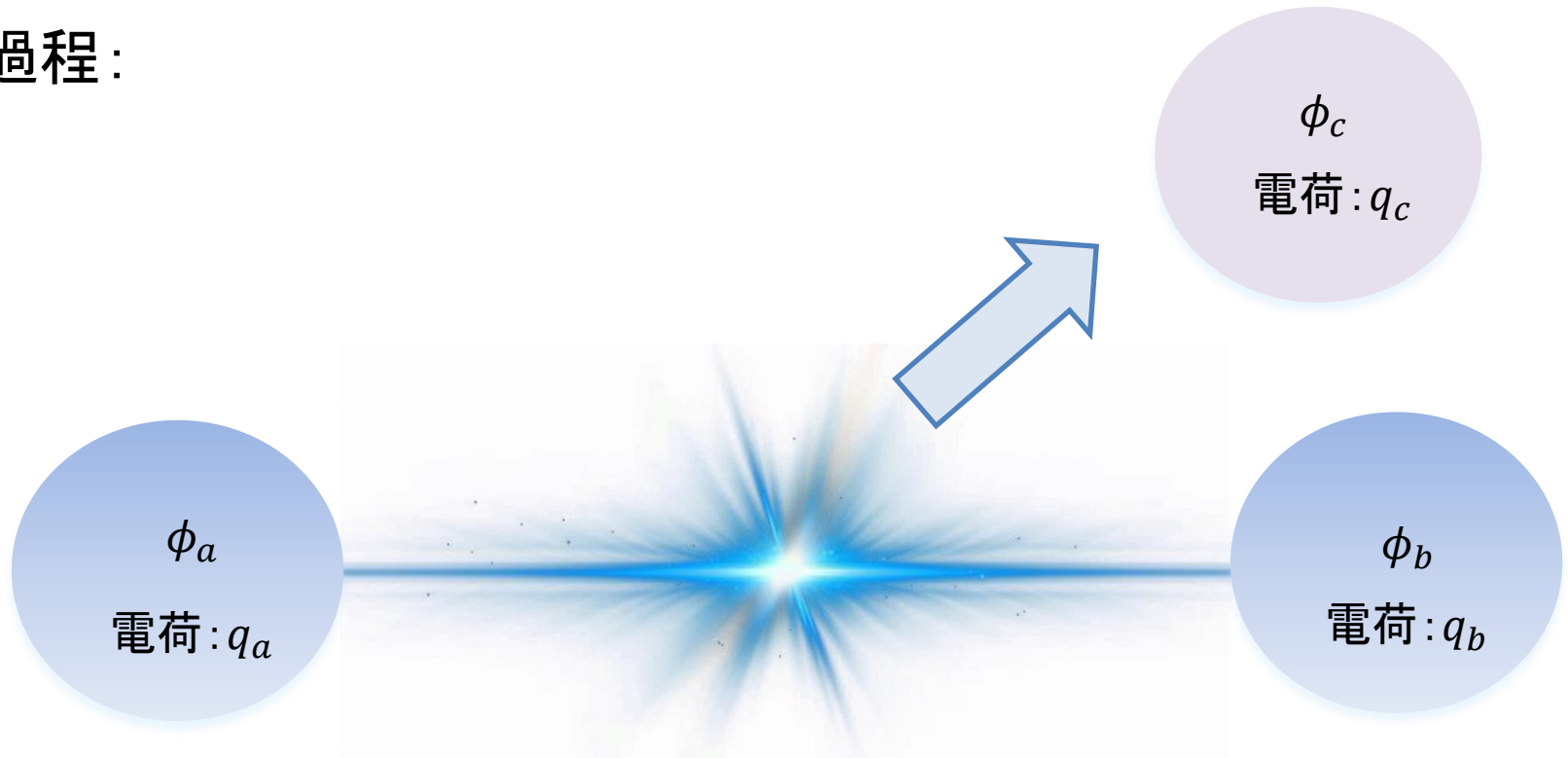
散乱過程:



対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。

素粒子の選択則

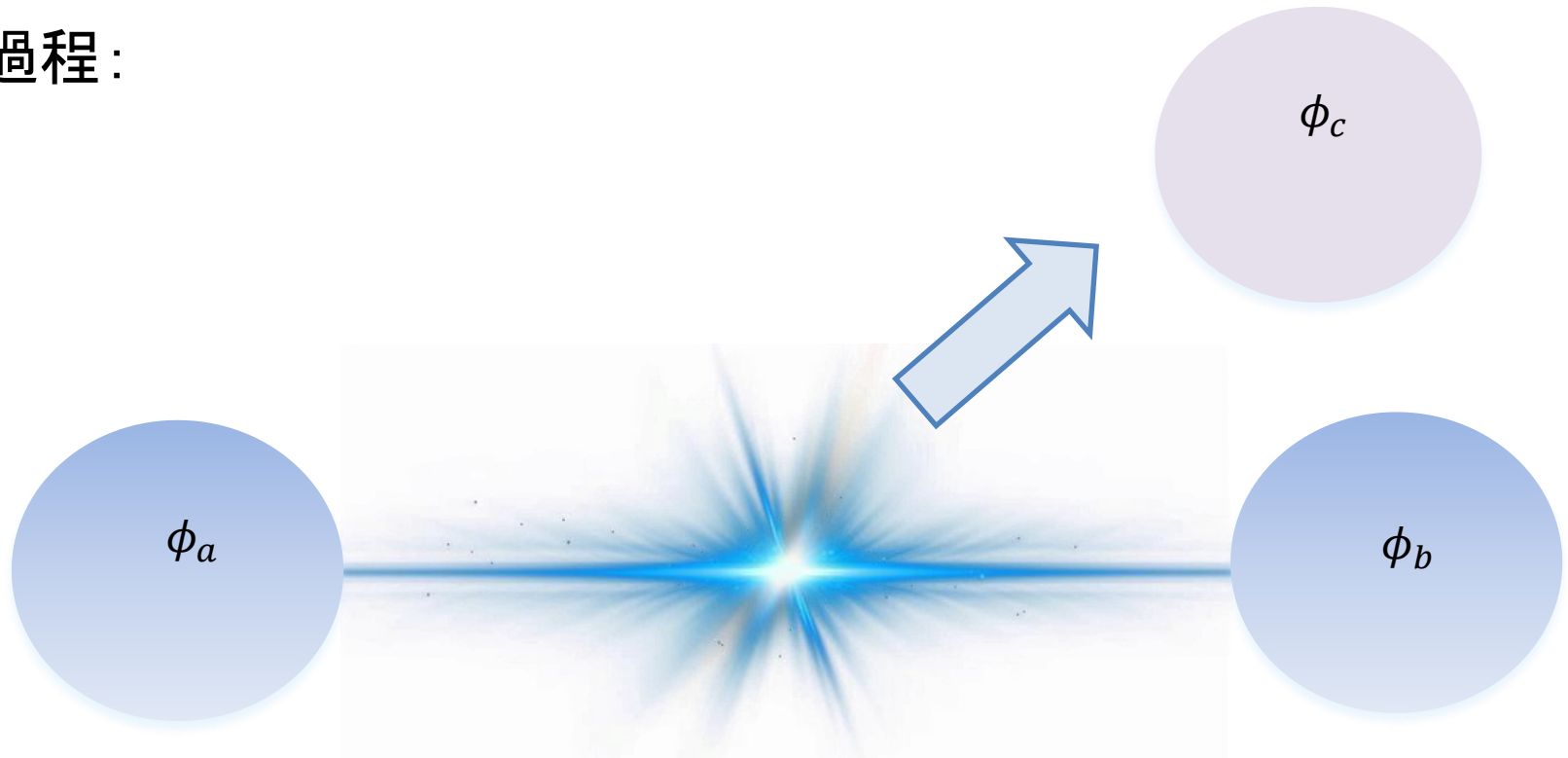
散乱過程:



対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。
(例えば、電荷の保存則: $\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$ ($q_a + q_b = q_c$))

素粒子の選択則

散乱過程:



対称性に基づく「**選択則**」により、相互作用の有無が決定される。
(例えば、電荷の保存則: $\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$ ($q_a + q_b = q_c$))

群論的対称性に由来する選択則(保存則)に紐づけられていたが、
近年対称性の概念が一般化され、**非可逆対称性に基づく選択則**が進展している

一般化された選択則

▪ Suppose that

1. 場 ϕ_i が *hypergroup* の要素でラベルされる

A *hypergroup* is an algebra $[g_i] \cdot [g_j] = \sum_k d_{ij}^k [g_k]$

- Ex., フュージョン代数 ($d_{ij}^k \in \mathbb{Z}$)
群 G の共役類など

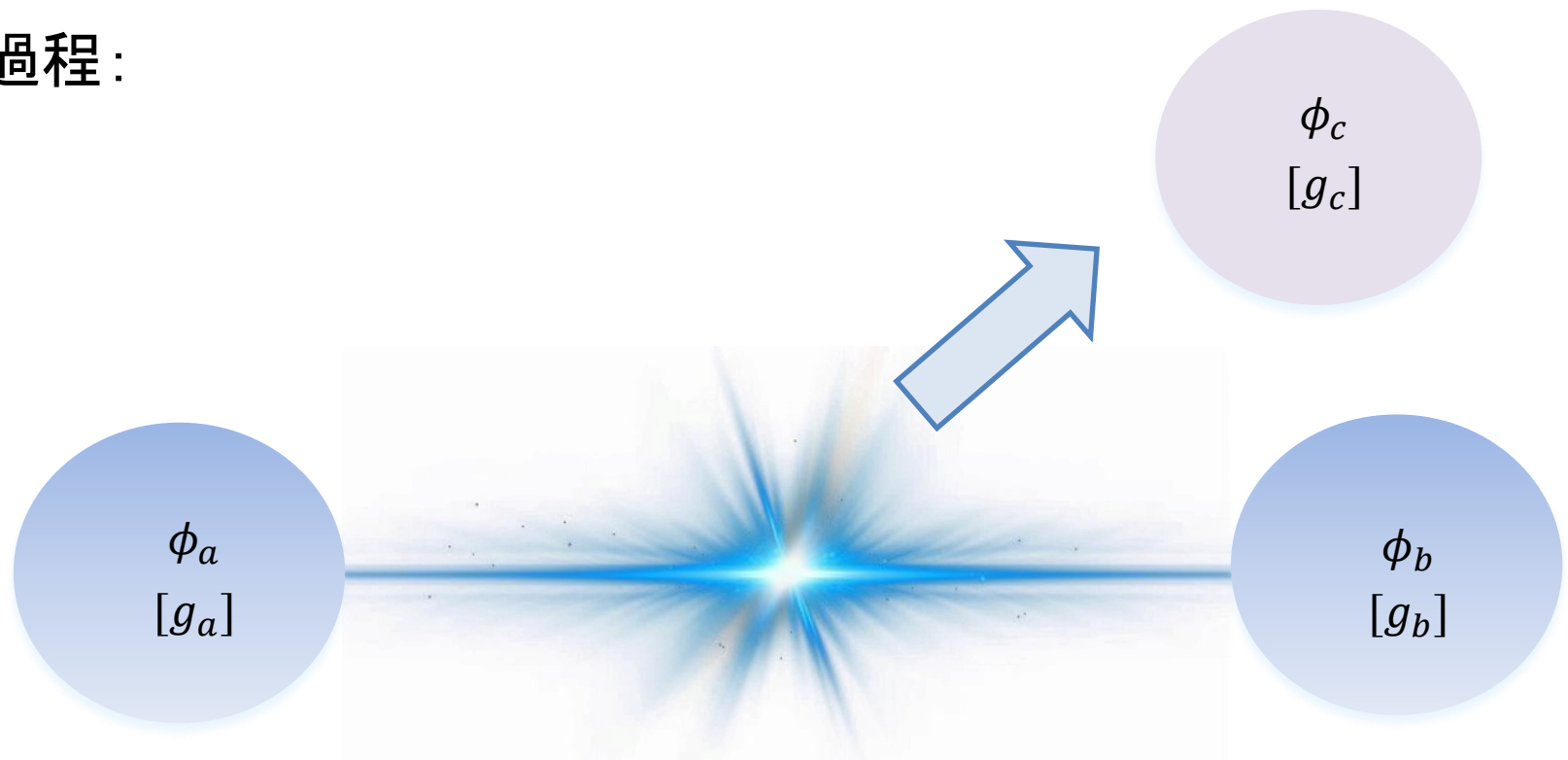
→ 場の相互作用に制限

Hamidi-Vafa (1987), Dijkgraaf-Vafa-Verlinde-Verlinde (1989),
Heckman-McNamara-Montero-Sharon-Vafa-Valenzuela, Kaidi-Tachikawa-Zhang (2024),...

2. 古典的なラグランジアン of 相互作用は
場のラベルのフュージョン積に Identity が現れると許される

(一般化された)素粒子の選択則

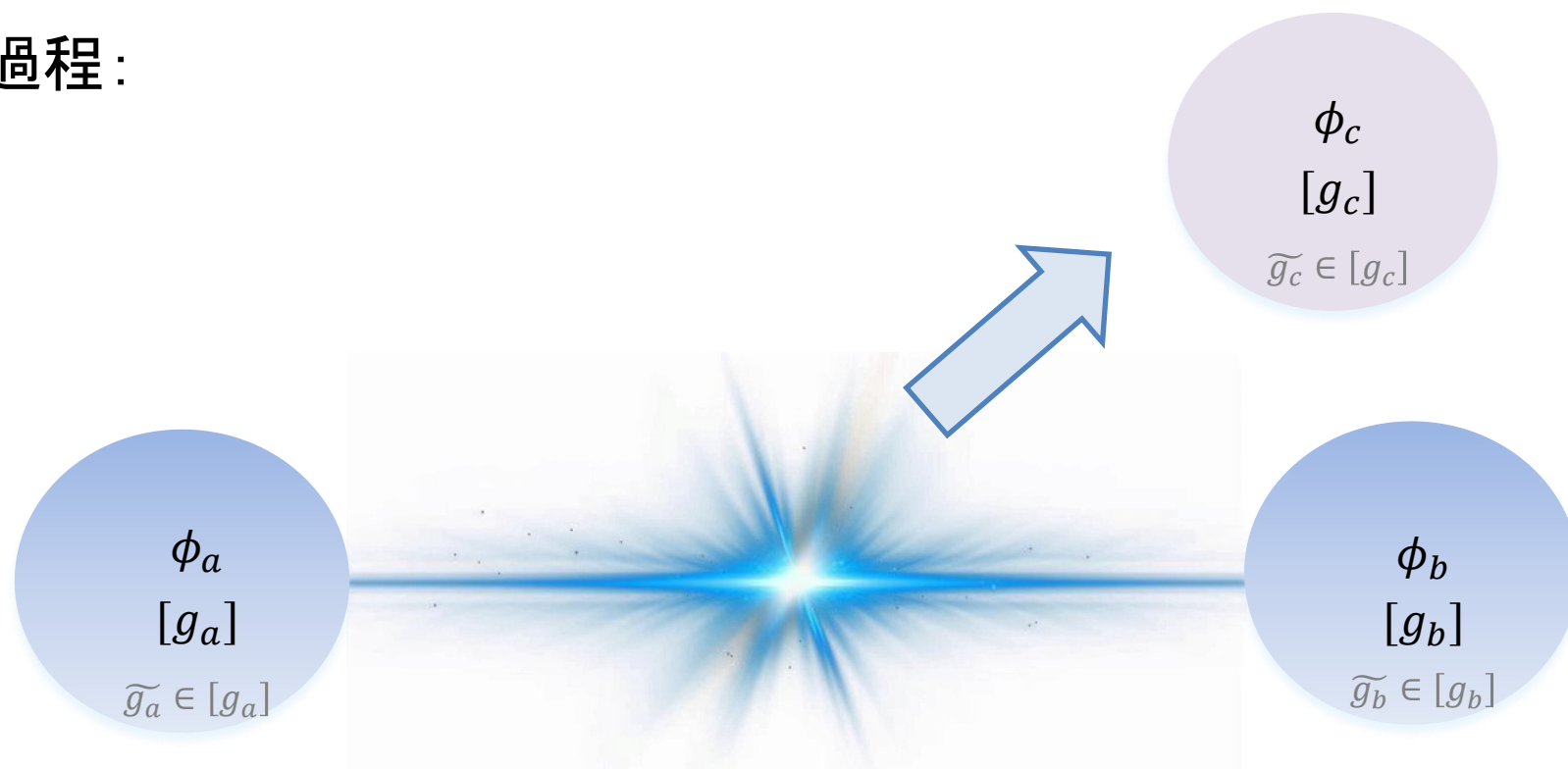
散乱過程:



例えば, 場 ϕ_a が群 G の共役類 $[g_a] = \{h g_a h^{-1} | h \in G\}$ でラベルされる場合:
共役類のテンソル積は一般に非可逆なものも含む. $[g_a] \cdot [g_b] = \sum_c N_{ab}^c [g_c]$

(一般化された)素粒子の選択則

散乱過程:

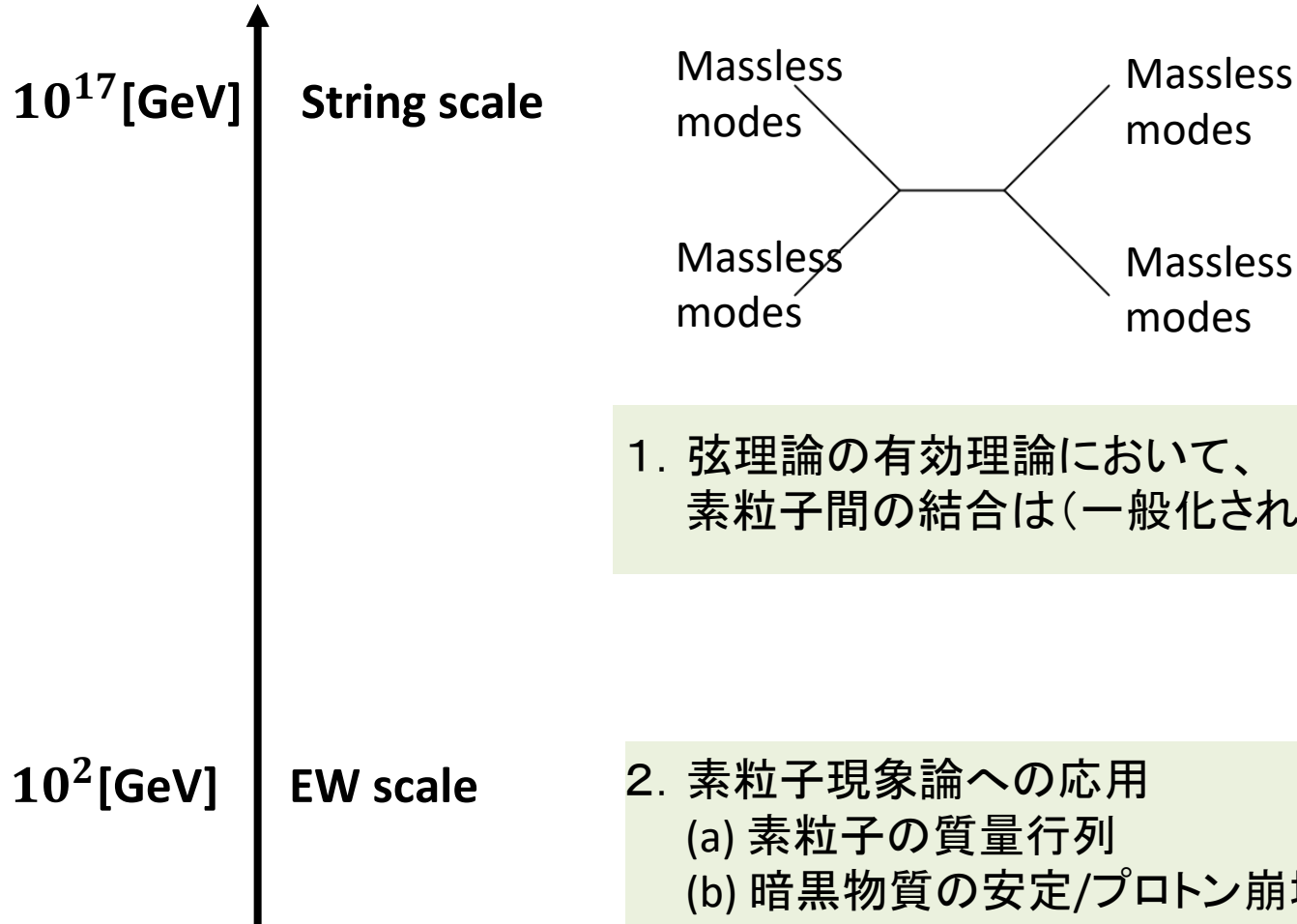


例えば, 場 ϕ_a が群 G の共役類 $[g_a] = \{h g_a h^{-1} | h \in G\}$ でラベルされる場合:
共役類のテンソル積は一般に非可逆なものも含む. $[g_a] \cdot [g_b] = \sum_c N_{ab}^c [g_c]$

$$\phi_a + \phi_b \rightarrow \phi_c$$

の相互作用は、 $\widetilde{g}_a \widetilde{g}_b \widetilde{g}_c = e$ (identity) を含めば許される

Main message



1. 弦理論の有効理論において、
素粒子間の結合は(一般化された)選択則で支配

2. 素粒子現象論への応用
(a) 素粒子の質量行列
(b) 暗黒物質の安定/プロトン崩壊の抑制
(c) SMEFT
(d) Radiative neutrino mass, Strong CP問題,...

2. 非可逆な選択則に基づく素粒子現象論

(a) 素粒子の質量行列

(b) 暗黒物質の安定/プロトン崩壊の抑制

(c) SMEFT

Texture zero approach

2世代のクォーク

- アップ型クォーク質量行列が対角となる基底では、



$$m_{\text{down}} = \begin{pmatrix} 0 & m \\ m & M \end{pmatrix}$$

$$\xrightarrow{M \gg m} \begin{pmatrix} m^2/M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_d & 0 \\ 0 & m_s \end{pmatrix}$$

Cabibbo角は次のように正しく予言される

$$\sin\theta_c \sim \tan\theta_c = m/M = \sqrt{m_d/m_s}$$

S. Weinberg (1977)

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 例として、 $U(1)$ または $\mathbb{Z}_N$ 対称性
- フェルミオンとヒッグスの電荷は、次を満たす必要がある

$$Q_1^L + Q_1^R + Q_H \neq 0$$

$$Q_1^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_1^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

- 湯川相互作用 $Y_{ij}\psi_i^L\psi_j^RH$ をどのように導くか

$$Y_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \quad *: \text{非ゼロ成分}$$

- 例として、 $U(1)$ または $\mathbb{Z}_N$ 対称性
- フェルミオンとヒッグスの電荷は、次を満たす必要がある

$$Q_1^L + Q_1^R + Q_H \neq 0$$

$$Q_1^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

$$Q_2^L + Q_1^R + Q_H = 0$$

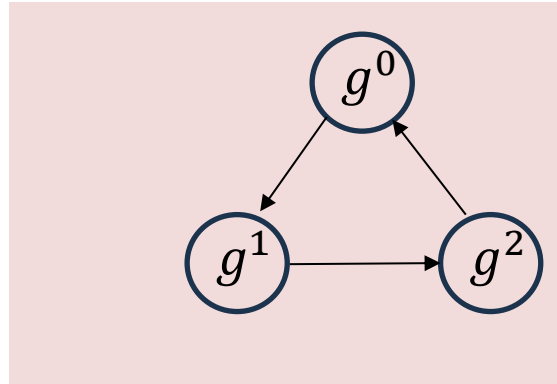
$$Q_2^L + Q_2^R + Q_H = 0$$

- 解はない
- Weinberg textureをどう実現するか？

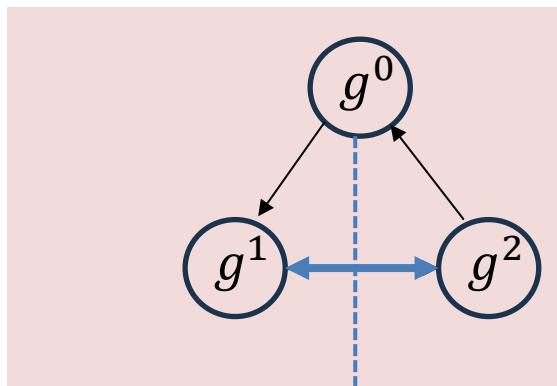
非可逆選択則

群の外部自己同型のゲージ化

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)

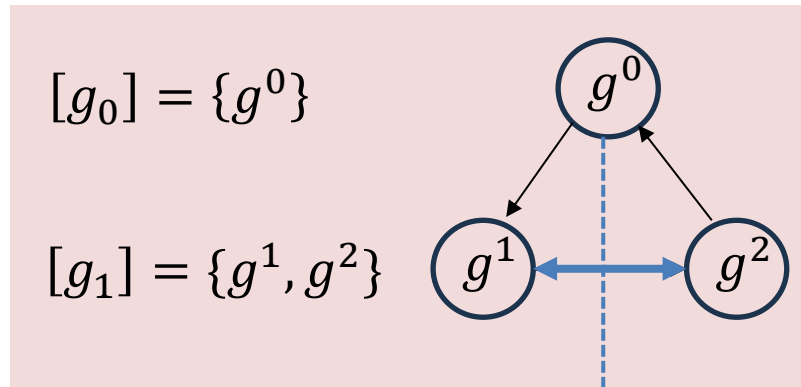


- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



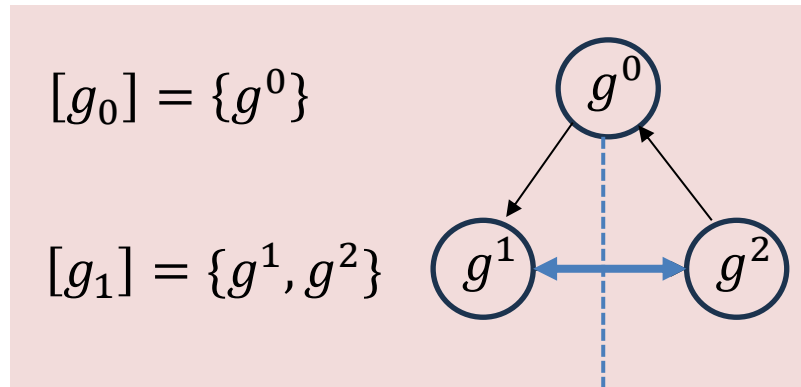
$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- まず $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- 融合則:

フィボナッチ融合則

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

$$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I} = \mathbb{I}$$

$$\mathbb{I} \otimes \tau = \tau \otimes \mathbb{I} = \tau$$

$$\tau \otimes \tau = \mathbb{I} + \tau$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

群作用を伴わない選択則

- 例：フィボナッチ融合則（エニオンを記述）：

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

群作用を伴わない選択則

- 例: フィボナッチ融合則 (エニオンを記述):

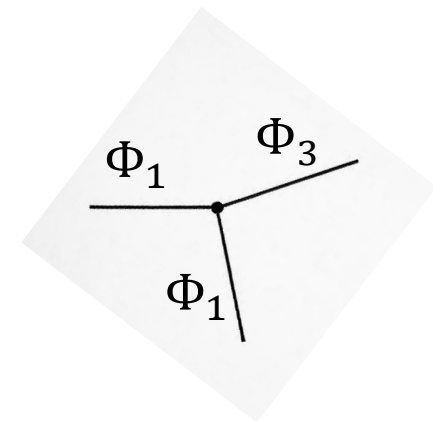
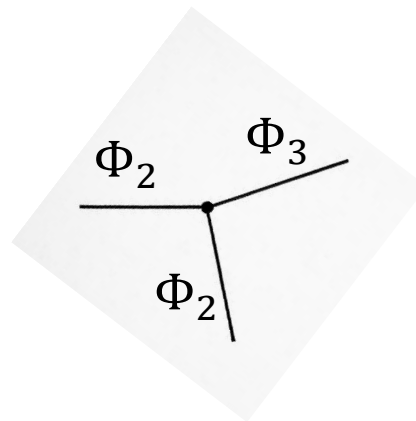
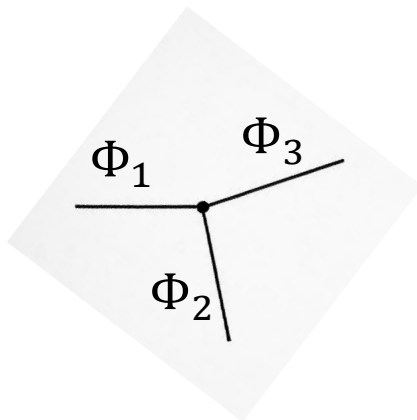
$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

- $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} = \{[g_0], [g_1], [g_1]\}$



群作用を伴わない選択則

- 例: フィボナッチ融合則 (エニオンを記述):

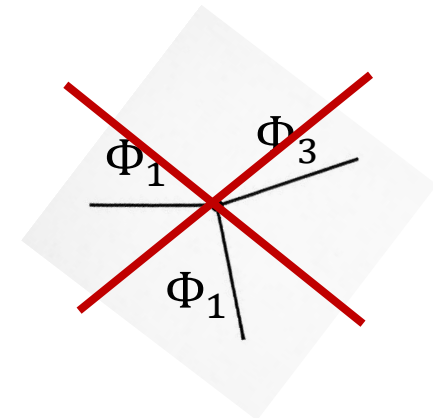
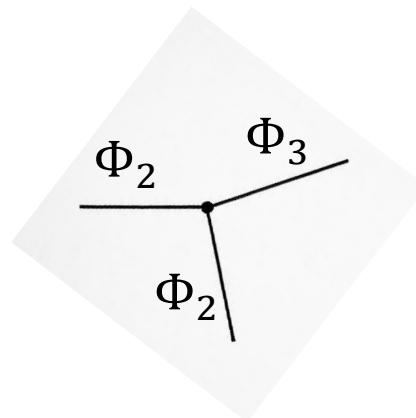
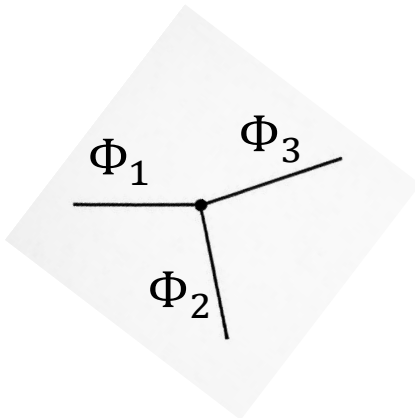
$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

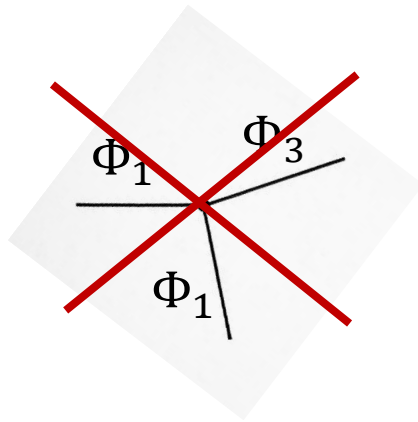
- $[g_1]$ は逆元をもたない

- $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} = \{[g_0], [g_1], [g_1]\}$

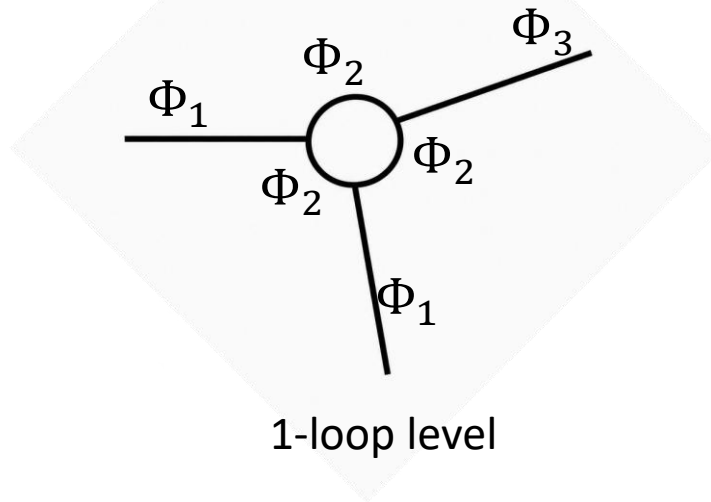


群作用を伴わない選択則

- $\{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} = \{[g_0], [g_1], [g_1]\}$



Tree level



1-loop level

“近似的な”選択則

SUSY理論では、non-renormalization theoremにより選択則は保証される

Tree level の選択則は、

(コンパクト化スケールにおける)弦理論の有効理論において成立

(特定のループでしか生成されない素粒子現象にも有効かもしれない)

非可逆選択則から得られるWeinberg texture

非可逆な選択則の応用例

- Fibonacci フュージョン則(2つのクラス $[g_0], [g_1]$) :

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

$[g_0]$: Identityを含むクラス

$[g_1]$: 逆元を持たない



S. Weinberg (1977)

素粒子の質量行列(クォーク_{*i*} - クォーク_{*j*} - ヒッグス $[g_1]$)

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} [g_0] & [g_1] \end{array} \\ \begin{array}{c} [g_0] \\ [g_1] \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & * \\ * & * \end{pmatrix} \end{array}$$

群論的な対称性に基づく選択則では, 上記の質量行列は得られないが
Fibonacci フュージョン則により導出可能

3世代における湯川 texture



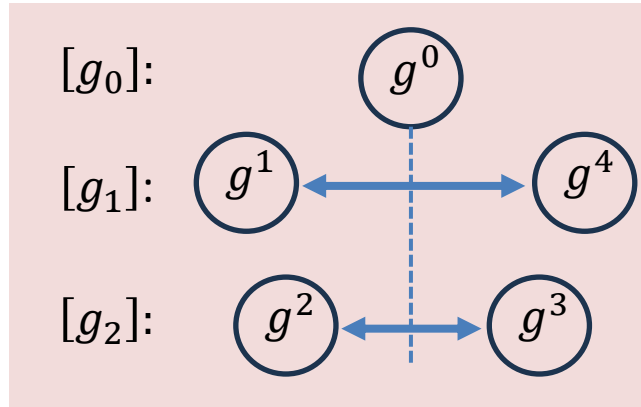
$$m^{(\text{Fritzsch, NNI})} = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

H. Fritzsch (78), G.C.Branco, L.Lavoura, F.Mota (89),...

$M = 5$ ($\mathbb{Z}_2$ ゲージ化: $\mathbb{Z}_5$)

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- 3つの異なるクラス :

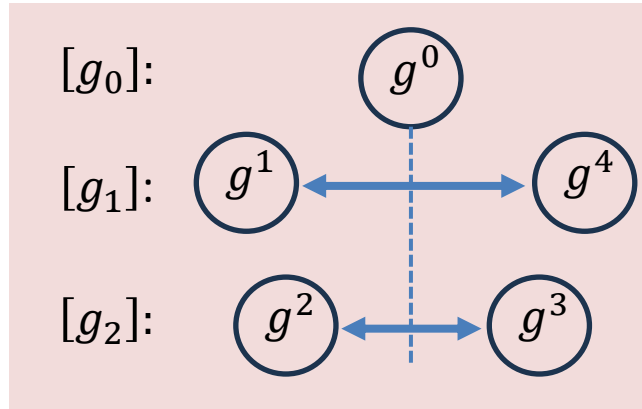


$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_5$

$M = 5$ ($\mathbb{Z}_2$ ゲージ化: $\mathbb{Z}_5$)

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- 3つの異なるクラス :



- 湯川結合 (3世代) :

左 : $([g_0], [g_1], [g_2])$

右 : $([g_0], [g_1], [g_2])$

ヒッグス : $[g_1]$

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}$$

* : 非ゼロ成分

融合則:

$$[g_0][g_0] = [g_0]$$

$$[g_1][g_1] = [g_0] + [g_2]$$

$$[g_2][g_2] = [g_0] + [g_1]$$

$$[g_1][g_2] = [g_1] + [g_2]$$

“最近接相互作用”

レプトンの湯川 textures

- Weinberg演算子を伴うレプトンの湯川texturesを分類:

$$Y_{ij}\bar{L}_i H e_j + \frac{C_{ij}}{\Lambda} L_i H L_j H$$

例:

$$Y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & * \\ 0 & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & 0 & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

* : 非ゼロ成分

- 荷電レプトン質量および PMNS 行列と整合
- その他のTextures:

RG effects on textures

- MSSM at the unification scale 2×10^{16} GeV

$$Y_u = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}, \quad Y_d = \begin{pmatrix} 0 & * & 0 \\ * & * & * \\ 0 & * & * \end{pmatrix}, \quad Y_e = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix}$$

* : 非ゼロ成分

$$|Y_u(M_{\text{SUSY}})| \simeq \begin{pmatrix} 5.78 \times 10^{-6} & 4.55 \times 10^{-10} & 2.59 \times 10^{-6} \\ 9.01 \times 10^{-13} & 2.92 \times 10^{-3} & 1.25 \times 10^{-5} \\ 1.46 \times 10^{-11} & 3.55 \times 10^{-8} & 0.816 \end{pmatrix},$$

$$|Y_d(M_{\text{SUSY}})| \simeq \begin{pmatrix} 2.58 \times 10^{-11} & 1.29 \times 10^{-4} & 5.75 \times 10^{-8} \\ 5.51 \times 10^{-5} & 5.94 \times 10^{-4} & 1.00 \times 10^{-4} \\ 2.40 \times 10^{-9} & 1.17 \times 10^{-2} & 5.88 \times 10^{-3} \end{pmatrix},$$

$$|Y_e(M_{\text{SUSY}})| \simeq \text{diag} (2.840 \times 10^{-6}, 5.982 \times 10^{-4}, 1.016 \times 10^{-2}) .$$

2. 非可逆な選択則に基づく素粒子現象論

(a) 素粒子の質量行列

(b) 暗黒物質の安定/プロトン崩壊の抑制

(c) SMEFT

Remnant (group-like) symmetries (1/2)

T. Kobayashi, H. Mita, H.O., R. Sakuma, 2506.10241 [hep-ph]

- (一般化された)選択則には群論的対称性が存在

例: *Ising* 融合則 ($\mathbb{Z}_2$ orbit of $\mathbb{Z}_4$ で実現)

$$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I} = \mathbb{I}$$

$$\epsilon \otimes \sigma = \sigma \otimes \epsilon = \sigma$$

$$\epsilon \otimes \epsilon = \mathbb{I}$$

$$\sigma \otimes \sigma = \mathbb{I} + \epsilon$$

$\mathbb{Z}_2$ 対称性: $\sigma \rightarrow -\sigma$

($\sigma : \mathbb{Z}_2$ odd, $\mathbb{I}, \epsilon : \mathbb{Z}_2$ even)

Ising 融合則に従う場の理論を考えると、
 $\mathbb{Z}_2$ 対称性は暗黒物質の安定化に有用かもしれない

Remnant (group-like) symmetries (2/2)

T. Kobayashi, H. Mita, H.O., R. Sakuma, 2506.10241 [hep-ph]

- *MSSMを考えよう (Remnant $\mathbb{Z}_2$ symmetry $\leftrightarrow$ R-parity)*

$\mathbb{Z}_2$ charge :

H_u	H_d	Q	$\bar{U}$	$\bar{D}$	L	$\bar{E}$
0	0	1	1	1	1	1

Remnant (group-like) symmetries (2/2)

T. Kobayashi, H. Mita, H.O., R. Sakuma, 2506.10241 [hep-ph]

- *MSSMを考えよう (Remnant $\mathbb{Z}_2$ symmetry $\leftrightarrow$ R-parity)*

$\mathbb{Z}_2$ charge :

H_u	H_d	Q	$\bar{U}$	$\bar{D}$	L	$\bar{E}$
0	0	1	1	1	1	1

- Ising 融合則と SM ゲージ対称性の選択則を組み合わせると
 $\rightarrow \mathbb{Z}_3$ baryon triality and $\mathbb{Z}_6$ proton hexality の実現 (プロトン崩壊の抑制)

	$H_d H_u$	$L H_u$	$LL\bar{E}$	$LQ\bar{D}$	$\bar{U}\bar{D}\bar{D}$	$QQQL$	$\bar{U}\bar{U}\bar{D}\bar{E}$	$QQQH_d$	$Q\bar{U}\bar{E}H_d$	$LH_u LH_u$	$LH_u H_d H_u$
R_2	✓					✓	✓			✓	
B_3	✓	✓	✓	✓					✓	✓	✓
P_6	✓									✓	

2. 非可逆な選択則に基づく素粒子現象論

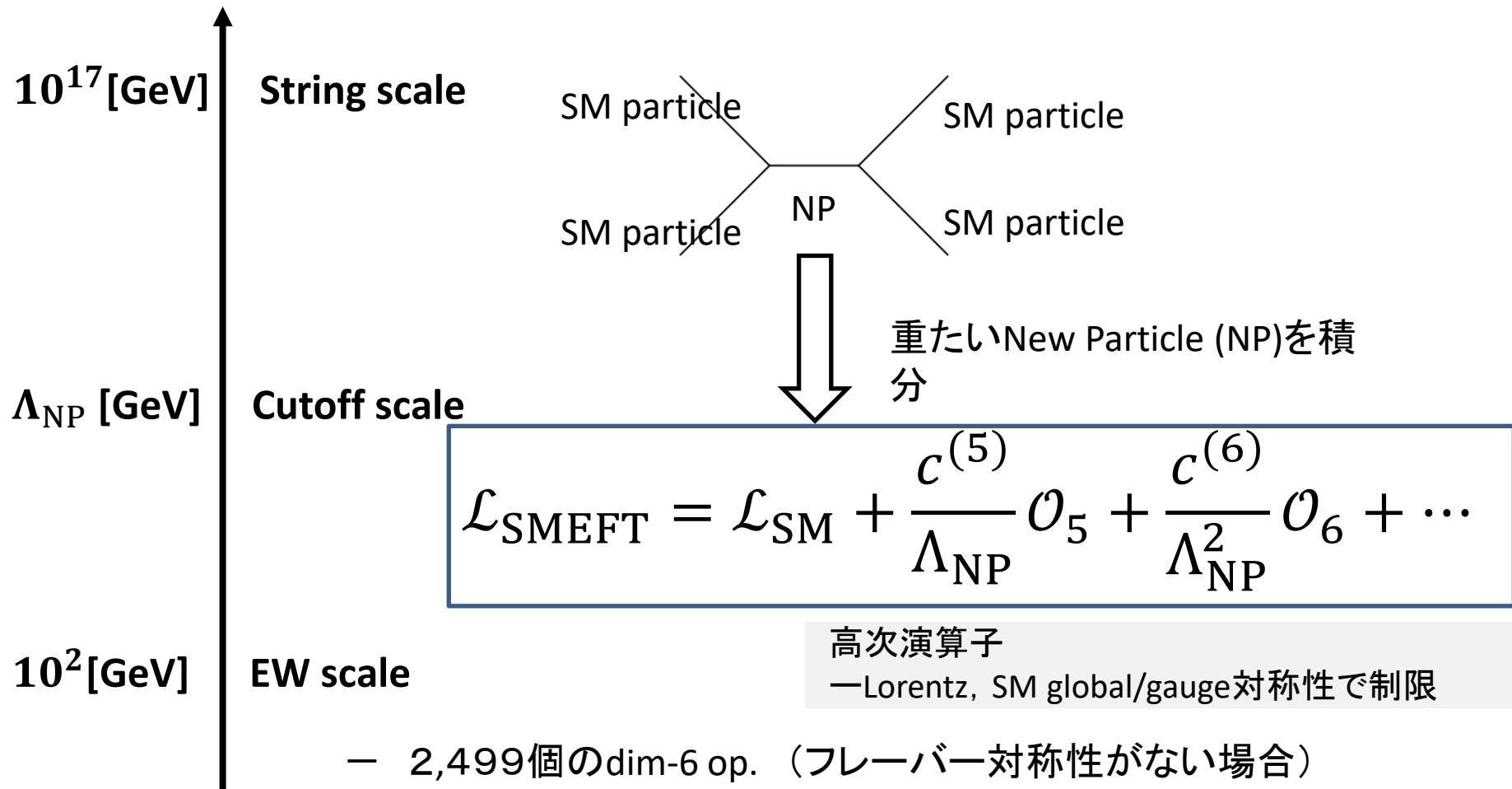
(a) 素粒子の質量行列

(b) 暗黒物質の安定/プロトン崩壊の抑制

(c) SMEFT (6 slides)

SMEFT (Standard Model Effective Field Theory)

— 新物理探索の上で、重要なボトムアップアプローチ

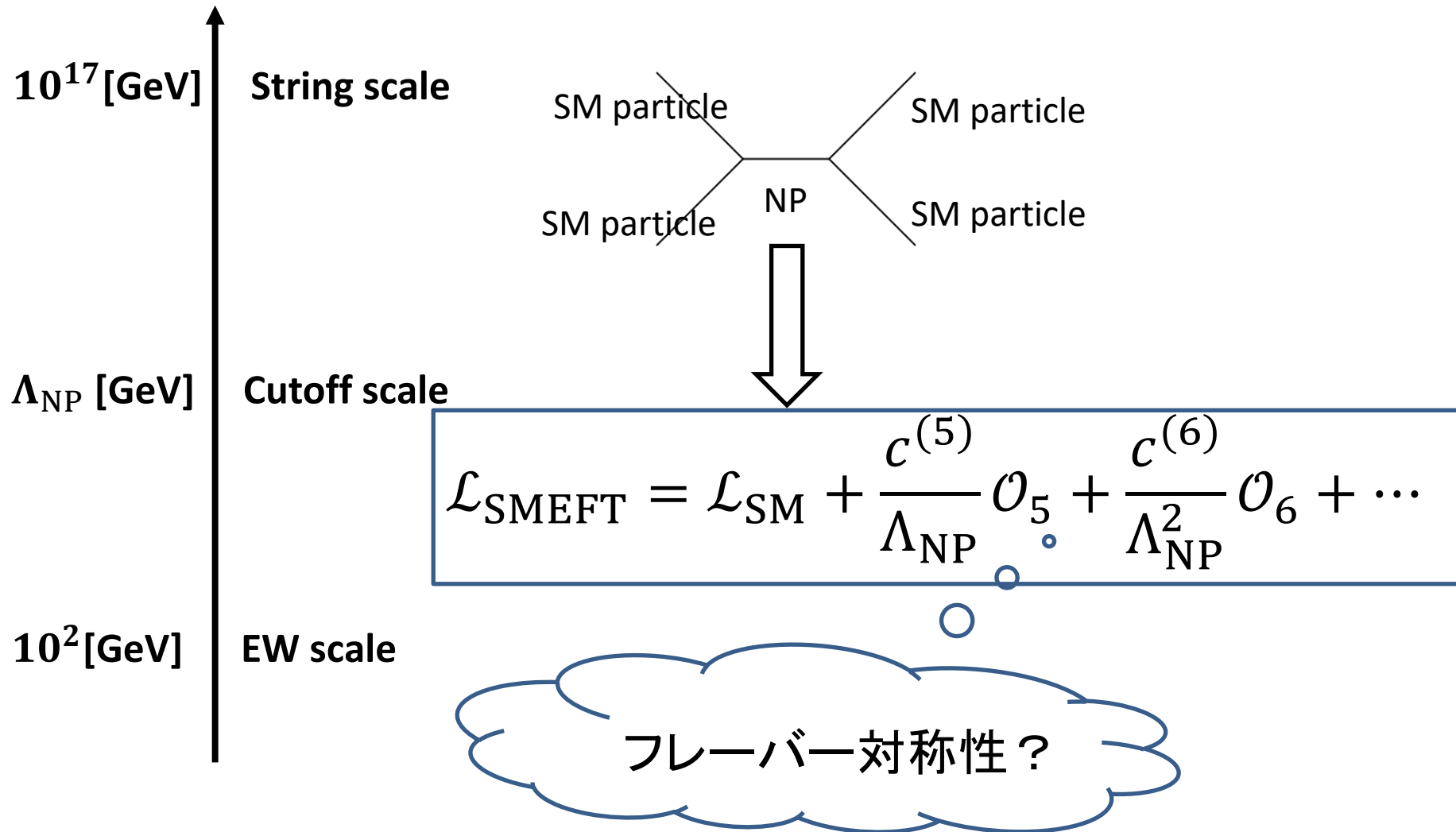


e.g., $\Delta F = 1$ semi-leptonic operators : $(\bar{L}\gamma^\mu L)(\bar{Q}\gamma_\mu Q), \dots$

X^3		H^6 and $H^4 D^2$		$\psi^2 H^3$	
Q_G	$f^{ABC} G_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	Q_H	$(H^\dagger H)^3$	Q_{eH}	$(H^\dagger H)(\bar{l}_i e_j H)$
$Q_{\tilde{G}}$	$f^{ABC} \tilde{G}_\mu^{A\nu} G_\nu^{B\rho} G_\rho^{C\mu}$	$Q_{H\Box}$	$(H^\dagger H)\Box(H^\dagger H)$	Q_{uH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_i u_j \tilde{H})$
Q_W	$\varepsilon^{IJK} W_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$	Q_{HD}	$(H^\dagger D^\mu H)^* (H^\dagger D_\mu H)$	Q_{dH}	$(H^\dagger H)(\bar{q}_i d_j H)$
$Q_{\tilde{W}}$	$\varepsilon^{IJK} \tilde{W}_\mu^{I\nu} W_\nu^{J\rho} W_\rho^{K\mu}$				
$X^2 H^2$		$\psi^2 XH$		$\psi^2 H^2 D$	
Q_{HG}	$H^\dagger H G_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eW}	$(\bar{l}_i \sigma^{\mu\nu} e_j) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hl}^{(1)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{l}_i \gamma^\mu l_j)$
$Q_{H\tilde{G}}$	$H^\dagger H \tilde{G}_{\mu\nu}^A G^{A\mu\nu}$	Q_{eB}	$(\bar{l}_i \sigma^{\mu\nu} e_j) H B_{\mu\nu}$	$Q_{Hl}^{(3)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H\right) (\bar{l}_i \tau^I \gamma^\mu l_j)$
Q_{HW}	$H^\dagger H W_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uG}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} T^A u_j) \tilde{H} G_{\mu\nu}^A$	Q_{He}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{e}_i \gamma^\mu e_j)$
$Q_{H\tilde{W}}$	$H^\dagger H \tilde{W}_{\mu\nu}^I W^{I\mu\nu}$	Q_{uW}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} u_j) \tau^I \tilde{H} W_{\mu\nu}^I$	$Q_{Hq}^{(1)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{q}_i \gamma^\mu q_j)$
Q_{HB}	$H^\dagger H B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{uB}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} u_j) \tilde{H} B_{\mu\nu}$	$Q_{Hq}^{(3)}$	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu^I H\right) (\bar{q}_i \tau^I \gamma^\mu q_j)$
$Q_{H\tilde{B}}$	$H^\dagger H \tilde{B}_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$	Q_{dG}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} T^A d_j) H G_{\mu\nu}^A$	Q_{Hu}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{u}_i \gamma^\mu u_j)$
Q_{HWB}	$H^\dagger \tau^I H W_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dW}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} d_j) \tau^I H W_{\mu\nu}^I$	Q_{Hd}	$\left(H^\dagger i \overleftrightarrow{D}_\mu H\right) (\bar{d}_i \gamma^\mu d_j)$
$Q_{H\tilde{W}B}$	$H^\dagger \tau^I H \tilde{W}_{\mu\nu}^I B^{\mu\nu}$	Q_{dB}	$(\bar{q}_i \sigma^{\mu\nu} d_j) H B_{\mu\nu}$	Q_{Hud}	$i \left(\tilde{H}^\dagger D_\mu H\right) (\bar{u}_i \gamma^\mu d_j)$

$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$		$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$		$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	
Q_{ll}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{l}_k \gamma^\mu l_l)$	Q_{ee}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$	Q_{le}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$
$Q_{qq}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu q_l)$	Q_{uu}	$(\bar{u}_i \gamma_\mu u_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$	Q_{lu}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$
$Q_{qq}^{(3)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu \tau^I q_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu \tau^I q_l)$	Q_{dd}	$(\bar{d}_i \gamma_\mu d_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	Q_{ld}	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$
$Q_{lq}^{(1)}$	$(\bar{l}_i \gamma_\mu l_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu q_l)$	Q_{eu}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$	Q_{qe}	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{e}_k \gamma^\mu e_l)$
$Q_{lq}^{(3)}$	$(\bar{l}_i \gamma_\mu \tau^I l_j)(\bar{q}_k \gamma^\mu \tau^I q_l)$	Q_{ed}	$(\bar{e}_i \gamma_\mu e_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	$Q_{qu}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu u_l)$
		$Q_{ud}^{(1)}$	$(\bar{u}_i \gamma_\mu u_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$	$Q_{qu}^{(8)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu T^A q_j)(\bar{u}_k \gamma^\mu T^A u_l)$
		$Q_{ud}^{(8)}$	$(\bar{u}_i \gamma_\mu T^A u_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu T^A d_l)$	$Q_{qd}^{(1)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu q_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu d_l)$
				$Q_{qd}^{(8)}$	$(\bar{q}_i \gamma_\mu T^A q_j)(\bar{d}_k \gamma^\mu T^A d_l)$
$(\bar{L}R)(\bar{R}L) \text{ and } (\bar{L}R)(\bar{L}R)$					
Q_{ledq}	$(\bar{l}_i^p e_j)(\bar{d}_k q_l^p)$	$Q_{quqd}^{(1)}$	$(\bar{q}_i^p u_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q d_l)$	$Q_{quqd}^{(8)}$	$(\bar{q}_i^p T^A u_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q T^A d_l)$
$Q_{lequ}^{(1)}$	$(\bar{l}_i^p e_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q u_l)$	$Q_{lequ}^{(3)}$	$(\bar{l}_i^p \sigma_{\mu\nu} e_j) \varepsilon_{pq} (\bar{q}_k^q \sigma^{\mu\nu} u_l)$		

SMEFT (Standard Model Effective Field Theory)



SMEFT with flavor symmetries

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}^2} \mathcal{O}_6 + \dots$$

1. $U(3)^5$ flavor symmetry with MFV

D' Ambrosio-Giudice-Isidori-Strumia, hep-ph/0207036

Yukawa結合をFlavor対称性のSpurionとみなし、
高次演算子をFlavor invariantに書き下す。

2. $U(2)^5$ flavor symmetry

R. Barbieri, G. Isidori, J. Jones-Perez, P. Lodone, D.M. Straub,...

3. $U(1)_{\text{FN}}$ flavor symmetry

A. Greljo, A. Palavrić and A.E. Thomsen,...

4. (modular) discrete symmetry

T. Kobayashi, H. O., M. Tanimoto, K. Yamamoto,...

非可逆な選択則に基づくSMEFT

T. Kobayashi, H. O., M. Tanimoto, K. Yamamoto, 2608.21707 [hep-ph]

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}^2} \mathcal{O}_6 + \dots$$

Type-II two Higgs doublet model

SM場が非可逆な選択則に基づく“Charge”を持つ

湯川結合：

$$Y_u = \begin{pmatrix} * & 0 & 0 \\ 0 & * & 0 \\ 0 & 0 & * \end{pmatrix} \quad Y_d \sim \begin{pmatrix} 0 & \lambda^3 & 0 \\ \lambda^3 & e^{i\phi_d} \lambda^2 & \lambda^2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad Y_e \sim \begin{pmatrix} 0 & \lambda^3 & 0 \\ \lambda^3 & e^{i\phi_e} \kappa \lambda^2 & 1 \\ 0 & \lambda^2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\lambda \simeq 0.2$$

ニュートリノ質量は(対角的な) Weinberg op.により生成

非可逆な選択則に基づくSMEFT

T. Kobayashi, H. O., M. Tanimoto, K. Yamamoto, 2608.21707 [hep-ph]

$$\mathcal{L}_{\text{SMEFT}} = \mathcal{L}_{\text{SM}} + \frac{c^{(5)}}{\Lambda_{\text{NP}}} \mathcal{O}_5 + \frac{c^{(6)}}{\Lambda_{\text{NP}}^2} \mathcal{O}_6 + \dots$$

Dimension-6演算子の分類:

Operator class	No symmetry, 3 Gen.	
	CP-even	CP-odd
$X^3, H^6, H^4 D^2, X^2 H^2$	9	6
$\psi^2 H^3$	27	27
$\psi^2 X H$	72	72
$\psi^2 H^2 D$	51	30
$(\bar{L}L)(\bar{L}L)$	171	126
$(\bar{L}L)(\bar{R}R)$	360	288
$(\bar{R}R)(\bar{R}R)$	255	195
$(\bar{L}R)(\bar{R}L)$ and $(\bar{L}R)(\bar{L}R)$	405	405
Total	1350	1149



Case (a)	
CP-even	CP-odd
9	6
27	27
39	39
51	30
66	21
190	118
192	132
121	121
695	494

非可逆な選択則に基づくSMEFT

例えば、 $(\bar{L}L)$ $(\bar{L}L)$ 演算子はTextures構造を持つ

$$\begin{aligned}Q_{\ell\ell} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \ell_L^j)(\bar{\ell}_L^k \gamma^\mu \ell_L^l), \\Q_{qq}^{(1)} &= C_{ijkl}(\bar{q}_L^i \gamma_\mu q_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu q_L^l), \\Q_{qq}^{(3)} &= C_{ijkl}(\bar{q}_L^i \gamma_\mu \tau^I q_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu \tau^I q_L^l), \\Q_{\ell q}^{(1)} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \ell_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu q_L^l), \\Q_{\ell q}^{(3)} &= C_{ijkl}(\bar{\ell}_L^i \gamma_\mu \tau^I \ell_L^j)(\bar{q}_L^k \gamma^\mu \tau^I q_L^l).\end{aligned}$$

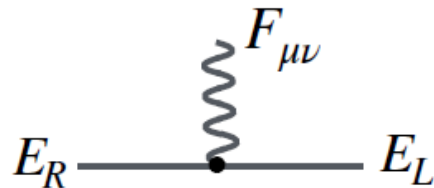
$$C_{ijkl}^{(a)} = f_{ijkl} (\delta_{ij}\delta_{kl} + \delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk})$$

f_{ijkl} : パラメータ

非可逆な選択則に基づくSMEFT

LFVへの予言:

Dipole operator



$$\mathcal{L}_{\text{dipole}} = \frac{1}{\Lambda^2} \left(c'_{e\gamma_{LR}} \mathcal{O}_{e\gamma_{LR}} + c'_{e\gamma_{RL}} \mathcal{O}_{e\gamma_{RL}} \right)$$

$$\mathcal{O}_{e\gamma_{LR}} = \frac{v}{\sqrt{2}} \bar{E}_L \sigma^{\mu\nu} E_R F_{\mu\nu}$$

- Modular A_4 ($\subset SL(2, Z)$) と $U(2)$ の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_R \rightarrow e_L\gamma$ が支配的

- 非可逆な選択則の場合:

$\mu \rightarrow e\gamma$ に対して、 $\mu_L \rightarrow e_R\gamma$ が支配的

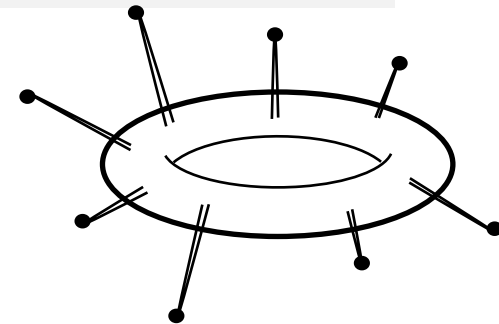
3. 弦理論のコンパクト化における 一般化された選択則

- i) トロイダルオービフォールド上のヘテロ型弦理論 (1 slide)
- ii) トロイダルオービフォールド上のIIB型弦理論

トロイダルオービフォールド上のヘテロ型弦理論

- 閉弦に対する境界条件 $h = (\theta, v) \in S$

$$Z(\sigma + \pi) = hZ(\sigma) = \theta Z + v$$



θ : Point group action
 v : Lattice translation

- 同じ境界条件を満たす別の閉弦 gZ ($g \in S$)

$$gZ(\sigma + \pi) = hgZ(\sigma)$$

$$\rightarrow Z(\sigma + \pi) = (g^{-1}hg)Z(\sigma)$$

- Hilbert空間:

$$\mathcal{H}_{[h]} = \{Z \mid Z(\sigma + \pi) = hZ(\sigma), h \sim g^{-1}hg, \quad g, h \in S\}$$

- (Twisted)閉弦は群 S の共役類でラベルされる Fusion : $[g_i] \cdot [g_j] = \sum_k d_{ij}^k [g_k]$

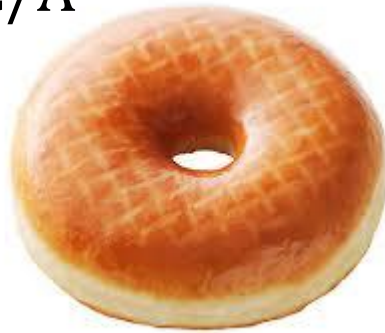
3. 弦理論のコンパクト化における 一般化された選択則

- i) トロイダルオービフォールド上のヘテロ型弦理論 (1 slide)
- ii) トロイダルオービフォールド上のIIB型弦理論

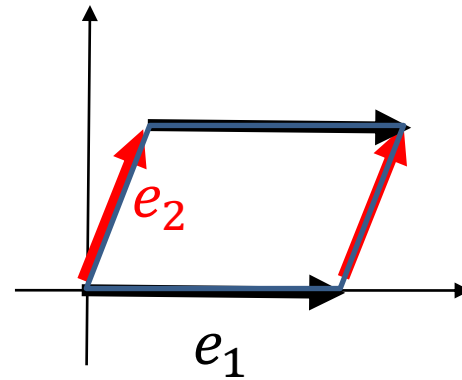
6D QED on $R^{1,3} \times T^2$ with magnetic flux

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + i\bar{\Psi}\Gamma^m D_m \Psi \quad m, n = x^\mu, y_1, y_2$$

$$T^2 = \mathbb{C}/\Lambda$$

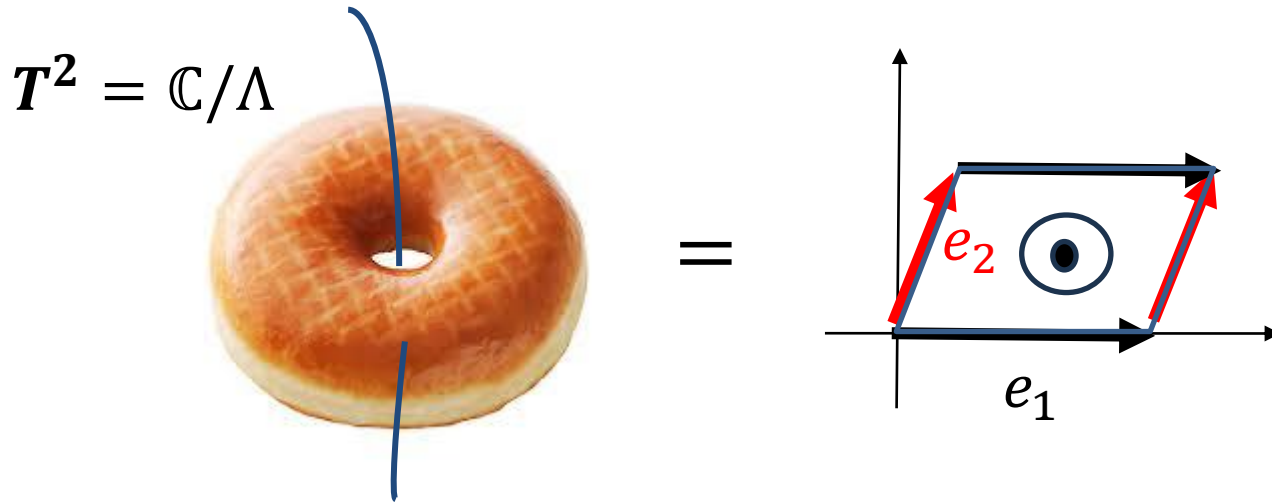


=



6D QED on $R^{1,3} \times T^2$ with magnetic flux

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + i\bar{\Psi}\Gamma^m D_m \Psi \quad m, n = x^\mu, y_1, y_2$$

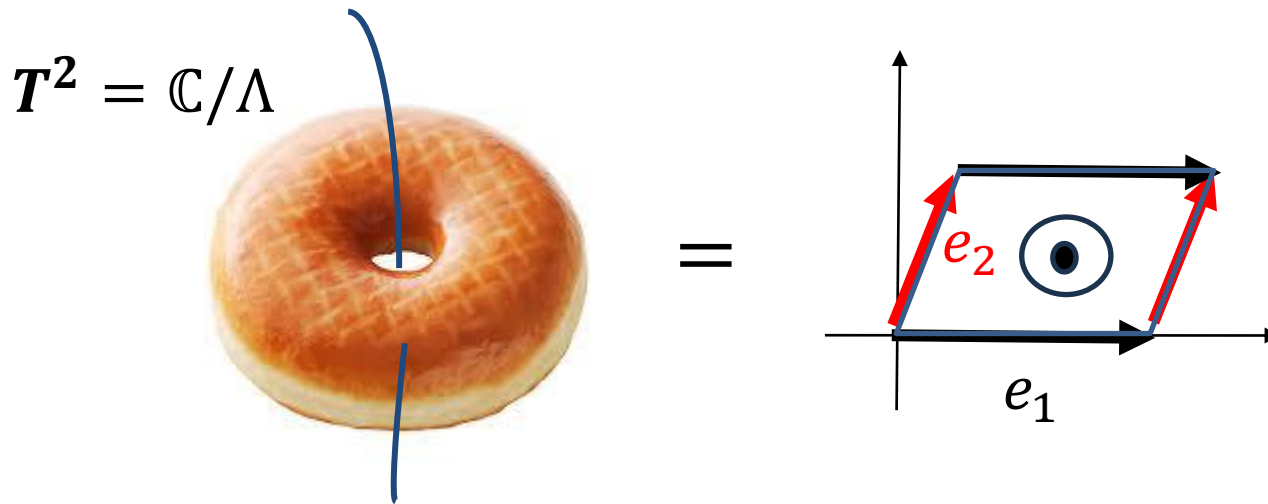


- $U(1)$ magnetic flux

$$F_{y_1 y_2} = 2\pi i M \quad (M \in \mathbb{Z}_{>0})$$

6D QED on $R^{1,3} \times T^2$ with magnetic flux

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + i\bar{\Psi}\Gamma^m D_m \Psi \quad m, n = x^\mu, y_1, y_2$$



- $U(1)$ magnetic flux

$$F_{y_1 y_2} = 2\pi i M \quad (M \in \mathbb{Z}_{>0})$$

- 指数定理

$$\frac{1}{2\pi} \int \text{tr} F = M$$

M 個の縮退した zero-modes

6D QED on $R^{1,3} \times T^2$ with magnetic flux

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + i\bar{\Psi}\Gamma^m D_m \Psi \quad m, n = x^\mu, y_1, y_2$$

- Kaluza-Klein 展開

$$\Psi(x, y) = \chi(x)\psi(y) + (\text{KK modes})$$

6D QED on $R^{1,3} \times T^2$ with magnetic flux

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4}F_{mn}F^{mn} + i\bar{\Psi}\Gamma^m D_m \Psi \quad m, n = x^\mu, y_1, y_2$$

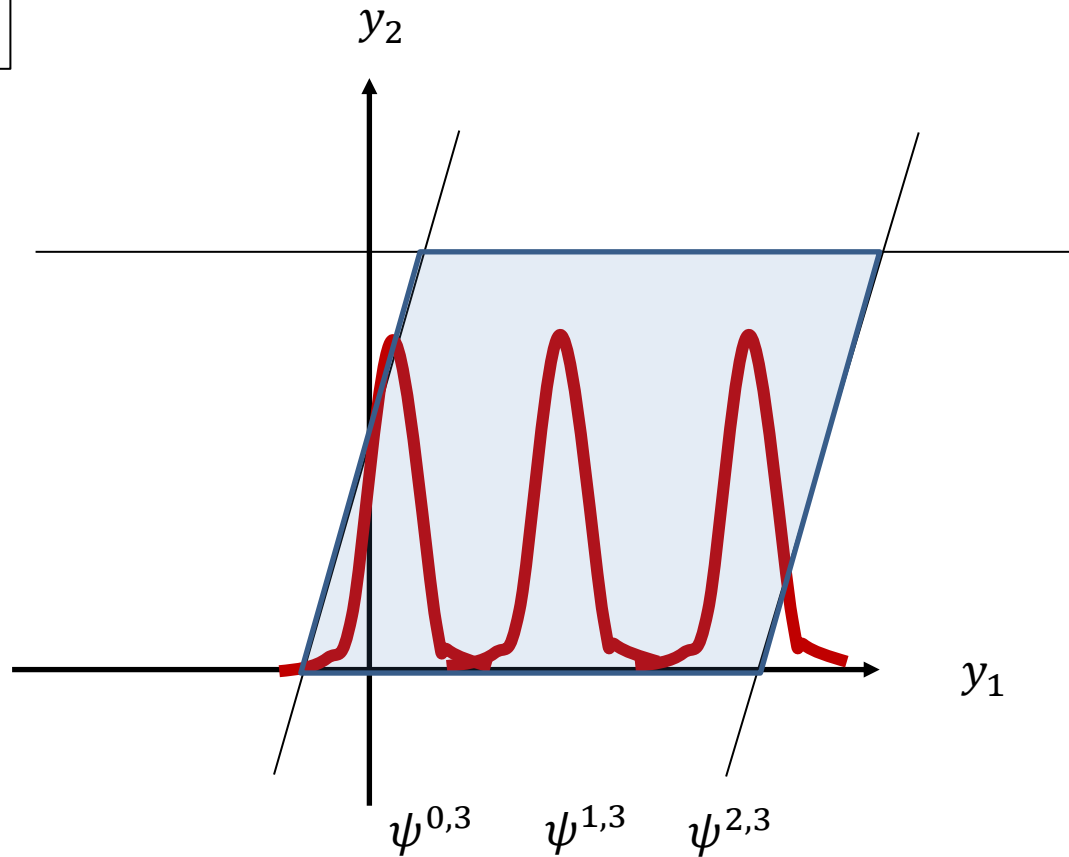
- Kaluza-Klein 展開

$$\Psi(x, y) = \sum_{j=0, \dots, M-1} \chi^j(x) \psi^{j, M}(y) + (\text{KK modes})$$

T^2 上の縮退した zero-modes

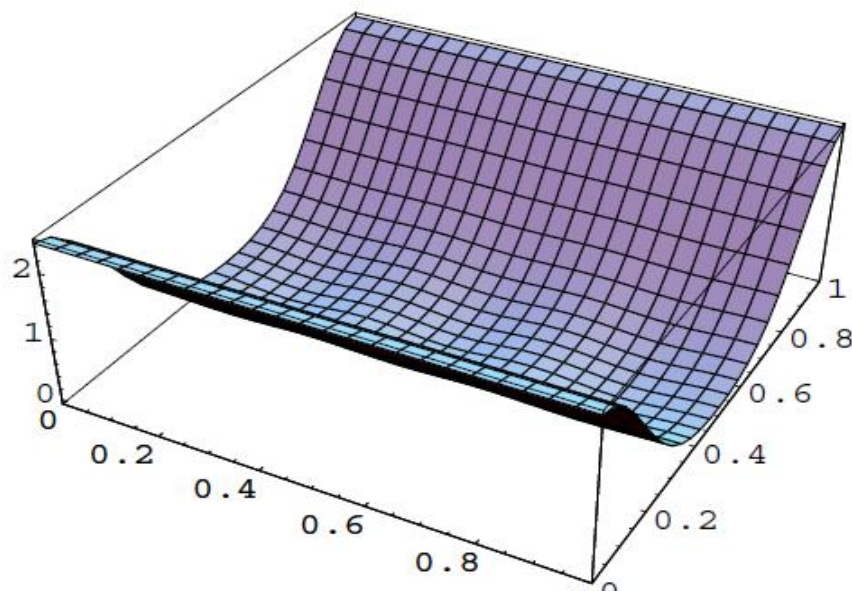
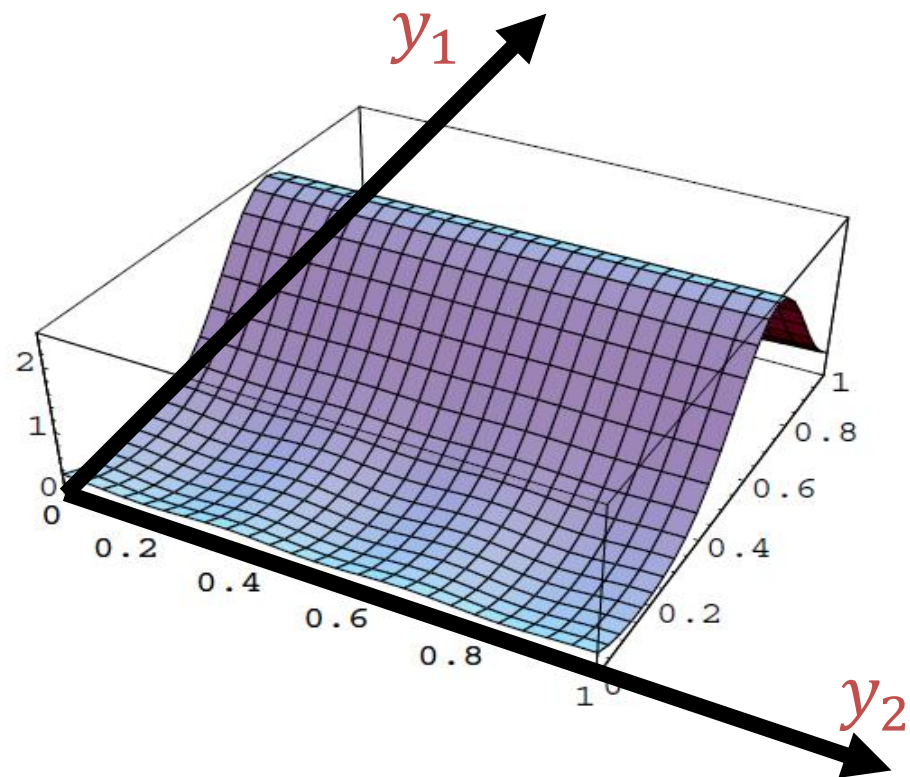
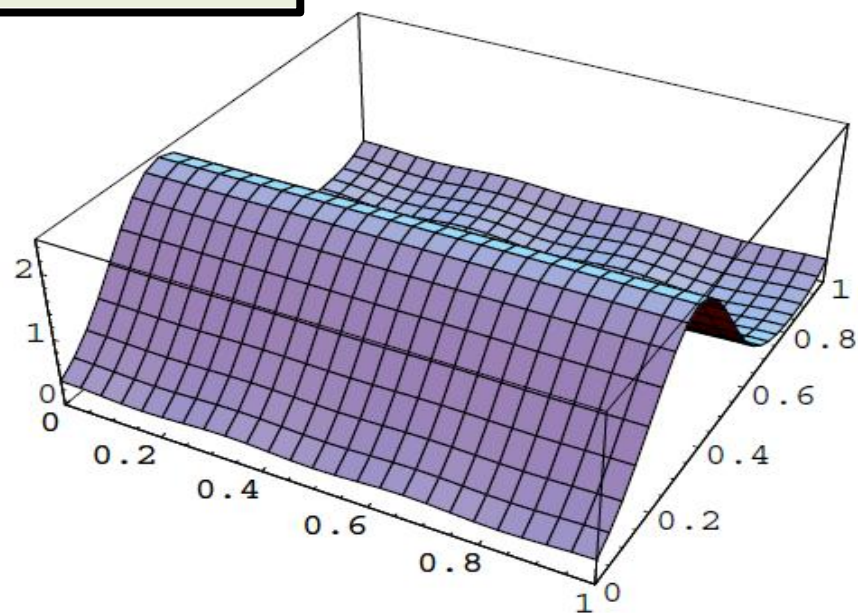
*D.Cremades, L.E.Ibanez, F.Marchesano (2004),
H. Abe, K.Choi, T.Kobayashi, H.Ohki (2009),
M.Berasaluce-Gonzalez, P.G.Camara, F.Marchesano, (2012)*

$$M = 3$$

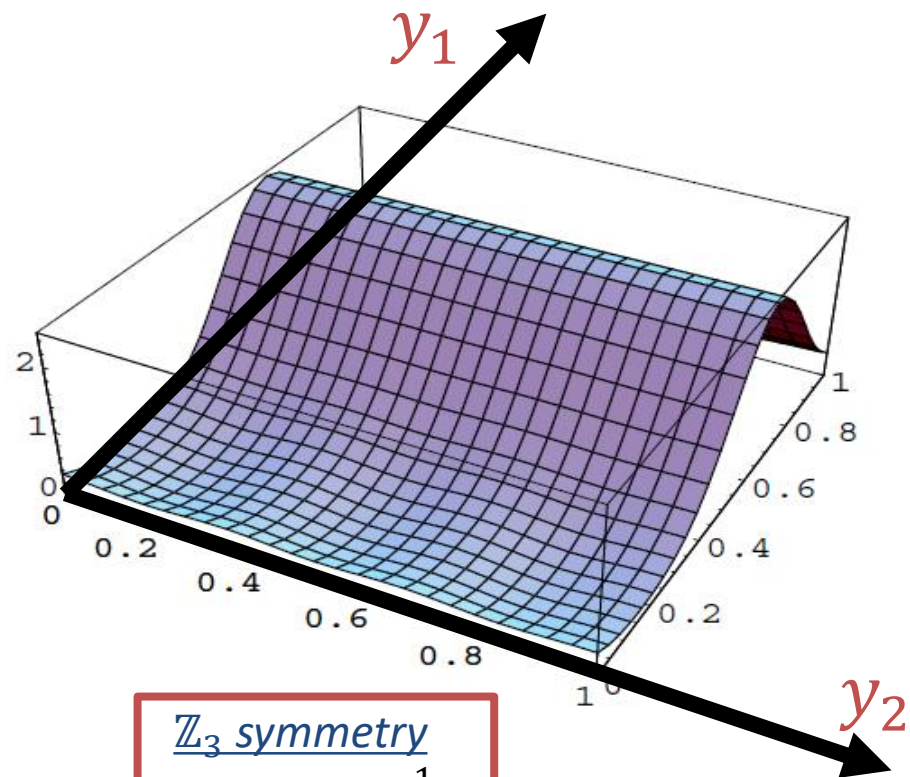
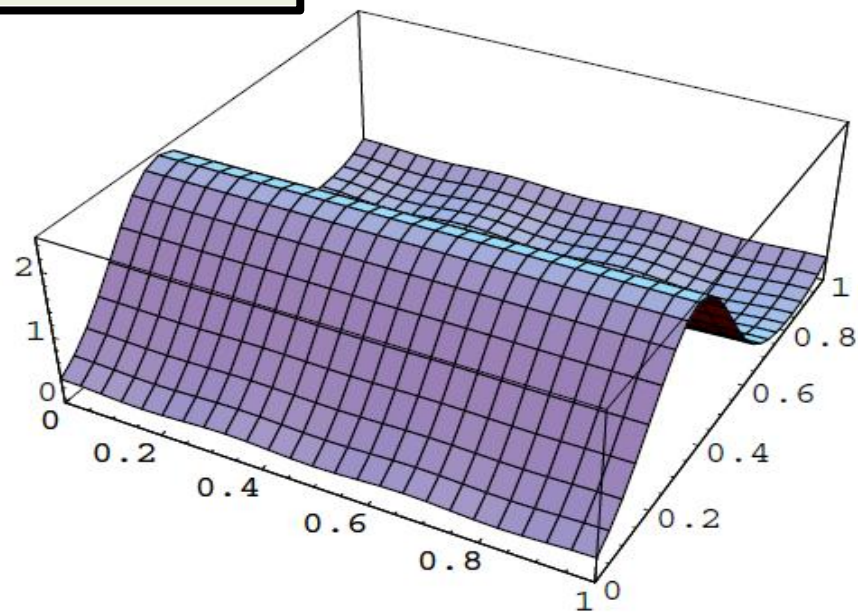


3個 のchiral zero-modes $\sim$ 3世代の quarks/leptons

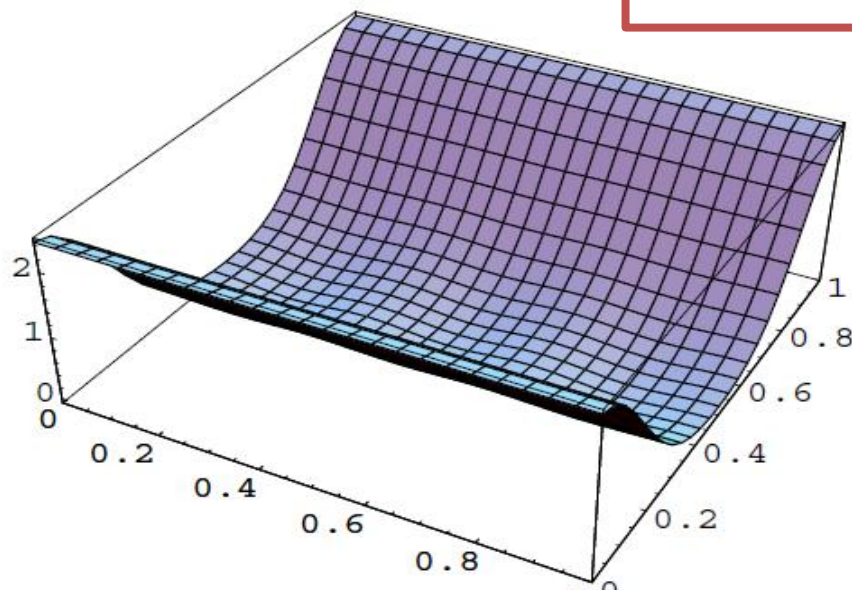
$$M = 3$$



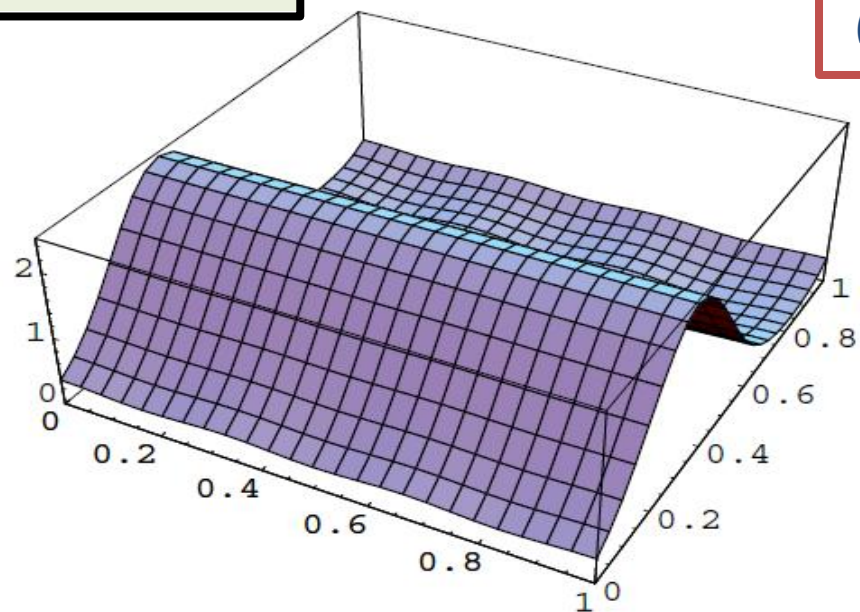
$$M = 3$$



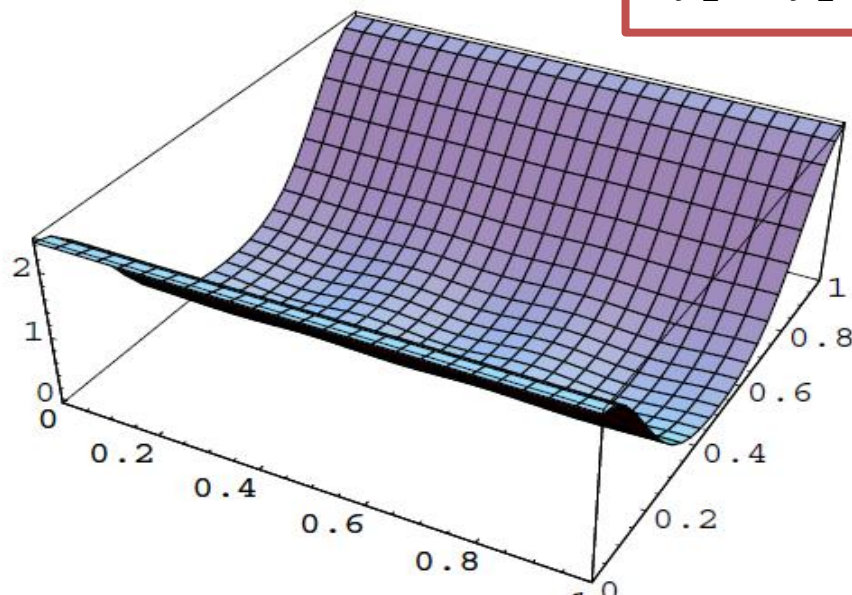
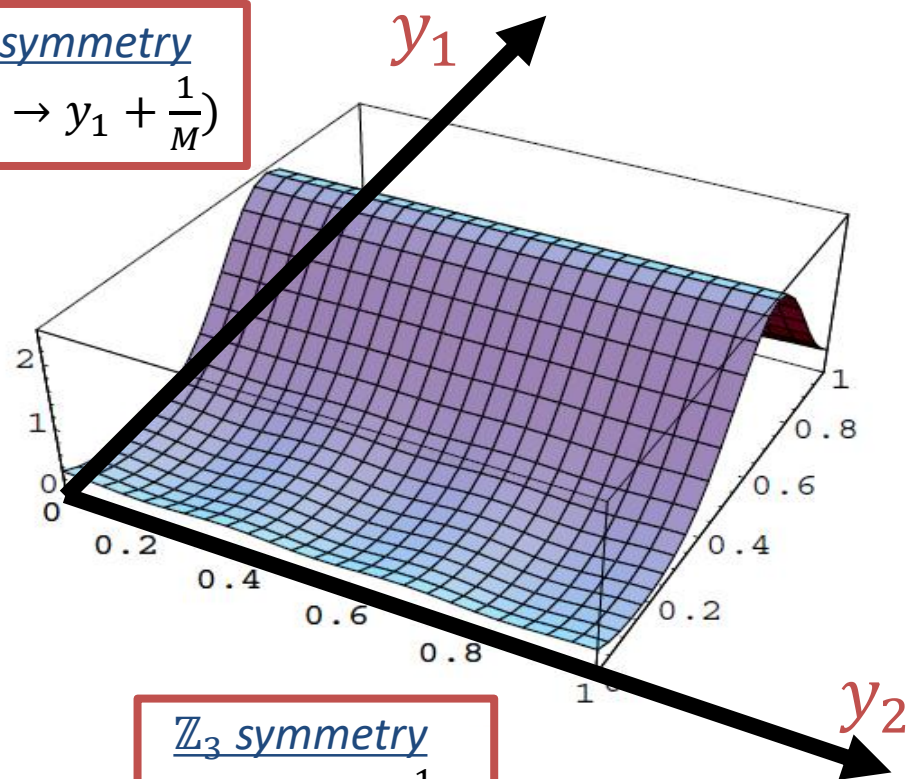
$\mathbb{Z}_3$ symmetry
 $(y_2 \rightarrow y_2 + \frac{1}{M})$



$$M = 3$$



$\mathbb{Z}_3$ symmetry
 $(y_1 \rightarrow y_1 + \frac{1}{M})$



IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

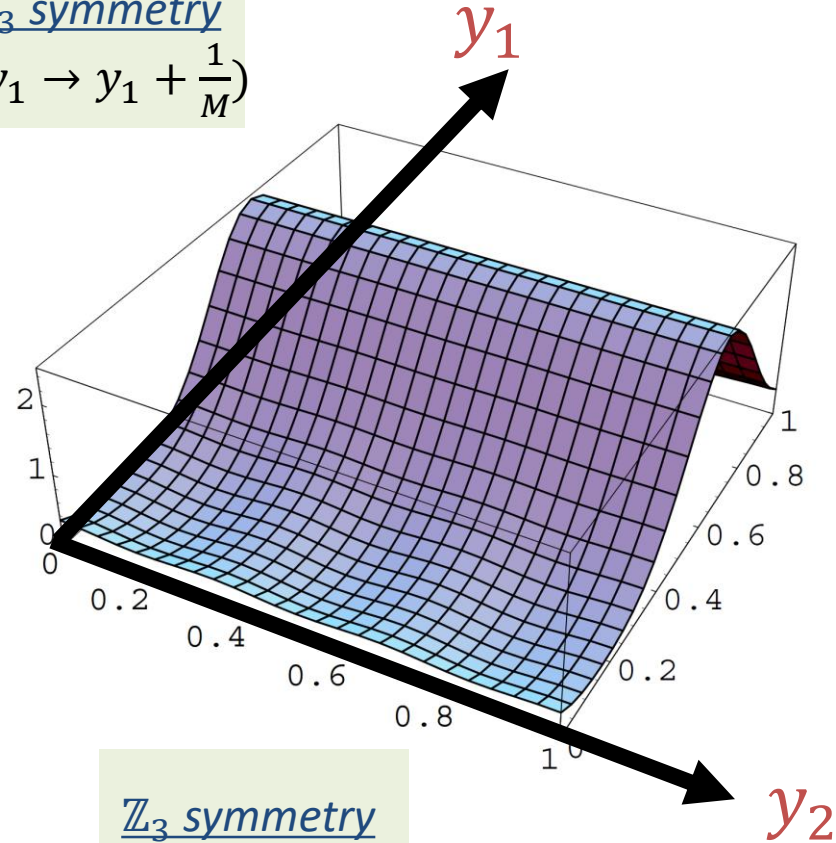
$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$\mathbb{Z}_3$ symmetry
($y_1 \rightarrow y_1 + \frac{1}{M}$)



$\mathbb{Z}_3$ symmetry
($y_2 \rightarrow y_2 + \frac{1}{M}$)

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

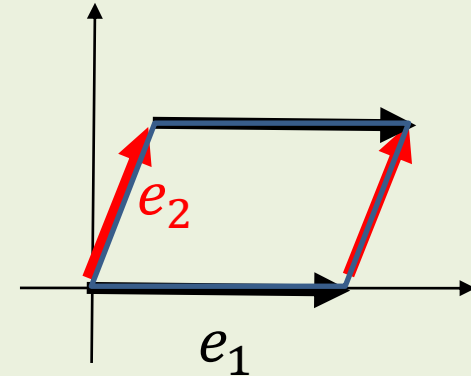
$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

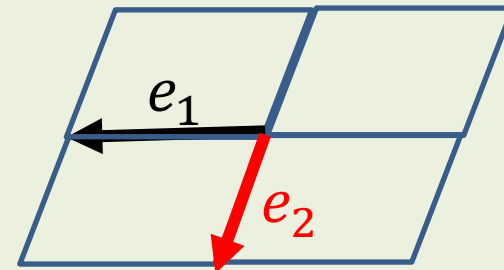
$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$



$\mathbb{Z}_2$ - twist



IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

$$T^2 : e^{i\theta_1} e^{i\theta_2} = e^{i(\theta_1+\theta_2)}$$



$$\hat{U}_\theta \equiv \frac{1}{2}(e^{i\theta} + e^{-i\theta})$$

$$T^2/\mathbb{Z}_2 : \hat{U}_{\theta_1} \hat{U}_{\theta_2} = \hat{U}_{\theta_1+\theta_2} + \hat{U}_{\theta_1-\theta_2}$$

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

$$\mathbb{Z}_2\text{-even} : |\psi^{j,M}\rangle_+ = \frac{1}{2} (|\psi^{j,M}\rangle + |\psi^{-j,M}\rangle)$$

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

$$\mathbb{Z}_2\text{-even} : |\psi^{j,M}\rangle_+ = \frac{1}{2} (|\psi^{j,M}\rangle + |\psi^{M-j,M}\rangle)$$

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$T^2/\mathbb{Z}_2$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

$$\mathbb{Z}_2\text{-even} : |\psi^{j,M}\rangle_+ = \frac{1}{2} (|\psi^{j,M}\rangle + |\psi^{M-j,M}\rangle)$$

$$\hat{U}_1 |\psi^{j,M}\rangle_+ = |\psi^{j+1,M}\rangle_+ + |\psi^{j-1,M}\rangle_+$$

$$\hat{U}_2 |\psi^{j,M}\rangle_+ = 2 \cos\left(\frac{2\pi j}{M}\right) |\psi^{j,M}\rangle_+$$

IIB型弦理論における非可逆対称性

T^2

$T^2/\mathbb{Z}_2$

- Operators:

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

$$\hat{U}_1 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_1}$$

$$\hat{U}_2 \equiv e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} + e^{-\frac{i}{M}\hat{D}_2}$$

- Chiral matters:

$$|\psi^{j,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_2\text{-even} : |\psi^{j,M}\rangle_+ = \frac{1}{2}(|\psi^{j,M}\rangle + |\psi^{M-j,M}\rangle)$$

- Representations:

$$\mathbb{Z}_M^{(D_1)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_1} |\psi^{j,M}\rangle = |\psi^{j+1,M}\rangle$$

$$\mathbb{Z}_M^{(D_2)} : e^{\frac{i}{M}\hat{D}_2} |\psi^{j,M}\rangle = e^{2\pi i \frac{j}{M}} |\psi^{j,M}\rangle$$

$$\hat{U}_1 |\psi^{j,M}\rangle_+ = |\psi^{j+1,M}\rangle_+ + |\psi^{j-1,M}\rangle_+$$

$$\hat{U}_2 |\psi^{j,M}\rangle_+ = 2 \cos\left(\frac{2\pi j}{M}\right) |\psi^{j,M}\rangle_+$$

$\mathbb{Z}_M^{(D_1)}$ and $\mathbb{Z}_M^{(D_2)}$ の外部自己同型のゲージ化に対応

$$j \rightarrow [j] : j \text{ and } M - j$$

非可逆選択則

群の外部自己同型のゲージ化

IIB型弦理論から示唆される非可逆選択則

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- $\mathbb{Z}_M$ 対称性からスタート (*generator* : $g = e^{2\pi i/M}$)

4DQFTにおける場 ϕ_j の変換 :

$$\phi_j \rightarrow g^{k_j} \phi_j$$

電荷 k_j under $\mathbb{Z}_M$

IIB型弦理論から示唆される非可逆選択則

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- $\mathbb{Z}_M$ 対称性からスタート (generator : $g = e^{2\pi i/M}$)

4DQFTにおける場 ϕ_j の変換 :

$$\phi_j \rightarrow g^{k_j} \phi_j$$

電荷 k_j under $\mathbb{Z}_M$

- $\mathbb{Z}_M$ の外部自己同型 $\mathbb{Z}_2$ を考える
i.e., $D_M \cong \mathbb{Z}_M \rtimes \mathbb{Z}_2$:

$$rgr^{-1} = g^{-1}$$

IIB型弦理論から示唆される非可逆選択則

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- $\mathbb{Z}_M$ 対称性からスタート (generator : $g = e^{2\pi i/M}$)

4DQFTにおける場 ϕ_j の変換 :

$$\phi_j \rightarrow g^{k_j} \phi_j$$

電荷 k_j under $\mathbb{Z}_M$

- $\mathbb{Z}_M$ の外部自己同型 $\mathbb{Z}_2$ を考える
i.e., $D_M \cong \mathbb{Z}_M \rtimes \mathbb{Z}_2$:

$$rgr^{-1} = g^{-1}$$

- $\mathbb{Z}_2$ -inv. “class” :

$$[g^k] = \{hg^kh^{-1} \mid h = e, r\} = \{g^k, g^{-k}\}$$

e : identity

直感的には、 $[g^k]$ は k と $M - k$ の電荷をもつ

IIB型弦理論から示唆される非可逆選択則

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- $\mathbb{Z}_M$ 対称性からスタート (generator : $g = e^{2\pi i/M}$)

4DQFTにおける場 ϕ_j の変換 :

$$\phi_j \rightarrow g^{k_j} \phi_j$$

電荷 k_j under $\mathbb{Z}_M$

- $\mathbb{Z}_M$ の外部自己同型 $\mathbb{Z}_2$ を考える
i.e., $D_M \cong \mathbb{Z}_M \rtimes \mathbb{Z}_2$:

$$rgr^{-1} = g^{-1}$$

- $\mathbb{Z}_2$ -inv. “class” :

$$[g^k] = \{hg^kh^{-1} \mid h = e, r\} = \{g^k, g^{M-k}\}$$

e : identity

直感的には、 $[g^k]$ は k と $M - k$ の電荷をもつ

IIB型弦理論から示唆される非可逆選択則

T. Kobayashi, H.O., M. Tanimoto, 2409.05270 [hep-ph]

- $\mathbb{Z}_M$ 対称性からスタート (generator : $g = e^{2\pi i/M}$)

4DQFTにおける場 ϕ_j の変換 :

$$\phi_j \rightarrow g^{k_j} \phi_j$$

電荷 k_j under $\mathbb{Z}_M$

- $\mathbb{Z}_M$ の外部自己同型 $\mathbb{Z}_2$ を考える
i.e., $D_M \cong \mathbb{Z}_M \rtimes \mathbb{Z}_2$:

$$rgr^{-1} = g^{-1}$$

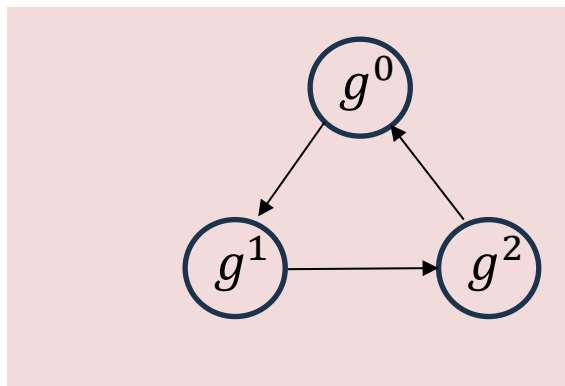
- $\mathbb{Z}_2$ -inv. “class” :

$$[g^k] = \{hg^kh^{-1} \mid h = e, r\} = \{g^k, g^{M-k}\}$$

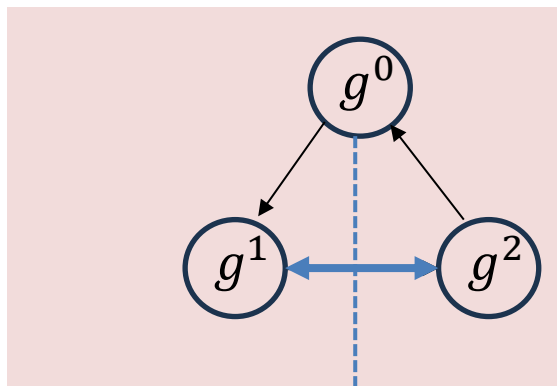
e : identity

$[g^k]$ でラベルされる場: $\mathbb{Z}_2$ -inv. モード $\Phi_j = \phi_j + \phi_{M-j}$

- $\mathbb{Z}_3$ 对称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)

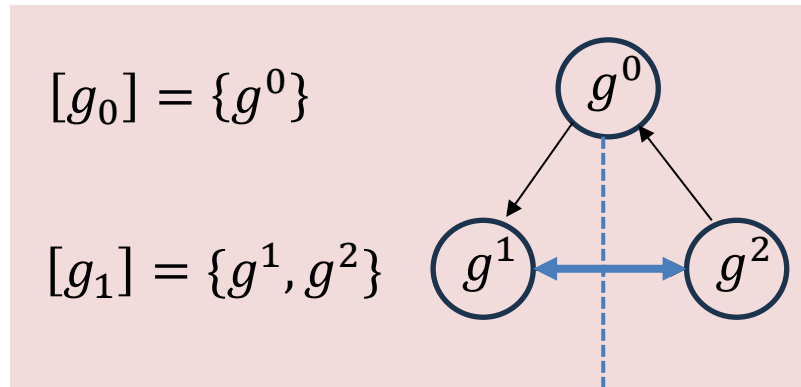


- $\mathbb{Z}_3$ 对称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- $\mathbb{Z}_3$ 对称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)

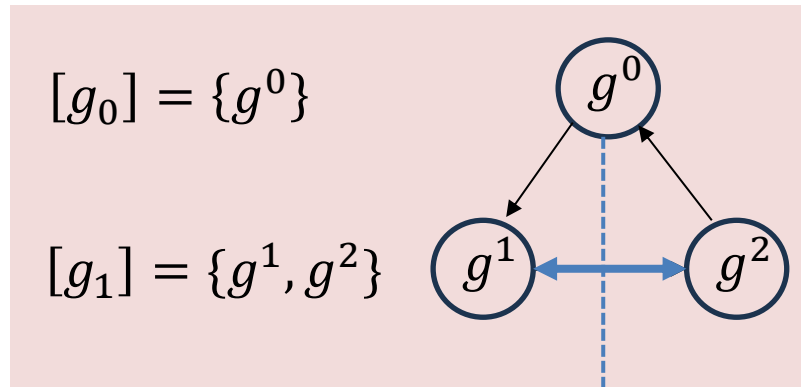


$$\Phi_0 = \phi_0$$

$$\Phi_1 = \phi_1 + \phi_2$$

$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- $\mathbb{Z}_3$ 対称性 (生成元: $g = e^{2\pi i/3}$)



$$\Phi_0 = \phi_0$$

$$\Phi_1 = \phi_1 + \phi_2$$

$\mathbb{Z}_2$ -orbits under automorphism of $\mathbb{Z}_3$

- 融合則:

フィボナッチ融合則

$$[g_0] \cdot [g_0] = [g_0]$$

$$[g_0] \cdot [g_1] = [g_1]$$

$$[g_1] \cdot [g_1] = [g_0] \oplus [g_1]$$

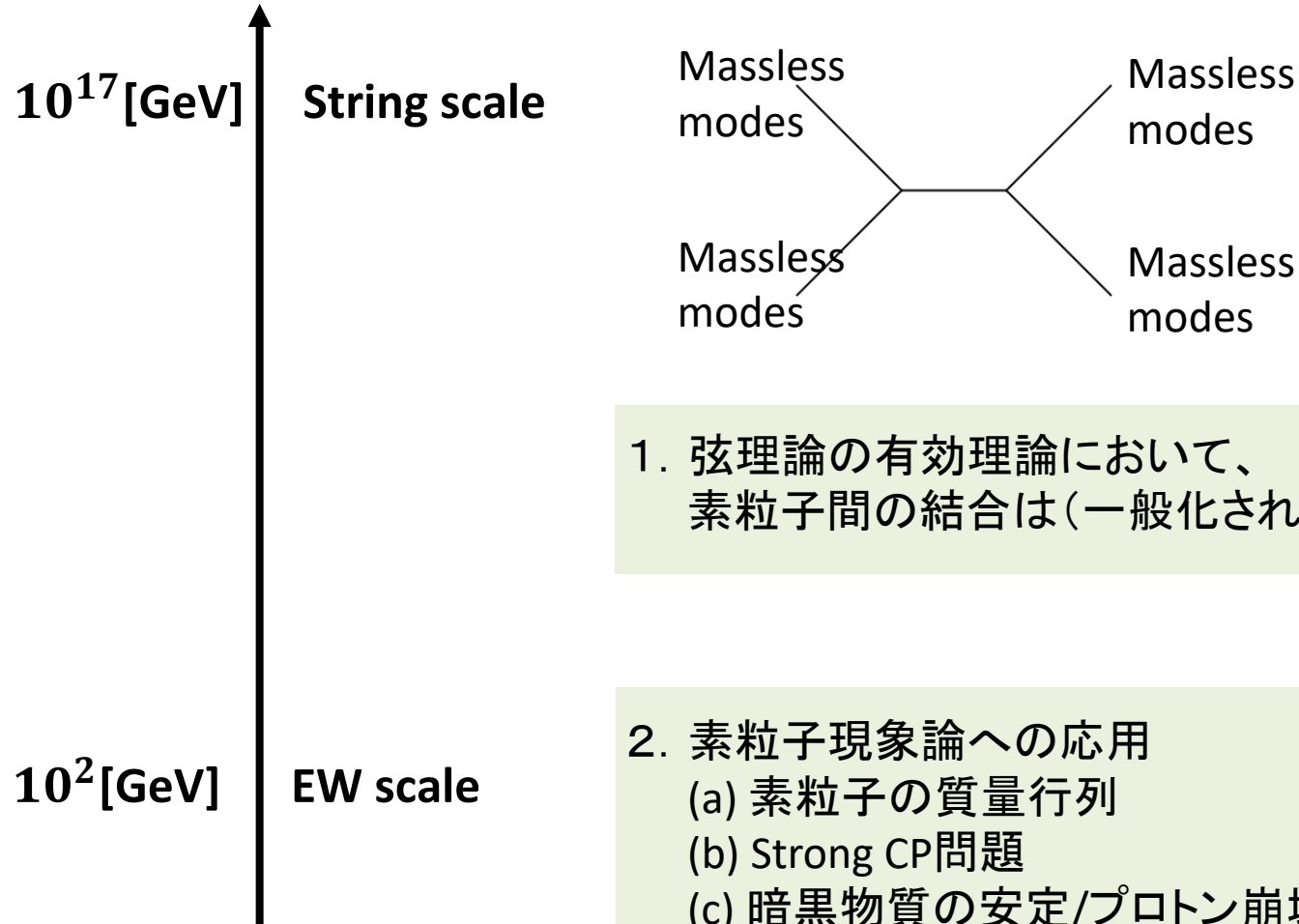
$$\mathbb{I} \otimes \mathbb{I} = \mathbb{I}$$

$$\mathbb{I} \otimes \tau = \tau \otimes \mathbb{I} = \tau$$

$$\tau \otimes \tau = \mathbb{I} + \tau$$

- $[g_1]$ は逆元をもたない

Conclusions



1. 弦理論の有効理論において、
素粒子間の結合は(一般化された)選択則で支配

2. 素粒子現象論への応用
- (a) 素粒子の質量行列
 - (b) Strong CP問題
 - (c) 暗黒物質の安定/プロトン崩壊の抑制
 - (d) SMEFT
 - (e) Radiative neutrino masses